(т.е. не только посредством других физических величин), мы должны использовать время τ: иначе одновременность двух событий не выражалась бы равенством значений времени обоих событий. Поскольку же при определении времени τ используются моменты времени по часам, находящимся в некотором произвольно выбранном месте, то при пользовании временем τ законы природы могут зависеть от координат.

§ 19. Влияние гравитационного поля на часы

Если в точке P с гравитационным потенциалом Φ находятся часы, показывающие местное время, то, согласно соотношению (30а), их показания в $(1 + \Phi/c^2)$ раз больше, чем τ, т.е. они идут в $(1 + \Phi/c^2)$ раз быстрее одинаковых с ними часов, находящихся в начале координат. Пусть показания обоих этих часов воспринимаются каким-нибудь способом, например, оптическим путем, наблюдателем, находящимся где-то в пространстве. Поскольку время $\Delta\tau$, проходящее между показанием часов и моментом, когда это показание будет воспринято наблюдателем, находящимся где-то в пространстве, не зависит от τ, то часы в точке P' идут в $(1+\Phi/c^2)$ раз быстрее, чем часы в начале координат. В этом смысле можно сказать, что процесс, происходящий в часах, — и вообще любой физический процесс — протекает тем быстрее, чем больше гравитационный потенциал в области, где разыгрывается этот процесс.

Существуют «часы», находящиеся в местах с различными гравитационными потенциалами, скорость «хода» которых можно проконтролировать с большой точностью; это — источники света с линейчатым спектром. Из сказанного выше следует[1], что свет, приходящий от такого источника, расположенного на поверхности Солнца, обладает длиной волны, приблизительно на две миллионных доли большей, чем свет, испускаемый теми же атомами на Земле.

§ 20. Влияние тяготения на электромагнитные процессы

Если мы будем относить электромагнитный процесс в некоторый момент времени к неускоренной системе отсчета S', мгновенно покоя-

[1] В предположении, что соотношение (30а) выполняется также в неоднородном гравитационном поле.

щейся. относительно системы отсчета Σ, движущейся равномерно ускоренно, то в соответствии с (5) и (6) выполняются уравнения

$$\frac{1}{c}\left(\rho' u'_x + \frac{\partial X'}{\partial t}\right) = \frac{\partial N'}{\partial y'} - \frac{\partial M'}{\partial z'} \quad \text{и т. д.}$$

и

$$\frac{1}{c}\frac{\partial L'}{\partial t} = \frac{\partial Y'}{\partial z'} - \frac{\partial Z'}{\partial y'} \quad \text{и т. д.}$$

Согласно сказанному выше, величины ρ', u', X', L', x' и т. д., отнесенные к системе отсчета S', можно сразу приравнять соответствующим величинам ρ, u, X, L, ξ и т. д., отнесенным к Σ, если мы ограничиваемся бесконечно малым временем[1], бесконечно близким к времени относительного покоя S' и Σ. Далее t' мы должны заменить местным временем σ. Однако для этого нельзя положить просто

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial \sigma}$$

по той причине, что покоящаяся относительно системы отсчета Σ точка, к которой должны относиться преобразованные к Σ уравнения, за время $dt' = d\sigma$ меняет свою скорость относительно S', причем, согласно соотношениям (7а) и (7б), этому изменению соответствует изменение во времени компонент поля, отнесенных к системе отсчета Σ. Поэтому следует положить:

$$\frac{\partial X'}{\partial t'} = \frac{\partial X}{\partial \sigma}, \qquad \frac{\partial L'}{\partial t'} = \frac{\partial L}{\partial \sigma},$$

$$\frac{\partial Y'}{\partial t'} = \frac{\partial Y}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}N, \qquad \frac{\partial M'}{\partial t'} = \frac{\partial M}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}Z,$$

$$\frac{\partial Z'}{\partial t'} = \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}M, \qquad \frac{\partial N'}{\partial t'} = \frac{\partial N}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}Y.$$

Таким образом, уравнения электромагнитного поля, отнесенные к Σ, принимают вид

[1]Это ограничение не влияет на пределы применимости наших результатов, поскольку выводимые далее законы природы по существу не могут зависеть от времени.

$$\frac{1}{c}\left(\rho u_\xi + \frac{\partial X}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial N}{\partial \eta} - \frac{\partial M}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{c}\left(\rho u_\eta + \frac{\partial Y}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}N\right) = \frac{\partial L}{\partial \zeta} - \frac{\partial N}{\partial \xi},$$

$$\frac{1}{c}\left(\rho u_\zeta + \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}M\right) = \frac{\partial M}{\partial \xi} - \frac{\partial L}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial L}{\partial \sigma} = \frac{\partial Y}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\partial M}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}Z\right) = \frac{\partial Z}{\partial \xi} - \frac{\partial X}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\partial N}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}Y\right) = \frac{\partial X}{\partial \eta} - \frac{\partial Y}{\partial \xi}.$$

Умножим эти уравнения на $\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$ и введем обозначения

$$X^* = X\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right), \quad Y^* = Y\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right), \quad \text{и т. д.}$$

$$\rho^* = \rho\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right).$$

Далее, пренебрегая членами второй степени по γ, получаем уравнения

$$\frac{1}{c}\left(\rho^* u_\xi + \frac{\partial X^*}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial N^*}{\partial \eta} - \frac{\partial M^*}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{c}\left(\rho^* u_\eta + \frac{\partial Y^*}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial L^*}{\partial \zeta} - \frac{\partial N^*}{\partial \xi}, \tag{31a}$$

$$\frac{1}{c}\left(\rho^* u_\zeta + \frac{\partial Z^*}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial M^*}{\partial \xi} - \frac{\partial L^*}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial L^*}{\partial \sigma} = \frac{\partial Y^*}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z^*}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial M^*}{\partial \sigma} = \frac{\partial Z^*}{\partial \xi} - \frac{\partial X^*}{\partial \zeta}, \tag{32a}$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial N^*}{\partial \sigma} = \frac{\partial X^*}{\partial \eta} - \frac{\partial Y^*}{\partial \xi}.$$

Из этих уравнений прежде всего видно, какое влияние оказывает гравитационное поле на статические и стационарные явления. В этих случаях выполняются такие же закономерности, как в поле без тяготения, с той лишь разницей, что компоненты поля X и т. д. заменяются на $X\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$ и т. д. и ρ на $\rho\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$.

Для рассмотрения хода нестационарных процессов мы будем пользоваться временем τ как при дифференцировании по времени, так и для определения скоростей, т. е., согласно соотношению (30), положим

$$\frac{\partial}{\partial\tau}=\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\frac{\partial}{\partial\sigma} \quad \text{и} \quad w_\xi=\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)u_\xi.$$

Таким образом, мы получаем

$$\frac{1}{c\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)}\left(\rho^* w_\xi+\frac{\partial X^*}{\partial\tau}\right)=\frac{\partial N^*}{\partial\eta}-\frac{\partial M^*}{\partial\xi} \quad \text{и т. д.} \tag{31б}$$

и

$$\frac{1}{c\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)}\cdot\frac{\partial L^*}{\partial\tau}=\frac{\partial Y^*}{\partial\zeta}-\frac{\partial Z^*}{\partial\eta} \quad \text{и т. д.} \tag{32б}$$

Эти уравнения имеют такой же вид, как в неускоренной системе или пространстве, свободном от тяготения; но вместо c в них входит величина

$$c\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)=c\left(1+\frac{\Phi}{c^2}\right).$$

Отсюда следует, что световые лучи, распространяющиеся не по оси X, искривляются гравитационным полем; изменение направления, как легко видеть, составляет $\frac{\gamma}{c^2}\sin\varphi$ на 1 см пути света, где φ означает угол между направлениями силы тяжести и светового луча.

С помощью этих формул и уравнений для поля и электрического тока в точке, известных из оптики покоящихся сред, можно определить влияние гравитационного поля на оптические явления в покоящихся средах. При этом следует учитывать, что уравнения оптики покоящихся сред выполняются для местного времени σ. К сожалению, согласно нашей теории, влияние поля тяготения Земли так незначительно (вследствие того, что величина $\frac{\gamma x}{c^2}$ мала), что нет никаких перспектив на сравнение результатов теории с опытом.

Умножая уравнения (31а) и (32а) соответственно на $\frac{X^*}{4\pi}, \ldots, \frac{N^*}{4\pi}$ и интегрируя по бесконечному пространству, получаем в наших прежних обозначениях

$$\int \left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\frac{\rho}{4\pi}(u_\xi X + u_\eta Y + u_\zeta Z)\,d\omega + \\ + \int \left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)^2 \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial\sigma}(X^2+Y^2+\ldots+N^2)\,d\omega = 0.$$

При этом

$$\frac{\rho}{4\pi}(u_\xi X + u_\eta Y + u_\zeta Z)$$

есть энергия η_σ, подводимая к веществу в единицу объема за единицу местного времени σ, при условии, что эта энергия измеряется прибором, находящимся в рассматриваемой области. Следовательно, согласно соотношению (30),

$$\eta_\sigma = \eta_\tau\left(1-\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$$

представляет собой энергию, подведенную (и так же измеренную) к веществу в единицу объема за единицу времени τ; $\frac{1}{8\pi}(X^2+Y^2+\ldots+N^2)$ есть электромагнитная энергия ε на единицу объема, измеренная таким же способом. Учитывая далее, что, согласно (30), $\frac{\partial}{\partial\sigma}=\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\frac{\partial}{\partial\tau}$, получаем

$$\int\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\eta_\tau\,d\omega + \frac{d}{d\tau}\left\{\int\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\varepsilon\,d\omega\right\} = 0.$$

Это соотношение выражает закон сохранения энергии и содержит весьма примечательный результат. Вкладу энергии $E = \varepsilon\,d\omega$ (или приросту энергии $\eta\,d\omega\,d\tau$) в интеграл энергии соответствует еще дополнительный вклад величиной $\frac{E}{c^2}\gamma\xi = \frac{E}{c^2}\Phi$, связанной с местом, где находится E. Следовательно, каждому количеству энергии E в гравитационном поле соответствует потенциальная энергия, по величине равная потенциальной энергии «тяжелой» массы величиной E/c^2.

Таким образом, выведенная в § 11 теорема о том, что энергии E соответствует масса величиной E/c^2, выполняется не только для *инертной,* но и для *тяготеющей* массы, если остается в силе предположение, введенное в § 17.

Поступила 4 декабря 1907 г.

В этой статье поставлен вопрос о влиянии постоянного гравитационного поля на частоту излучаемого света. Вычисления отклонения луча света еще не учитывали эффекта кривизны пространства, а потому привели к результату, вдвое меньшему правильного.

Некоторые опечатки в этой статье были исправлены Эйнштейном в заметке, опубликованной в следующем томе «Jahrbuch d. Radioakt.» (1908, 5, 98, 99); в той же заметке, отвечая на письмо Планка, он уточняет понятие «равномерно ускоренного движения».

«В используемой нами кинематике ускорение dv/dt зависит от состояния (неускоренной) системы отсчета. Из всех значений ускорения, которые можно рассматривать для определенной эпохи движения, выделяется значение, отвечающее системе отсчета, относительно которой тело имеет скорость $v = 0$. Именно это значение ускорения должно оставаться постоянным при «равномерно ускоренном» движении. Использованное на стр. 128 соотношение $v = \gamma t$ справедливо только в первом приближении; это, однако, достаточно, так как мы учитываем лишь линейные члены».