

## § 4. Физический смысл полученных уравнений для движущихся твердых тел и движущихся часов

Рассмотрим твердый шар<sup>1</sup> радиуса  $R$ , находящийся в покое относительно движущейся системы  $k$ , причем центр шара совпадает с началом координат системы  $k$ . Уравнение поверхности этого шара, движущегося относительно системы  $K$  со скоростью  $v$ , имеет вид

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2.$$

Уравнение этой поверхности, выраженное через  $x, y, z$ , в момент времени  $t = 0$  будет

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{1 - (v/V)^2}\right)^2} + y^2 + z^2 = R^2.$$

Следовательно, твердое тело, которое в покоящемся состоянии имеет форму шара, в движущемся состоянии — при наблюдении из покоящейся системы — принимает форму эллипсоида вращения с полуосами

$$R\sqrt{1 - (v/V)^2}, R, R.$$

В то время как размеры шара (а, следовательно, и всякого другого твердого тела любой формы) по осям  $Y$  и  $Z$  от движения не изменяются, размеры по оси  $X$  сокращаются в отношении  $1 : \sqrt{1 - (v/V)^2}$ , и тем сильнее, чем больше  $v$ . При  $v = V$  все движущиеся объекты, наблюдавшие из «покоящейся» системы, сплющиваются и превращаются в плоские фигуры. Для скоростей, превышающих скорость света, наши рассуждения теряют смысл; впрочем, из дальнейших рассуждений будет видно, что скорость света в нашей теории физически играет роль бесконечно большой скорости. Ясно, что те же результаты получаются для тел, находящихся в покое в «покоящейся» системе, но рассматриваемые из системы, которая разномерно движется.

Представим себе, далее, что часы, находясь в покое относительно покоящейся системы, показывают время  $t$ , а находясь в покое относительно движущейся системы, показывают время  $\tau$ . Пусть они помещены в начале координат системы  $k$ . Как быстро идут эти часы при рассмотрении из покоящейся системы?

<sup>1</sup> Т. е. тело, которое в состоянии покоя имеет шаровую форму.

Величины  $x, t, \tau$ , относящиеся к месту, в котором находятся эти часы, очевидно, связаны соотношениями

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}} \left( t - \frac{v}{V^2} x \right) \quad \text{и} \quad x = vt.$$

Таким образом,

$$\tau = t \sqrt{1 - (v/V)^2} = t - \left( 1 - \sqrt{1 - (v/V)^2} \right) t,$$

откуда следует, что показание часов (наблюданное из покоящейся системы) отстает в секунду на

$$\left( 1 - \sqrt{1 - (v/V)^2} \right) \text{ сек},$$

или, с точностью до величин четвертого и высших порядков, на

$$\frac{1}{2} (v/V)^2 \text{ сек.}$$

Отсюда вытекает своеобразное следствие. Если в точках  $A$  и  $B$  системы  $K$  помещены покоящиеся синхронно идущие часы, наблюдавшие в покоящейся системе, и если часы из точки  $A$  двигать по линии, соединяющей ее с  $B$ , в сторону последней со скоростью  $v$ , то по прибытии этих часов в  $B$  они уже не будут более идти синхронно с часами в  $B$ . Часы, передвигавшиеся из  $A$  в  $B$ , отстают по сравнению с часами, находящимися в  $B$  с самого начала, на  $\frac{1}{2}t(v^2/V^2)$  сек (с точностью до величин четвертого и высших порядков), если  $t$  — время, в течение которого часы из  $A$  двигались в  $B$ . Сразу видно, что этот результат получается и тогда, когда часы движутся из  $A$  в  $B$  по любой ломаной линии, а также тогда, когда точки  $A$  и  $B$  совпадают.

Если принять, что результат, доказанный для ломаной линии, верен также для непрерывно меняющей свое направление кривой, то получаем следующую теорему.

Если в точке  $A$  находятся двое синхронно идущих часов и мы перемещаем одно из них по замкнутой кривой с постоянной скоростью до тех пор, пока они не вернутся в  $A$  (на что потребуется, скажем,  $t$  сек),

то эти часы по прибытии в  $A$  будут отставать по сравнению с часами, остававшимися неподвижными, на

$$\frac{1}{2}t(v^2/V^2) \text{ сек.}$$

Отсюда можно заключить, что часы с балансиром, находящиеся на земном экваторе, должны идти несколько медленнее, чем точно такие же часы, помещенные на полюсе, но в остальном поставленные в одинаковые условия.

## § 5. Теорема сложения скоростей

Пусть в системе  $k$ , движущейся со скоростью  $v$  вдоль оси  $X$  системы  $K$ , движется точка согласно уравнениям

$$\xi = w_\xi \tau, \quad \eta = w_\eta \tau, \quad \zeta = 0,$$

где  $w_\xi$  и  $w_\eta$  — постоянные.

Найдем движение точки относительно системы  $K$ . Если в уравнения движения точки с помощью выведенных в § 3 формул преобразования ввести величины  $x, y, z, t$ , то получим

$$x = \frac{w_\xi + v}{1 + \frac{vw_\xi}{V^2}} t, \quad y = \frac{\sqrt{1 - (v/V)^2}}{1 + \frac{vw_\xi}{V^2}} w_\eta t, \quad z = 0.$$

Итак, закон параллелограмма скоростей в нашей теории верен только в первом приближении. Положим

$$U^2 = \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2, \quad w^2 = w_\xi^2 + w_\eta^2 \quad \text{и} \quad \alpha = \operatorname{arctg} \frac{w_y}{w_x};$$

тогда  $\alpha$  надо рассматривать как угол между скоростями  $v$  и  $w$ . После простого вычисления получается

$$U = \frac{\sqrt{(v^2 + w^2 + 2vw \cos \alpha) - \left( \frac{vw \sin \alpha}{V} \right)^2}}{1 + \frac{vw \cos \alpha}{V^2}}.$$