II. Электродинамическая часть

§ 6. Преобразование уравнений Максвелла–Герца для пустого пространства. О природе электродвижущих сил, возникающих при движении в магнитном поле

Пусть уравнения Максвелла – Герца справедливы для пустого пространства в покоящейся системе K; в таком случае имеем

$$\frac{1}{V}\frac{\partial X}{\partial t}=\frac{\partial N}{\partial y}-\frac{\partial M}{\partial z},\qquad \frac{1}{V}\frac{\partial L}{\partial t}=\frac{\partial Y}{\partial z}-\frac{\partial Z}{\partial y},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Y}{\partial t}=\frac{\partial L}{\partial z}-\frac{\partial N}{\partial x},\qquad \frac{1}{V}\frac{\partial M}{\partial t}=\frac{\partial Z}{\partial x}-\frac{\partial X}{\partial z},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Z}{\partial t}=\frac{\partial M}{\partial x}-\frac{\partial L}{\partial y},\qquad \frac{1}{V}\frac{\partial N}{\partial t}=\frac{\partial X}{\partial y}-\frac{\partial Y}{\partial x},$$

где (X, Y, Z) — вектор напряженности электрического поля, (L, M, N) — вектор напряженности магнитного поля.

Если мы применим к этим уравнениям преобразование, которое было получено в § 3, и отнесем электромагнитные процессы к введенной там координатной системе, движущейся со скоростью v, то получим уравнения

$$\frac{1}{V}\frac{\partial X}{\partial \tau}=\frac{\partial \beta\left(N-\frac{v}{V}Y\right)}{\partial \eta}-\frac{\partial \beta\left(M+\frac{v}{V}Z\right)}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(Y-\frac{v}{V}N\right)}{\partial \tau}=\frac{\partial L}{\partial \zeta}-\frac{\partial \beta\left(N-\frac{v}{V}Y\right)}{\partial \xi},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(Z+\frac{v}{V}M\right)}{\partial \tau}=\frac{\partial \beta\left(M+\frac{v}{V}Z\right)}{\partial \xi}-\frac{\partial L}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial L}{\partial \tau}=\frac{\partial \beta\left(Y-\frac{v}{V}N\right)}{\partial \xi}-\frac{\partial \beta\left(Z+\frac{v}{V}M\right)}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(M+\frac{v}{V}Z\right)}{\partial \tau}=\frac{\partial \beta\left(Z+\frac{v}{V}M\right)}{\partial \xi}-\frac{\partial X}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(N-\frac{v}{V}Y\right)}{\partial \tau}=\frac{\partial X}{\partial \eta}-\frac{\partial \beta\left(Y-\frac{v}{V}N\right)}{\partial \xi},$$

где

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-(v/V)^2}}.$$

Принцип относительности требует, чтобы справедливые в системе K уравнения Максвелла–Герца для пустоты были бы также справедливы и в системе k; это значит, что для векторов напряженности электрического и магнитного полей $[(X', Y', Z')$ и $(L', M', N')]$, определенных в движущейся системе k через их пондеромоторные действия на электрические заряды, или, соответственно, магнитные массы, должны быть справедливы следующие уравнения:

$$\frac{1}{V}\frac{\partial X'}{\partial \tau} = \frac{\partial N'}{\partial \eta} - \frac{\partial M'}{\partial \zeta}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial L'}{\partial \tau} = \frac{\partial Y'}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z'}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Y'}{\partial \tau} = \frac{\partial L'}{\partial \zeta} - \frac{\partial N'}{\partial \xi}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial M'}{\partial \tau} = \frac{\partial Z'}{\partial \xi} - \frac{\partial X'}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Z'}{\partial \tau} = \frac{\partial M'}{\partial \xi} - \frac{\partial L'}{\partial \eta}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial N'}{\partial \tau} = \frac{\partial X'}{\partial \eta} - \frac{\partial Y'}{\partial \xi}.$$

Обе системы уравнений, найденные для системы k, очевидно, должны выражать в точности одно и то же, так как обе системы уравнений эквивалентны уравнениям Максвелла–Герца для системы K. Далее, так как уравнения обеих систем совпадают друг с другом во всем за исключением символов, изображающих векторы, то отсюда следует, что функции, стоящие в соответствующих местах обеих систем уравнений, должны быть равны между собой с точностью до множителя $\psi(v)$, общего для всех функций, который не зависит от ξ, η, ζ, τ, но может, вообще говоря, зависеть от v. Итак,

$$X' = \psi(v)X, \qquad L' = \psi(v)L,$$

$$Y' = \psi(v)\beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right), \qquad M' = \psi(v)\beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right),$$

$$Z' = \psi(v)\beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right), \qquad N' = \psi(v)\beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right).$$

Если обратить эту систему уравнений, во-первых, путем непосредственного решения и, во-вторых, с помощью обратного преобразования (из k в K), которое характеризуется скоростью $-v$, и принять во внимание, что обе получившиеся системы должны быть тождественны, то

$$\psi(v)\psi(-v) = 1.$$

Далее из соображений симметрии, следует[1]

$$\psi(v) = \psi(-v);$$

таким образом,

$$\psi(v) = 1$$

и наши уравнения принимают следующий вид:

$$\begin{aligned} X' &= X, & L' &= L, \\ Y' &= \beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right), & M' &= \beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right), \\ Z' &= \beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right), & N' &= \beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right). \end{aligned}$$

Для интерпретации этих уравнений заметим следующее. Пусть имеется точечный заряд, который при измерении в покоящейся системе K равен «единице», т.е., покоясь относительно покоящейся системы, он на расстоянии 1 см действует с силой в 1 дин на такое же количество электричества. Согласно принципу относительности, этот электрический заряд при измерении в движущейся системе тоже равен «единице». Если это количество электричества находится в покое относительно покоящейся системы, то вектор (X, Y, Z), согласно определению, равен силе, действующей на упомянутый заряд. Если же заряд находится в покое относительно движущейся системы (по крайней мере в соответствующий момент времени), то сила, действующая на него и измеренная в движущейся системе, равна вектору (X', Y', Z'). Следовательно, первые три из написанных выше уравнений можно сформулировать следующими двумя способами.

1. Если в электромагнитном поле движется единичный точечный заряд, то на него, кроме электрического поля, действует еще «электромоторная сила», которая при условии пренебрежения членами, пропорциональными второй и более высоким степеням v/V, равна деленному на скорость света векторному произведению скорости движения единичного заряда на напряженность магнитного поля. (Старая формулировка.)

2. Если единичный точечный заряд движется в электромагнитном поле, то действующая на него сила равна напряженности электрического поля в месте нахождения этого заряда, получающейся в результате

[1]Если, например, $X = Y = Z = L = M = 0$ и $N \neq 0$, то из соображений симметрии ясно, что, когда v меняет знак без изменения своего численного значения, Y' должно изменить свой знак также без изменения своего численного значения.

преобразования поля к координатной системе, покоящейся относительно этого заряда. (Новая формулировка.)

Аналогичные положения справедливы для «магнитомоторных сил». Мы видим, что в изложенной теории электромоторная сила играет роль вспомогательного понятия, которое своим введением обязано тому обстоятельству, что электрические и магнитные поля не существуют независимо от состояния движения координатной системы. Ясно, что асимметрия, упомянутая в введении при рассмотрении токов, возникающих вследствие относительного движения магнита и проводника, исчезает. Вопросы о том, где «сидят» электродинамические силы (униполярные машины), также теряют смысл.

§ 7. Теория аберрации и эффекта Допплера

Пусть в системе K очень далеко от начала координат находится некоторый источник электродинамических волн, которые в некоторой части пространства, включающей начало координат, могут быть с достаточной степенью точности представлены уравнениями

$$\begin{aligned} X &= X_0 \sin\Phi, & L &= L_0 \sin\Phi, \\ Y &= Y_0 \sin\Phi, & M &= M_0 \sin\Phi, \\ Z &= Z_0 \sin\Phi, & N &= N_0 \sin\Phi, \end{aligned}$$

$$\Phi = \omega\left(t - \frac{ax + by + cz}{V}\right).$$

Здесь (X_0, Y_0, Z_0) и (L_0, M_0, N_0) представляют собой векторы, определяющие амплитуду цуга волн; a, b, c — направляющие косинусы нормали к фронту волны.

Выясним теперь, каковы свойства этих волн, когда они исследуются наблюдателем, находящимся в покое относительно движущейся системы k. Применив найденные в § 6 формулы преобразования напряженностей электрического и магнитного полей, а также полученные в § 3 формулы преобразования координат и времени, получаем:

$$\begin{aligned} X' &= X_0 \sin\Phi', & L' &= L_0 \sin\Phi', \\ Y' &= \beta\left(Y_0 - \frac{v}{V}N_0\right)\sin\Phi', & M' &= \beta\left(M_0 + \frac{v}{V}Z_0\right)\sin\Phi', \end{aligned}$$