относительно S') и «нештрихованными» (определенными относительно S) величинами или величинами только одного из этих классов опять можно получить правильное соотношение, заменяя нештрихованные величины соответствующими штрихованными и наоборот, а v на $-v$.

§ 4. Следствия из формул преобразования для твердых масштабов и часов

1. Пусть некоторое тело покоится относительно системы отсчета S'. Пусть x'_1, y'_1, z'_1 и x'_2, y'_2, z'_2 — координаты двух его материальных точек, отнесенные к S'. Между координатами этих точек x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 в системе отсчета S во всякое время t в системе S, в соответствии с выведенными в предыдущем параграфе формулами преобразований, существуют соотношения

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= \sqrt{1-(v^2/c^2)}(x'_2 - x'_1), \\ y_2 - y_1 &= y'_2 - y'_1, \\ z_2 - z_1 &= z'_2 - z'_1. \end{aligned} \tag{2}$$

Таким образом, кинематическая форма равномерно и прямолинейно движущегося тела зависит от его скорости относительно системы отсчета, причем кинематическая форма тела отличается от его геометрической формы только сокращением в направлении относительного движения в отношении $1 : \sqrt{1-(v^2/c^2)}$. Относительное движение систем отсчета со сверхсветовой скоростью несовместимо с нашими принципами.

2. Пусть в начале координат системы S' покоятся часы, идущие в ν_0 раз быстрее, чем часы, применяемые для измерения времени в системах S и S', т. е. пусть стрелки этих часов совершают ν_0 оборотов за время одного оборота стрелок покоящихся относительно них часов того же типа, которыми пользуются в системах S и S'. Спрашивается, как идут первые часы, если их рассматривать в системе S?

Стрелки рассматриваемых часов заканчивают оборот в промежутки времени $t'_n = n/\nu_0$, причем n принимает целые значения, и часы постоянно находятся в точке $x' = 0$. Отсюда с помощью двух первых формул преобразований для промежутков времени t_n, в течение которых стрелки часов заканчивают оборот в системе S, получаем

$$t_n = \beta t'_n = \frac{\beta}{\nu_0} n.$$

Следовательно, в системе S стрелки часов в единицу времени совершают $\nu = \frac{\nu_0}{\beta} = \nu_0\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ оборотов; другими словами, часы, движущиеся относительно некоторой системы отсчета со скоростью v, идут в этой системе медленнее в отношении $1 : \sqrt{1-(v^2/c^2)}$, чем те же часы в случае, если они покоятся относительно той же системы отсчета.

Формула $\nu = \nu_0\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ допускает очень интересное применение. В прошлом году И. Штарк[1] показал, что ионы, образующие каналовые лучи, дают линейчатый спектр, причем наблюдается сдвиг спектральных линий, который можно истолковать как эффект Допплера.

Поскольку колебательный процесс, соответствующий спектральной линии, вероятно, следует рассматривать как внутриатомный процесс, частота которого определяется только ионом, такой ион можно считать часами с определенной частотой ν_0, которую можно измерить, например, исследуя свет, испускаемый такими же ионами, покоящимися относительно наблюдателя. Тогда проведенное выше рассмотрение показывает, что эффект Допплера лишь частично объясняет влияние движения на частоту света, определяемую наблюдателем: собственную частоту (кажущуюся) излучающих ионов уменьшает, согласно приведенному выше соотношению [ср. §6, формулу (4а)], само движение ионов.

§5. Закон сложения скоростей

Пусть относительно системы S' равномерно движется точка согласно уравнениям

$$x' = u'_x t',$$
$$y' = u'_y t',$$
$$z' = u'_z t'.$$

Заменяя x', y', z', t' их выражениями через x, y, z, t с помощью формул преобразования (1), получаем x, y, z как функции t, а следовательно, и составляющие скорости точки w_x, w_y, w_z относительно системы S. В результате находим

$$w_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \quad w_y = \frac{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} u'_y, \quad w_z = \frac{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}} u'_z. \qquad (3)$$

[1] J. Stark. Ann. Phys., 1906, 21, 401.