и этот уровень $(2j+1)^2$-кратно вырожден. В обычном изложении теории атома водорода принято, конечно, для обозначения энергетических уровней пользоваться целым числом $n=(2j+1)$. Значения $j=0, {}^1/_2, 1, {}^3/_2, \ldots$ соответствуют значениям $n=1, 2, 3, 4, \ldots$, и формула (19.21) сводится к более привычному выражению $E=-n^{-2}$ (в единицах энергии, введенных в начале § 4).

Чтобы определить, какие значения углового момента l соответствуют каждому уровню энергии, нам понадобится формула разложения представления $\mathsf{D}^{(j,j)}$ группы $\mathcal{R}_4$ на неприводимые при редукции на подгруппу физических вращений $\mathcal{R}_3$:

$$\mathsf{D}^{(jj)}=\sum_l c_l \mathsf{D}^{(l)}. \tag{19.22}$$

Заметим, что физическим вращениям соответствует оператор $\mathbf{X}=\mathbf{F}+\mathbf{G}$. Поэтому задача отыскания ненулевых коэффициентов ряда (19.22) сводится к задаче векторного сложения двух угловых моментов: $l=j+j$ (гл. 7, § 4, п. Г). Из формулы (7.44) следует, что $l=0, 1, 2, \ldots, 2j(=n-1)$; это известный результат теории атома водорода.

Относительно положительных энергий заметим, что, как мы видели в гл. 15, § 2, п. Д, группа Лоренца не имеет конечномерных унитарных представлений. Это согласуется с тем хорошо известным фактом, что положительным энергиям соответствует континуум состояний.

Методом, которым в § 2 было в случае группы симметрии U_3 осуществлено обобщение на многочастичные системы, можно воспользоваться также и в случае кулоновского потенциала и группы симметрии U_3. Но такое обобщение, по-видимому, не дает ничего существенного ни в одной из известных физических проблем.

ЛИТЕРАТУРА

Симметриям осцилляторного и кулоновского потенциалов в одночастичном случае посвящена работа:

1. *Jauch J. M., Hill E. L.*, Phys. Rev., 57, 641 (1940).

Обзор по вопросам использования симметрии гармонического осциллятора в многочастичных задачах ядерной физики дан в работе:

2. *Harvey M.*, Advances in Nuclear Physics, vol. 1, Plenum Press, New York, 1968.

Работы более позднего времени по симметрии кулоновской задачи рассматриваются в книге:

3. *Englefield M. J.*, Group Theory and Coulomb Problem, Wiley-Interscience, New York, 1972.

ЗАДАЧИ

19.1. Покажите, что функция, удовлетворяющая условиям $\mathsf{a}_q\psi_0=0$, где a_q — операторы, определенные формулой (19.2), имеет вид $\psi_0=A\exp(-{}^1/_2r^2)$.

19.2. Докажите, что (как говорилось в § 1) при ограничении на подгруппу $\mathscr{R}_3$ полностью симметричное представление $[N]$ группы SU_3 разлагается в сумму неприводимых представлений $\mathsf{D}^{(l)}$, где $l=N, N-2, N-4, \ldots, 1$ или 0. (Воспользуйтесь методом задачи 18.5, рассмотрев симметризованные произведения множителей, для каждого из которых $m=1$, 0 или -1. Затем покажите, что имеются: только одно произведение с $\sum m=N$ или $\sum m=N-1$, два произведения с $\sum m=N-2$ и $\sum m=N-3$, три произведения с $N-4$ и $N-5$ и т. д.