ПРИЛОЖЕНИЕ 2

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ТОМА 1

Глава 2

2.3.

	E	C_4	C_4^2	C_4^3	C_2	C_2'	C_2''	C_2'''
E	E	C_4	C_4^2	C_4^3	C_2	C_2'	C_2''	C_2'''
C_4	C_4	C_4^2	C_4^3	E	C_2''	C_2'''	C_2'	C_2
C_4^2	C_4^2	C_4^3	E	C_4	C_2'	C_2	C_2'''	C_2''
C_4^3	C_4^3	E	C_4	C_4^2	C_2'''	C_2''	C_2	C_2'
C_2	C_2	C_2'''	C_2'	C_2''	E	C_4^2	C_4^3	C_4
C_2'	C_2'	C_2''	C_2	C_2'''	C_4^2	E	C_4	C_4^3
C_2''	C_2''	C_2	C_2'''	C_2'	C_4	C_4^3	E	C_4^2
C_2'''	C_2'''	C_2'	C_2''	C_2	C_4^3	C_4	C_4^2	E

Классы E; C_4^2; $\{C_4, C_4^3\}$; $\{C_2, C_2'\}$; $\{C_2'', C_2'''\}$. (C_2 и C_2'—это вращения вокруг осей, перпендикулярных сторонам квадрата, а оси вращений C_2'' и C_2''' совпадают с его диагоналями.)

2.5. E; $\{P_{12}, P_{13}, P_{23}\}$; $\left\{\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 2 & 3 & 1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 1 & 2\end{pmatrix}\right\}$.

2.6.

	E	R	σ	$I=R\sigma$
E	E	R	σ	I
R	R	E	I	σ
σ	σ	I	E	R
I	I	σ	R	E

Эта группа, обозначаемая через C_{2h}, может быть представлена в виде прямого произведения $\{E, R\}\times\{E, \sigma\}$, или $\{E, I\}\times\{E, R\}$, или $\{E, I\}\times\{E, \sigma\}$.

2.7. Имеются шесть классов: E; C_2; $\{C_3, C_3^2\}$; $\{C_6, C_6^5\}$;

$\{C_2', C_2'', C_2'''\}$; $\{C_2'''', C_2''''', C_2''''''\}$. (В данном случае $C_2 = C_6^3$; оси, отмеченные штрихами, лежат в плоскости xy.)

Глава 3

3.2. $(^3/_2, {}^3/_2, 0) + (-^1/_2, {}^1/_2, 3)$.

3.3. $f_2(x) = (^{45}/_8)^{1/2}(x^2 - {}^1/_3)$, $f_3(x) = (^{175}/_8)^{1/2}(x^3 - {}^3/_5 x)$.

3.4. $T_{01} = 0$, $T_{11} = {}^2/_5$, $T_{02} = (^4/_{45})^{1/2}$.

3.5. Периодические, $f(-1) = \exp(i\alpha) f(1)$.

3.6. $\mathbf{e}_1' = \mathsf{R}\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2$, $\mathbf{e}_2' = -\mathbf{e}_1$, $\mathbf{e}_3' = \mathbf{e}_3$. $\mathsf{T}(\mathsf{R})\, x = \bar{x} = y$, $\mathsf{T}(\mathsf{R})\, y = -x$, $\mathsf{T}(\mathsf{R})\, x^2 = y^2$, $\mathsf{T}(\mathsf{R})\, xy = -yx$. Для поворота на $45°$ $\mathbf{e}_1' = (\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/2^{1/2}$, $\mathbf{e}_2' = (-\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2)/2^{1/2}$, $\mathbf{e}_3' = \mathbf{e}_3$, $\bar{x} = (x + y)/2^{1/2}$, $\bar{y} = (-x + y)/2^{1/2}$.

3.7. $f_1 = (^5/_4)^{1/2} x^2$, $f_2 = (^{405}/_{224})^{1/2}(y^2 - {}^5/_9 x^2)$, $f_3 = {}^3/_2 xy$. $T_{11} = {}^5/_9$, $T_{22} = -{}^5/_9$, $T_{33} = -1$, $T_{12} = T_{21} = 56^{1/2}/9$, $T_{13} = T_{31} = T_{23} = T_{32} = 0$. Собственные значения 1 и -1 (появляется дважды), их собственные векторы $(x^2 + y^2)$, $(x^2 - y^2)$ и xy.

Глава 4

4.2.

$$\mathsf{T}(C_4) = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathsf{T}(C_2) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\mathsf{T}(C_2') = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathsf{T}(C_2'') = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\mathsf{T}(C_2''') = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \mathsf{T}(C_4^2) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathsf{T}(C_4^3) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathsf{T}(E) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

4.4. yz и xz.

4.5. $\chi = (3, 1, -1, -1, -1)$. Приводится к $A_2 \oplus E$.

4.6. См. приложение 1.

4.9. $\chi = (6, 0, 2)$.

4.10. См. приложение 1.

4.11. x^2+y^2, z, x^2-y^2, xy, (x и y) или (xz и yz).
4.12. $\chi=(4,\ 0,\ 4,\ 0,\ 0)=A_1\oplus A_2\oplus B_1\oplus B_2$.
4.13. $(x_1x_2+y_1y_2)$, $(x_1y_2-y_1x_2)$, $(x_1x_2-y_1y_2)$, $(x_1y_2+y_1x_2)$.
4.14. $A_1\to A$, $A_2\to A$, $B_1\to B$, $B_2\to B$, $E\to E$.
4.15. y^3.

Глава 5

5.2. Имеется двукратное вырождение. Разрешены переходы $A_1\to E$ или A_2; $A_2\to A_1$ или E; $B_1\to B_2$ или E; $B_2\to B_1$ или E; $E\to E$, A_1, A_2, B_1, B_2.
5.5. x и y составляют E-дублет, z дает A_2-синглет.

Глава 6

6.1. Нормальные колебания A^-, B_1^+, B_2^- и B_3^- появляются по одному разу, колебание A^+ — дважды. Вырождения нет. См. рис. П.1.

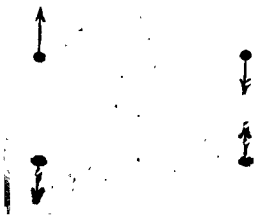

Рис. П.1.

6.2. Имеется по одному колебанию A_1 и A_4, а также два E_2-колебания. Каждое из E_2-колебаний дважды вырождено.
6.3. Фундаментальные частоты B_2^- и B_3^- возбуждаются в результате инфракрасных, а A^+ и B_1^+ — в результате комбинационных переходов.

Глава 7

7.1. Функции $(x+iy)^2$, $(x-iy)^2$, (x^2+y^2), z^2, $(x+iy)z$ и $(x-iy)z$ преобразуются по $\mathsf{T}^{(m)}$ с $m=2$, -2, 0, 0, 1 и -1.
7.2. Операция идентичности отсутствует.
7.6. $\mathsf{D}^{(2)}=2\mathsf{T}^{(3)}\oplus\mathsf{T}^{(1)}$.
7.7. Оба коэффициента равны $2^{-1/2}$.

7.8. $C(121,\ 000) = -(^2/_5)^{1/2}$, $C(121,\ 1\ -10) = (^3/_{10})^{1/2}$, $C(121,\ -1,1,0) = (^3/_{10})^{1/2}$.

7.14. Инвариант $\sum_m (-1)^m Y_m^{(2)} Y_{-m}^{(2)}$.

Глава 8

8.1. Мультиполярности равны 2^k, где $k = 2, 3, 4, 5$ или 6.

8.2. Минимальное значение $j = 1$.

8.3. $C(2^1/_2\ ^3/_2,\ 2-^1/_2\ ^3/_2) = (^4/_5)^{1/2}$, $C(2^1/_2\ ^3/_2,\ 1^1/_2\ ^3/_2) = -(^1/_5)^{1/2}$.

Глава 9

9.2. а) D_3, б) D_4.

9.3. а) $A_1 \to A_1$, $T_1 \to A_2 \oplus E$, $T_2 \to A_1 \oplus E$, $E \to E$;
б) $A_1 \to A_1$, $A_2 \to B_1$, $E \to A_1 \oplus B_1$, $T_1 \to A_2 \oplus E$, $T_2 \to B_2 \oplus E$.

9.6. A_1: $x^2+y^2+z^2$. E: x^2-y^2 и $3z^2-r^2$. T_2: xy, yz и zx.

9.7. $D^{(3)} = A_1 \oplus T_1 \oplus T_2$. Состояние f расщепляется на два триплета и синглет.

9.8. а) Да. б) Нет.

9.9. $A_1 \to B_1$, B_2, B_3. $B_1 \to A_1$, B_2, B_3. $B_2 \to A_1$, B_1, B_3. $B_3 \to A_1$, B_1, B_2. Этим исчерпываются все разрешенные переходы для электрического диполя, если меняется четность, и для магнитного диполя, если четность не изменяется.

9.11. а) Группа T_d. Моды A_1, E (дублет) и T_2 (триплет).
б) Группа T_d. Один синглет A_1, один дублет E и два триплета T_2.
в) Группа D_{2h}. Все двенадцать мод невырождены: три A^+, одна A^-, две B_2^+, одна B_3^+, две B_1^-, одна B_2^- и две B_3^-.

9.12. Расщепляется на триплет T_2 и дублет E.

9.13. Состояние с $j = ^5/_2$ расщепляется на квартет U' и дублет E', а состояние с $j = ^3/_2$ остается в качестве квартета U'.

9.14. а) Разрешены переходы $A_1 \to A_2$, E; $A_2 \to A_1$, E; $E \to A_1$, A_2, E;
б) $A_1 \to A_2$, E; $A_2 \to A_1$, E; $B_1 \to B_2$, E; $B_2 \to B_1$, E; $E \to A_1$, A_2, B_1, B_2, E.

Глава 10

10.1. Для состояний ядер ^{18}O и ^{18}Ne с $T \geqslant 1$ имеются аналоги в ядре ^{18}F, в котором, кроме того, существуют состояния с $T=0$.

10.4. $T=0$.

10.5. $^1/_2$.

Глава 11

11.2. $a_2=-2$ (действительная компонента элемента X_{12}), $a=-2$ (мнимая компонента элемента X_{12}), $a_3 = i(X_{11}-X_{22})$.

11.5. См. рис. П.2. $Y=\pm 2$ с $T=1$, $Y=\pm 1$ с $T={}^3/_2$ или $^1/_2$ и $Y=0$ с $T=2$, 1 или 0.

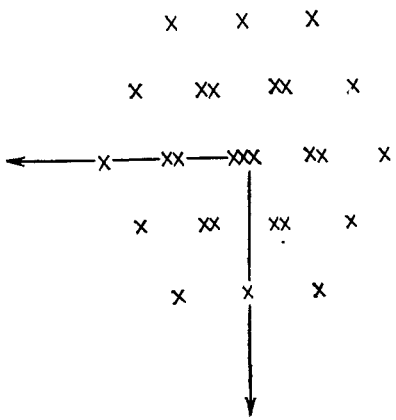

Рис. П.2.

11.9. В решении задачи 11.5 положите $Q=M_T+{}^1/_2Y$.

11.10. $({}^3/_8)^{1/2}|(30)\,1\,{}^3/_2\,{}^3/_2$, $(11)\,010\rangle-({}^2/_8)^{1/2}|(30)\,1\,{}^3/_2\,{}^1/_2$, $(11)\,011\rangle-({}^1/_8)^{1/2}|(30)\,1\,{}^3/_2\,{}^3/_2$, $(11)\,000\rangle+$ $+({}^2/_8)^{1/2}|(30)\,011$, $(11)\,1\,{}^1/_2\,{}^1/_2\rangle$. (Фаза здесь произвольна.)

12.1. Например,

$$2\mathsf{t}_0=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & -1\end{pmatrix},\quad 2\mathsf{y}_{00}=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix},$$

$$2\,(^1/_2+\mathsf{s}_z)\,\mathsf{t}_x=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix},$$

$$2\,(^1/_2+\mathsf{s}_z)\,\mathsf{t}_y=\begin{pmatrix}0 & -i & 0 & 0\\ i & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}.$$

12.7. $|\Sigma^+\rangle=(^2/_3)^{1/2}\,|u^\uparrow u^\uparrow s^\downarrow\rangle-(^1/_3)^{1/2}\,|u^\uparrow u^\downarrow s^\uparrow\rangle,$

$|\Lambda\rangle=(^1/_2)^{1/2}\,|u^\uparrow u^\uparrow d^\downarrow\rangle-(^1/_2)^{1/2}\,|d^\uparrow s^\uparrow u^\downarrow\rangle.$