Заменяя аналогичным способом третий интеграл, получаем

$$\int \left[\sum K'_x\right] dt' = -d\left\{\frac{v}{c^2}\sum x'K'_x\right\}.$$

Теперь из соотношений (16) и (18) можно без труда вычислить энергию и количество движения; находим

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)\frac{c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} - \frac{q^2/c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\sum(\delta_0 K_{0\delta}), \qquad (16б)$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\left(\mu + \frac{E_0 - \sum(\delta_0 K_{0\delta})}{c^2}\right), \qquad (18б)$$

причем $K_{0\delta}$ означает продольную составляющую силы, отнесенной к сопутствующей системе координат, δ_0 — измеренное в той же системе расстояние точки приложения этой силы от плоскости, перпендикулярной направлению движения.

Если внешней силой, как мы будем предполагать в дальнейшем, является давление p_0, не зависящее от направления и действующее везде по нормали к поверхности системы, то, в частности,

$$\sum(\delta_0 K_{0\delta}) = -p_0 V_0, \qquad (19)$$

где V_0 — объем системы, отнесенный к сопутствующей системе отсчета. В этом случае формулы (16б) и (18б) принимают вид

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)\frac{c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} + \frac{q^2/c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} p_0 V_0, \qquad (16в)$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\left(\mu + \frac{E_0 + p_0 V_0}{c^2}\right), \qquad (18в)$$

§ 13. Объем и давление движущейся системы. Уравнения движения

Для определения состояния рассматриваемой системы используем величины E_0, p_0, V_0, определенные в системе отсчета, сопутствующей физической системе. Однако вместо указанных величин можно также использовать соответствующие величины, определенные в той системе отсчета, к которой относится количество движения G. Для этого необходимо исследовать, как меняется объем и давление при введении новой системы отсчета.

Пусть тело покоится в системе отсчета S'. Пусть далее V' — его объем в системе отсчета S', а V — его объем в системе отсчета S. Из уравнений (2) непосредственно следует

$$\int dx\,dy\,dz = \sqrt{1-(v^2/c^2)}\int dx'\,dy'\,dz',$$

или

$$V = V'\sqrt{1-(v^2/c^2)}.$$

Заменяя в соответствии с нашими обозначениями V' на V_0 и v на q, получаем

$$V = V_0\sqrt{1-(q^2/c^2)}. \tag{20}$$

Далее, чтобы найти формулу преобразования для сил давления, необходимо исходить из формул преобразования, справедливых для сил в общем случае. Поскольку мы определили движущие силы в § 8 так, что их можно заменить силовым воздействием электромагнитных полей на электрические заряды, здесь можно ограничиться отысканием формул преобразования для электромагнитных сил[1].

Рассмотрим электрический заряд ε, покоящийся относительно S'. Действующая на него сила в соответствии с соотношениями (12) определяется формулами

$$\begin{aligned}
K_x &= \varepsilon X, & K'_x &= \varepsilon X',\\
K_y &= \varepsilon\left(Y - \frac{v}{c}N\right), & K'_y &= \varepsilon Y',\\
K_z &= \varepsilon\left(Z + \frac{v}{c}M\right), & K'_z &= \varepsilon Z'.
\end{aligned}$$

Из этих формул и из формул (7а) следует

$$K'_x = K_x, \qquad K'_y = \beta K_y, \qquad K'_z = \beta K_z. \tag{21}$$

[1]Этим обстоятельством оправдывается также применявшийся в предыдущих исследованиях метод, который заключался в том, что мы вводили между рассматриваемыми системами взаимодействие лишь чисто электромагнитного характера. Результаты остаются справедливыми и в самом общем случае.

По этим формулам можно вычислить силы, если они известны в сопутствующей системе отсчета.

Рассмотрим теперь силу давления, действующую на элемент поверхности s', покоящийся относительно S'; тогда

$$\begin{aligned} K'_x &= p's'\cos l' &= p's'_x, \\ K'_y &= p's'\cos m' &= p's'_y, \\ K'_z &= p's'\cos n' &= p's'_z, \end{aligned}$$

где l', m', n' — направляющие косинусы нормали (направленной внутрь тела), а s'_x, s'_y, s'_z — проекции s'. Из уравнений (2) следует, что

$$s'_x = s_x, \qquad s'_y = \beta s_y, \qquad s'_z = \beta s_z,$$

причем s'_x, s'_y, s'_z — проекции элемента поверхности относительно системы отсчета S. Для составляющих рассматриваемой силы давления K_x, K_y, K_z относительно системы отсчета S из последних трех систем уравнений получаем:

$$\begin{aligned} K_x &= K'_x = p'S'_x = p'S_x = p's\cos l, \\ K_y &= \frac{1}{\beta}K'_y = \frac{1}{\beta}p'S'_y = p'S_y = p's\cos m, \\ K_z &= \frac{1}{\beta}K'_z = \frac{1}{\beta}p'S'_z = p'S_z = p's\cos n, \end{aligned}$$

причем s означает площадь элемента поверхности, l, m, n — направляющие косинусы его нормали в системе отсчета S. Таким образом, мы получаем, что давление p' относительно сопутствующей системы координат можно заменить в другой системе отсчета давлением той же величины, так же нормальным к элементу поверхности. Следовательно, в наших обозначениях

$$p' = p_0. \tag{22}$$

Соотношения (16в), (20) и (22) дают нам возможность определять состояние физической системы не только определенными в сопутствующей системе отсчета величинами E_0, V_0, p_0, но и величинами E, V, p, определенными в той же системе отсчета, что и количество движения G и скорость q системы. Например, если состояние рассматриваемой системы для сопутствующего наблюдателя полностью определяется двумя переменными (V_0 и E_0), а следовательно, ее уравнение состояния можно понимать как соотношение между p_0, V_0 и E_0, то уравнение состояния можно с помощью названных соотношений привести к виду

$$\varphi(q,\, p,\, V,\, E) = 0.$$

Преобразуя соответственно соотношение (18в), получаем

$$G = q\{\mu + (E + pV)/c^2\}. \tag{18г}$$

Это равенство вместе с соотношениями, выражающими закон сохранения количества движения

$$\frac{dG_x}{dt} = \sum K_x \quad \text{и т. д.},$$

полностью определяет переносное движение системы как целого, если кроме величин $\sum K_x$ и т. д. известны также величины E, p, V как функции времени, или если вместо последних трех функций известны три эквивалентных им параметра, характеризующих движение системы.

§ 14. Примеры

Пусть рассматриваемая система состоит из электромагнитного излучения, заключенного в невесомой полости, стенки которой уравновешивают давление излучения. Если на полость не действуют никакие внешние силы, то ко всей системе (включая полое тело) можно применить соотношения (16а) и (18а). Таким образом,

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}},$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} E_0 = q\frac{E}{c^2},$$

где E_0 — энергия излучения в сопутствующей системе отсчета.

Наоборот, если стенки полости идеально гибки и растяжимы, так что оказываемое на них давление излучения должно уравновешиваться внешними силами, исходящими от тел, не принадлежащих к рассматриваемой системе, то следует применить уравнения (16в) и (18в), в которые надлежит подставить известное значение давления излучения

$$p_0 = \frac{1}{3}\frac{E_0}{c^2};$$