канал; при этом пусть последний не покоится, а движется со скоростью v ($< c$) в ***отрицательном*** направлении оси x. Тогда, как следует из первого уравнения системы (3), сигнал будет переноситься из A в B со скоростью $(W - v)/(1 - Wv/c^2)$. Таким образом, необходимое для этого время T будет

$$T = l\frac{1 - \frac{Wv}{c^2}}{W - v}.$$

Скорость v может принимать любое значение, меньшее c. Если же $W > c$, как мы предположили, то v всегда можно выбрать так, что $T < 0$. Этот результат показывает, что мы вынуждены считать возможным механизм передачи сигнала, при использовании которого достигаемое действие предшествует причине. Хотя этот результат с чисто логической точки зрения и не содержит, по-моему, в себе никаких противоречий, он все же настолько противоречит характеру всего нашего опыта, что невозможность предположения $W > c$ представляется в достаточной степени доказанной.

§ 6. Применение формул преобразования к некоторым задачам оптики

Пусть интенсивность плоской световой волны, распространяющейся в вакууме, в системе S пропорциональна

$$\sin\omega\left(t - \frac{lx + my + nz}{c}\right),$$

а интенсивность той же волны в системе S' пропорциональна

$$\sin\omega'\left(t' - \frac{l'x' + m'y' + n'z'}{c}\right),$$

Формулы преобразования, полученные в § 3, требуют, чтобы между величинами ω, l, m, n и ω', l', m', n' существовали следующие соотношения:

$$\omega' = \omega\beta\left(1 - l\frac{v}{c}\right),$$

$$l' = \frac{l - \frac{v}{c}}{1 - l\frac{v}{c}}, \qquad m' = \frac{m}{\beta\left(1 - l\frac{v}{c}\right)}, \qquad n' = \frac{n}{\beta\left(1 - l\frac{v}{c}\right)}. \tag{4}$$

Поясним формулу для ω' двумя разными способами, считая, что движется наблюдатель, а источник света (бесконечно удаленный) покоится, или, наоборот, что наблюдатель покоится, а источник движется.

1. Если наблюдатель движется со скоростью v по отношению к бесконечно удаленному источнику света частоты ν так, что линия «источник света — наблюдатель» образует угол φ со скоростью наблюдателя по отношению к системе координат, покоящейся относительно источника света, то частота ν' света, воспринимаемого наблюдателем, определяется соотношением

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

2. Если источник, испускающий в движущейся вместе с ним системе свет с частотой ν_0, движется так, что линия «источник света — наблюдатель» образует угол φ со скоростью источника света по отношению к системе, покоящейся относительно наблюдателя, то частота ν, воспринимаемая наблюдателем, определяется соотношением

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}. \tag{4a}$$

Оба эти соотношения выражают принцип Допплера в его общей форме, последнее соотношение позволяет определить, как зависит от скорости движения ионов и от направления наблюдения частота света, испускаемого (или поглощаемого) каналовыми лучами.

Далее, если обозначить через φ (или φ') угол между нормалью к фронту волны (направлением луча) и направлением движения системы S (или S') относительно системы S' (или S) (т. е. осью x или x'), соотношение для l' приобретает вид

$$\cos\varphi' = \frac{\cos\varphi - \frac{v}{c}}{1 - \cos\varphi\frac{v}{c}}.$$

Это соотношение показывает влияние относительного движения наблюдателя на видимое положение бесконечно удаленного источника света (аберрация).

Рассмотрим далее скорость распространения света в среде, движущейся в направлении светового луча. Пусть среда покоится относительно системы S', а интенсивность световой волны пропорциональна

$$\sin\omega'\left(t' - \frac{x'}{V'}\right) \quad \text{или} \quad \sin\omega\left(t - \frac{x}{V}\right),$$

в зависимости от того, относится этот процесс к системе S' или S. Из формул преобразования получаем:

$$\omega = \beta\omega'\left(1 + \frac{v}{V'}\right),$$

$$\frac{\omega}{V} = \beta\frac{\omega'}{V'}\left(1 + \frac{V'v}{c^2}\right).$$

При этом V' следует считать функцией ω', известной из оптики покоящихся тел. Разделив первое соотношение на второе, получим

$$V = \frac{V' + v}{1 + \dfrac{V'v}{c^2}}.$$

Это соотношение можно было бы получить и непосредственно, применяя закон сложения скоростей[1]. Если скорость V' считать известной, последнее соотношение полностью решает задачу. Если же можно считать известной лишь частоту (ω), отнесенную к «покоящейся» системе S, как, например, в известном опыте Физо, то для определения трех неизвестных ω', V' и V следует применять оба приведенных выше соотношения, связывающих ω' и V'.

Далее, если G (G') — групповая скорость, отнесенная к системе S (S'), то согласно закону сложения скоростей,

$$G = \frac{G' + v}{1 + \dfrac{G'v}{c^2}}.$$

Так как связь между G' и ω' следует брать из оптики покоящихся сред[2], а ω', согласно сказанному выше, можно вычислить из ω, то

[1] См. M. von Laue. Ann. Phys., 1907, 23, 989.

[2] Именно: $G' = \dfrac{V'}{1 + \dfrac{1}{V'}\dfrac{dV'}{\partial\omega'}}$.

групповую скорость G можно определить и в том случае, если задана только частота света относительно S, а также скорость движения тела и его природа.

II. Электродинамическая часть

§ 7. Преобразование уравнений Максвелла–Лоренца

Будем исходить из уравнений

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\left\{u_x\rho + \frac{\partial X}{\partial t}\right\} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z},\\
\frac{1}{c}\left\{u_y\rho + \frac{\partial Y}{\partial t}\right\} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x},\\
\frac{1}{c}\left\{u_z\rho + \frac{\partial Z}{\partial t}\right\} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y};
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{6}$$

В этих уравнениях через (X, Y, Z) обозначен вектор напряженности электрического поля, через (L, M, N) — вектор напряженности магнитного поля, через

$$\rho = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

— плотность электрического заряда, умноженная на 4π, и, наконец, через (u_x, u_y, u_z) — вектор скорости электрического заряда.

Эти уравнения вместе с предположением, что электрические заряды постоянно связаны с очень малыми твердыми телами (ионами, электронами), составляют основу лоренцовой электродинамики и оптики движущихся сред.