то эти часы по прибытии в A будут отставать по сравнению с часами, остававшимися неподвижными, на

$$\frac{1}{2}t\left(v^2/V^2\right) \text{ сек.}$$

Отсюда можно заключить, что часы с балансиром, находящиеся на земном экваторе, должны идти несколько медленнее, чем точно такие же часы, помещенные на полюсе, но в остальном поставленные в одинаковые условия.

§ 5. Теорема сложения скоростей

Пусть в системе k, движущейся со скоростью v вдоль оси X системы K, движется точка согласно уравнениям

$$\xi = w_\xi \tau, \qquad \eta = w_\eta \tau, \qquad \zeta = 0,$$

где w_ξ и w_η — постоянные.

Найдем движение точки относительно системы K. Если в уравнения движения точки с помощью выведенных в § 3 формул преобразования ввести величины x, y, z, t, то получим

$$x = \frac{w_\xi + v}{1 + \dfrac{vw_\xi}{V^2}}t, \qquad y = \frac{\sqrt{1-(v/V)^2}}{1 + \dfrac{vw_\xi}{V^2}}w_\eta t, \qquad z = 0.$$

Итак, закон параллелограмма скоростей в нашей теории верен только в первом приближении. Положим

$$U^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2, \quad w^2 = w_\xi^2 + w_\eta^2 \quad \text{и} \quad \alpha = \operatorname{arctg}\frac{w_y}{w_x};$$

тогда α надо рассматривать как угол между скоростями v и w. После простого вычисления получается

$$U = \frac{\sqrt{(v^2 + w^2 + 2vw\cos\alpha) - \left(\dfrac{vw\sin\alpha}{V}\right)^2}}{1 + \dfrac{vw\cos\alpha}{V^2}}.$$

Замечательно, что v и w входят симметрично в выражение для результирующей скорости. Если w тоже имеет направление оси X (оси Ξ), то формула для U принимает следующий вид:

$$U = \frac{v + w}{1 + \frac{vw}{V^2}}.$$

Из этого уравнения следует, что результирующая скорость, получающаяся при сложении двух скоростей, которые меньше V, всегда меньше V. Положив $v = V - \varkappa$, $w = V - \lambda$, где $\varkappa$ и λ обе положительны и меньше V, имеем:

$$U = V \frac{2V - \varkappa - \lambda}{2V - \varkappa - \lambda + \frac{\varkappa\lambda}{V}} < V.$$

Далее следует, что скорость света V от сложения со скоростью, которая меньше скорости света, не может быть изменена. Для этого случая получается

$$U = \frac{V + w}{1 + \frac{w}{V}} = V.$$

В том случае, когда v и w имеют одинаковые направления, мы могли бы получить формулу для U также путем последовательного применения двух преобразований из § 3. Если мы наряду с системами K и k, фигурирующими в § 3, введем еще третью координатную систему k', движущуюся параллельно системе k вдоль оси Ξ со скоростью w, то получим уравнения, которые связывают величины x, y, z, t с соответствующими величинами системы k'. Они отличаются от найденных в § 3 только тем, что вместо v стоит величина

$$\frac{v + w}{1 + \frac{vw}{V^2}}.$$

Отсюда видно, что такие параллельные преобразования, как это и должно быть, образуют группу.

Таким образом, мы вывели необходимые нам положения кинематики, построенной в соответствии с нашими двумя принципами, и переходим теперь к тому, чтобы показать их применение в электродинамике.