

IV. К механике и термодинамике систем

§ 11. О зависимости массы от энергии

Рассмотрим физическую систему, окруженную оболочкой, непрозрачной для излучения. Пусть эта система не закреплена в пространстве и не подвержена действию никаких иных сил, кроме электрических и магнитных сил окружающего пространства. Благодаря последним в систему может поступать энергия в форме работы и теплоты и эта энергия может претерпевать некие изменения внутри системы. Согласно соотношению (13), полученная физической системой энергия, отнесенная к S , определяется выражением

$$\int dE = \int dt \int \frac{\rho}{4\pi} (X_a u_x + Y_a u_y + Z_a u_z) d\omega,$$

где (X_a, Y_a, Z_a) означает вектор внешнего не принадлежащего к системе поля и $\rho/4\pi$ — плотность электричества в системе. Преобразуем это выражение, обращая соотношения (7а), (8) и (9) и учитывая, что, согласно уравнениям (1), функциональный определитель

$$\frac{D(x', y', z', t')}{D(x, y, z, t)}$$

равен единице. В результате получаем

$$\begin{aligned} \int dE = \beta \iint \frac{\rho'}{4\pi} (u'_x X'_a + u'_y Y'_a + u'_z Z'_a) d\omega' dt' + \\ + \beta v \iint \frac{\rho'}{4\pi} \left(X'_a + \frac{u'_y}{c} N'_a - \frac{u'_z}{c} M'_a \right) d\omega' dt', \end{aligned}$$

или, поскольку и в системе S' должен соблюдаться закон сохранения энергии,

$$dE = \beta dE' + \beta v \int \left[\sum K'_x \right] dt';$$

здесь смысл обозначений ясен.

Применим это соотношение к случаю, когда рассматриваемая система движется равномерно и прямолинейно так, что она, как целое, покоятся относительно системы отсчета S' . Тогда, если части системы движутся относительно S' так медленно, что квадраты скоростей

относительно S' пренебрежимо малы по сравнению с c^2 , в системе отсчета S' можно применять законы механики Ньютона. Например, в соответствии с теоремой о движении центра тяжести рассматриваемая система (точнее, ее центр тяжести) будет оставаться длительное время в покое лишь в том случае, если для произвольного значения t'

$$\sum K'_x = 0.$$

Несмотря на это, второй член в правой части соотношения (16) нельзя опускать, так как интегрирование по времени следует проводить между двумя определенными значениями t , а не t' .

Если же в начале и в конце рассматриваемого промежутка времени внешние силы не действуют на систему, то этот член обращается в нуль, так что мы получаем просто

$$dE = \beta dE'.$$

Из этого равенства мы прежде всего заключаем, что энергия (равномерно) движущейся системы, не подверженной действию внешних сил, представляет собой функцию двух переменных, а именно: энергии E_0 системы относительно сопутствующей системы отсчета¹ и скорости перемещения системы q , причем

$$\frac{\partial E}{\partial E_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}}.$$

Отсюда следует, что

$$E = \frac{1}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} E_0 + \varphi(q),$$

где $\varphi(q)$ — некоторая, пока еще не известная функция q .

В §§ 8 и 9 мы уже исследовали случай, когда E_0 равна нулю, т. е. когда энергия движущейся системы является функцией *только скорости* q . Из соотношения (14) непосредственно следует, что мы должны положить

$$\varphi(q) = \frac{\mu c^2}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} + \text{const.}$$

¹Здесь, как и в дальнейшем, нижний индекс 0 применяется для указания того, что рассматриваемая величина относится к системе отсчета, покоящейся по отношению к данной физической системе. Поскольку рассматриваемая система покоятся относительно системы отсчета S' , можно заменить здесь E' на E_0 .

Таким образом, мы получаем

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2} \right) \frac{c^2}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}}, \quad (16a)$$

причем здесь постоянная интегрирования опущена. Из сравнения этого выражения для E с содержащимся в соотношении (14) выражением для кинетической энергии материальной точки видно, что оба выражения имеют одинаковую форму; в отношении зависимости энергии от скорости рассматриваемая физическая система ведет себя как материальная точка с массой M , причем M зависит от энергии E_0 системы согласно формуле

$$M = \mu + \frac{E_0}{c^2}. \quad (17)$$

Этот результат имеет чрезвычайно важное теоретическое значение: в последнем соотношении инертная масса и энергия физической системы выступают как однородные величины. Масса μ эквивалентна в смысле инерции количеству энергии μc^2 . Поскольку E_0 можно отсчитывать от произвольного значения энергии, мы никак не можем отличить «истинную» массу системы от «кажущейся». Гораздо естественнее считать, что всякая инертная масса представляет собой запас энергии.

В соответствии с нашим результатом закон постоянства массы выполняется для отдельной физической системы только тогда, когда сохраняется ее энергия; в этом случае он равносителен закону сохранения энергии. Конечно, изменения массы в известных нам физических процессах всегда неизмеримо малы. Например, убыль массы системы, отддающей 1000 гкал, составляет $4,6 \cdot 10^{-11}$ г.

При радиоактивном распаде вещества освобождаются огромные количества энергии; но достаточно ли велико изменение массы, чтобы его можно было обнаружить.

По этому поводу Планк пишет: «Согласно И. Прехту¹, грамм-атом радия, если его окружить достаточно толстым слоем свинца, выделяет в час $134,4 \times 225 = 30240$ гкал. В соответствии с соотношением (17) уменьшение массы за час будет равно

$$\frac{30240 \cdot 419 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^{20}} \text{ г} = 1,41 \cdot 10^{-6} \text{ мг.}$$

¹J. Precht. Ann. Phys., 1906, 21, 599.

За год уменьшение массы составит 0,012 мг. Эта величина, конечно, все еще так мала, что она пока еще лежит за пределами экспериментальных возможностей, особенно если учесть высокий атомный вес радия». Напрашивается вопрос, нельзя ли достичь цели, применяя какой-либо косвенный метод. Пусть M — атомный вес распадающегося атома, m_1 , m_2 и т. д. — атомные веса конечных продуктов радиоактивного распада; тогда

$$M - \sum m = \frac{E}{c^2},$$

где E — энергия, выделяемая при распаде одного грамм-атома радиоактивного элемента; ее можно вычислить, если известны энергия, выделяемая в единицу времени при стационарном распаде, и среднее время распада. Успех применения метода зависит в первую очередь от того, существуют ли радиоактивные превращения, для которых $\frac{(M - \sum m)}{M}$ не слишком мало в сравнении с единицей. Для вышеупомянутого случая радия, если время жизни последнего принять равным 2600 лет, получается

$$\frac{M - \sum m}{M} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 2600}{250} = 0,00012.$$

Следовательно, если время жизни радия определено хоть в какой-то мере правильно, для проверки нашей формулы нужно было бы знать атомные веса соответствующих элементов с точностью до пятого знака. Это, конечно, недостижимо. Однако не исключено, что будут открыты радиоактивные процессы, в которых в энергию радиоактивных излучений превращается значительно большая часть массы исходного атома, чем в случае радия. По крайней мере, напрашивается вывод, что выделение энергии при распаде одного атома различается для разных веществ не меньше, чем скорость распада.

До сих пор молчаливо предполагалось, что такое изменение массы можно измерить обычно применяемым для измерения инструментом — весами, т. е. что соотношение

$$M = \mu + \frac{E_0}{c^2}$$

справедливо не только для *инертной* массы, но и для *тяготеющей* массы, или, другими словами, что инерция и тяжесть системы при всех обстоятельствах строго пропорциональны. Например, мы должны были

бы предположить, что замкнутое в полости излучение обладает не только инерцией, но и весом. Эта пропорциональность между инертной и тяжелой массой соблюдается без исключения для всех тел с достигнутой до настоящего времени точностью, так что впредь до доказательства обратного мы должны предполагать универсальность этой пропорциональности. В последней главе настоящей работы мы приведем новый аргумент в пользу этого предположения.

§ 12. Энергия и количество движения движущейся системы

Как и в предыдущем параграфе, рассмотрим свободно движущуюся в пространстве систему, окруженную непроницаемой для излучения оболочкой. Как и прежде, обозначим через X_a, Y_a, Z_a и т. д. компоненты внешнего электромагнитного поля, благодаря которому данная система обменивается энергией с другими системами. С помощью метода, примененного при выводе формулы (15), для этого внешнего поля получаем

$$\frac{d}{dt} \left[\int \frac{1}{4\pi c} (Y_a N_a - Z_a M_a) d\omega \right] + \int \frac{\rho}{4\pi} \left(X_a + \frac{u_y}{c} N_a - \frac{u_z}{c} M_a \right) d\omega = 0.$$

Предположим теперь, что закон сохранения количества движения всегда выполняется. Тогда та часть второго члена этого соотношения, в которой интегрирование производится по поверхности оболочки, должна представляться в виде производной по времени от величины G_x , полностью определяемой мгновенным состоянием системы; величину G_x назовем x -компонентой количества движения системы. Найдем теперь закон преобразования величины G_x . Применяя формулы преобразования (1) и (7)–(9) в точности так же, как в предыдущих параграфах, получаем соотношение

$$\begin{aligned} \int dG_x &= \beta \iint \frac{\rho'}{4\pi} \left(X'_a + \frac{u'_y}{c} N'_a - \frac{u'_z}{c} M'_a \right) d\omega' dt' + \\ &+ \frac{\beta v}{c^2} \iint \frac{\rho'}{4\pi} (X'_a u'_x + Y'_a u'_y + Z'_a u'_z) d\omega' dt', \end{aligned}$$

или

$$dG_x = \frac{\beta v}{c^2} dE' + \beta \int \left[\sum K'_x \right] dt'. \quad (18)$$