

Следовательно, в системе S стрелки часов в единицу времени совершают $\nu = \frac{\nu_0}{\beta} = \nu_0 \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ оборотов; другими словами, часы, движущиеся относительно некоторой системы отсчета со скоростью v , идут в этой системе медленнее в отношении $1 : \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$, чем те же часы в случае, если они покоятся относительно той же системы отсчета.

Формула $\nu = \nu_0 \sqrt{1 - (v^2/c^2)}$ допускает очень интересное применение. В прошлом году И. Штарк¹ показал, что ионы, образующие канавовые лучи, дают линейчатый спектр, причем наблюдается сдвиг спектральных линий, который можно истолковать как эффект Допплера.

Поскольку колебательный процесс, соответствующий спектральной линии, вероятно, следует рассматривать как внутриатомный процесс, частота которого определяется только ионом, такой ион можно считать часами с определенной частотой ν_0 , которую можно измерить, например, исследуя свет, испускаемый такими же ионами, покоящимися относительно наблюдателя. Тогда проведенное выше рассмотрение показывает, что эффект Допплера лишь частично объясняет влияние движения на частоту света, определяемую наблюдателем: собственную частоту (кажущуюся) излучающих ионов уменьшает, согласно приведенному выше соотношению [ср. § 6, формулу (4а)], само движение ионов.

§ 5. Закон сложения скоростей

Пусть относительно системы S' равномерно движется точка согласно уравнениям

$$x' = u'_x t',$$

$$y' = u'_y t',$$

$$z' = u'_z t'.$$

Заменяя x' , y' , z' , t' их выражениями через x , y , z , t с помощью формул преобразования (1), получаем x , y , z как функции t , а следовательно, и составляющие скорости точки w_x , w_y , w_z относительно системы S . В результате находим

$$w_x = \frac{u'_x + v}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \quad w_y = \frac{\sqrt{1 - (v^2/c^2)} u'_y}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}, \quad w_z = \frac{\sqrt{1 - (v^2/c^2)} u'_z}{1 + \frac{vu'_x}{c^2}}. \quad (3)$$

¹J. Stark. Ann. Phys., 1906, 21, 401.

Следовательно, закон параллелограмма скоростей справедлив лишь в первом приближении. Полагая

$$\begin{aligned} u^2 &= u_x^2 + u_y^2 + u_z^2, \\ u'^2 &= {u'_x}^2 + {u'_y}^2 + {u'_z}^2 \end{aligned}$$

и обозначая через α угол между осью $x'(v)$ и направлением движения точки относительно $S'(w')$, получаем

$$u = \sqrt{\frac{(v^2 + u'^2 + 2vu' \cos \alpha) - \left(\frac{vu' \sin \alpha}{c^2}\right)^2}{1 + \frac{vu' \cos \alpha}{c^2}}}.$$

Если обе скорости (v и u') имеют одинаковое направление, то имеем

$$u = \frac{v + u'}{1 + \frac{vu'}{c^2}}.$$

Из этого соотношения следует, что при сложении двух скоростей, меньших c , всегда получается скорость, меньшая c . Так, если в последнее соотношение подставить $v = c - \varkappa$, $u' = c - \lambda$, где \varkappa и λ положительны и меньше c , то

$$u = c \frac{2c - \varkappa - \lambda}{2c - \varkappa - \lambda + \frac{\varkappa\lambda}{c}} < c.$$

Далее следует, что при сложении скорости света c и скорости, меньшей c , опять получается скорость света c .

Из закона сложения скоростей получается также другое интересное следствие: не может существовать взаимодействия, которое можно использовать для передачи сигналов и которое распространяется быстрее, чем свет в пустоте. Именно, пусть вдоль оси X системы S расположен материальный канал, относительно которого может распространяться некоторое действие со скоростью W , и пусть как в точке $x = 0$ (точка A), так и в точке $x = \lambda$ (точка B) оси X находится покоящийся относительно S наблюдатель. Наблюдатель в точке A посыпает сигнал наблюдателю в точке B при помощи вышеуказанного действия через

канал; при этом пусть последний не покоятся, а движется со скоростью v ($< c$) в *отрицательном* направлении оси x . Тогда, как следует из первого уравнения системы (3), сигнал будет переноситься из A в B со скоростью $(W - v)/(1 - Wv/c^2)$. Таким образом, необходимое для этого время T будет

$$T = l \frac{1 - \frac{Wv}{c^2}}{W - v}.$$

Скорость v может принимать любое значение, меньшее c . Если же $W > c$, как мы предположили, то v всегда можно выбрать так, что $T < 0$. Этот результат показывает, что мы вынуждены считать возможным механизм передачи сигнала, при использовании которого достигаемое действие предшествует причине. Хотя этот результат с чисто логической точки зрения и не содержит, по-моему, в себе никаких противоречий, он все же настолько противоречит характеру всего нашего опыта, что невозможность предположения $W > c$ представляется в достаточной степени доказанной.

§ 6. Применение формул преобразования к некоторым задачам оптики

Пусть интенсивность плоской световой волны, распространяющейся в вакууме, в системе S пропорциональна

$$\sin \omega \left(t - \frac{lx + my + nz}{c} \right),$$

а интенсивность той же волны в системе S' пропорциональна

$$\sin \omega' \left(t' - \frac{l'x' + m'y' + n'z'}{c} \right),$$

Формулы преобразования, полученные в § 3, требуют, чтобы между величинами ω , l , m , n и ω' , l' , m' , n' существовали следующие соотношения:

$$\begin{aligned} \omega' &= \omega \beta \left(1 - l \frac{v}{c} \right), \\ l' &= \frac{l - \frac{v}{c}}{1 - l \frac{v}{c}}, \quad m' = \frac{m}{\beta \left(1 - l \frac{v}{c} \right)}, \quad n' = \frac{n}{\beta \left(1 - l \frac{v}{c} \right)}. \end{aligned} \quad (4)$$