

которые входят в вычисления точно так же, как и обычные векторы трехмерного пространства.

§ 9. Некоторые применения теории относительности

Применим уравнения преобразования (I) к уравнениям Максвелла–Лоренца, описывающим электромагнитное поле. Пусть E_x, E_y, E_z — компоненты вектора напряженности электрического поля и M_x, M_y, M_z — компоненты вектора напряженности магнитного поля относительно системы отсчета S . Вычисления показывают, что если положить

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & M'_x &= M_x, \\ E'_y &= \beta \left(E_y - \frac{v}{c} M_z \right), & M'_y &= \beta \left(M_y + \frac{v}{c} E_z \right), \\ E'_z &= \beta \left(E_z + \frac{v}{c} M_y \right), & M'_z &= \beta \left(M_z - \frac{v}{c} E_y \right), \end{aligned} \quad (1)$$

то преобразованные уравнения идентичны исходным. Векторы (E'_x, E'_y, E'_z) и (M'_x, M'_y, M'_z) в уравнениях, записанных в системе S' , играют ту же роль, что и векторы (E_x, E_y, E_z) и (M_x, M_y, M_z) в уравнениях, записанных в системе S . Отсюда вытекает следующий важный вывод. *Существование электрического поля, равно как и магнитного, зависит от движения системы координат.*

Преобразованные уравнения позволяют определить электрическое поле по отношению к какой-либо системе координат S' , движущейся без ускорения, если известно поле относительно другой системы S того же типа.

Эти преобразования были бы невозможны, если бы состояние движения системы координат не входило в определение векторов поля. В этом можно тотчас же убедиться, если рассмотреть определение электрического поля: величина, направление и знак напряженности поля в данной точке определяются величиной пондеромоторной силы, с которой поле действует на единицу количества электричества, предполагаемую сосредоточенной в рассматриваемой точке и неподвижную по отношению к системе координат.

Формулы преобразования показывают, что встреченные нами трудности (§ 3), связанные с явлениями, вызванными относительными движениями замкнутого проводника и магнитного полюса, полностью преодолены в новой теории.

В самом деле, рассмотрим электрический заряд, движущийся равномерно относительно магнитного полюса. Мы можем вести наблюдение или из системы координат S , связанной с магнитом, или из системы координат S' , связанной с электрическим зарядом. По отношению к системе S существует только одно магнитное поле (M_x, M_y, M_z) и никакого электрического поля. Напротив, по отношению к системе S' существует, как видно из выражений для E'_y и E'_z , электрическое поле, действующее на электрический заряд, неподвижный относительно системы S' . Итак, трактовка явлений меняется в зависимости от состояния движения системы координат. Все зависит от точки зрения; тем не менее, эти изменения точек зрения не играют большой роли и во всяком случае не могут привести ни к каким противоречиям. Совсем иначе обстоит дело, когда эти изменения приписывали изменениям состояния среды, заполняющей все пространство.

Как уже отмечалось, зная законы, применимые к покоящемуся телу, можно немедленно найти законы, применимые к телу, движущемуся с большой скоростью. Так, например, можно получить уравнения движения материальной точки с массой m , имеющей заряд e (например, электрон) и находящейся под действием электромагнитного поля. Действительно, уравнения движения материальной точки в тот момент, когда ее скорость равна нулю, известны. Исходя из уравнений Ньютона и из определения напряженности электрического поля, имеем

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = eE_x, \quad (2)$$

а также еще два подобных уравнения для y - и z -компонент. Тогда, применяя уравнения преобразования (I) и соотношения (1) этого параграфа, находим для произвольно движущейся точки

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{m \frac{dx}{dt}}{\sqrt{1 - (u^2/c^2)}} \right\} = F, \quad (3)$$

где

$$u = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

и

$$F_x = a \left\{ E_x + \frac{1}{c} \left[\frac{dy}{dt} \cdot M_z - \frac{dz}{dt} \cdot M_y \right] \right\},$$

и два других подобных уравнения для остальных компонент. Эти уравнения позволяют проследить путь катодных и β -лучей в электромагнитном поле. Их точность почти так же несомненна, как и точность эксперимента Бухерера и Хупки.

Если мы хотим сохранить соотношение между силой и механической работой, а также теорему о моменте количества движения, то мы должны рассматривать входящие в эти уравнения векторы F_x, F_y, F_z как векторные компоненты пондеромоторной силы, действующей на движущуюся материальную точку. В этих условиях уравнения (3) следует рассматривать как наиболее общие уравнения движения материальной точки — уравнения, совместимые с принятыми здесь принципами и не зависящие от природы силы (F_x, F_y, F_z)

Если выразить математически, сначала в системе S , а затем в системе S' , тот факт, что при испускании и поглощении энергии, излучаемой телом, закон сохранения энергии, а также закон сохранения момента количества движения остаются в силе, то сам собой напрашивается важный вывод: масса любого тела зависит от содержащегося в нем количества энергии. Если обозначить через m массу, соответствующую определенному количеству энергии, содержащемуся в теле, то, увеличив на W энергию тела, мы получим массу, равную

$$m = \frac{W}{c^2},$$

где через c обозначена, как всегда, скорость света в пустоте.

Итак, закон сохранения массы, принятый в механике Ньютона, справедлив только для системы, энергия которой постоянна. Масса и энергия становятся такими же эквивалентными друг другу величинами, как, например, теплота и механическая работа. Таким образом, мы вплотную подошли к тому, чтобы рассматривать массу как сосредоточение колоссального количества энергии. К сожалению, изменения массы W/c^2 настолько малы, что в настоящее время нет никакой надежды обнаружить их экспериментальным путем.