ходимо тело отсчета, относительно которого измеряется расстояние. Проще всего принять за тело отсчета (систему координат) сам поезд. Находящийся в поезде наблюдатель измеряет расстояние, откладывая свой масштаб по прямой линии, например, вдоль пола вагона, пока не достигнет от одной отмеченной точки до другой. Число, показывающее, сколько раз должен быть отложен масштаб, и есть искомое расстояние.

Иначе обстоит дело, если расстояние должно измеряться по полотну железной дороги. Тогда можно воспользоваться следующим методом. Пусть A' и B' — две точки поезда, расстояние между которыми требуется определить; пусть обе эти точки движутся вдоль железнодорожного полотна со скоростью v. Сначала мы найдем точки A и B полотна железной дороги, с которыми совпадают точки поезда A' и B' в определенный момент времени t при наблюдении с полотна дороги. Эти точки A и B полотна дороги можно найти с помощью определения времени, данного в § 8. Затем измеряется расстояние между этими точками A и B путем откладывания единичного масштаба вдоль полотна дороги.

Априори не исключено, что результат этого последнего измерения не совпадает с результатом первого. Следовательно, при измерении с полотна железной дороги длина поезда может оказаться иной, чем при измерении в самом поезде. Это обстоятельство является вторым возражением против, на первый взгляд очевидного, вывода § 6. Именно, если человек в вагоне проходит в единицу времени, *измеряемого в поезде*, отрезок w, то *при измерении с полотна дороги* этот отрезок не обязательно должен равняться w.

§ 11. Преобразование Лоренца

Выводы последних трех параграфов показывают, что кажущаяся несовместимость закона распространения света с принципом относительности, отмеченная в § 7, выведена на основе двух ничем не оправдываемых гипотез классической механики; эти гипотезы гласят:

1. Промежуток времени между двумя событиями не зависит от состояния движения тела отсчета.

2. Расстояние между двумя точками твердого тела не зависит от состояния движения тела отсчета.

Если отказаться от этих гипотез, то исчезает дилемма § 7, поскольку выведенная в § 6 теорема сложения скоростей будет уже неприме-

нима. Появляется возможность согласовать закон распространения света в пустоте с принципом относительности. Мы приходим к вопросу: какие изменения надо внести в рассуждения § 6, чтобы устранить кажущееся противоречие между обоими этими фундаментальными эмпирическими фактами. Этот вопрос приводит к более общему вопросу. В § 6 мы встречаемся с понятиями места и времени относительно поезда и относительно полотна дороги. Как найти место и время какого-либо события относительно поезда, если известны место и время события относительно полотна железной дороги? Мыслим ли такой ответ на этот вопрос, чтобы закон распространения света в пустоте не противоречил принципу относительности? Иными словами, мыслимо ли такое соотношение между временем и местом отдельных событий относительно двух тел отсчета, чтобы любой световой луч обладал одной и той же скоростью c относительно полотна дороги и относительно поезда? Этот вопрос приводит к вполне определенному утвердительному ответу, к вполне определенному закону преобразования пространственно-временных величин некоторого события при переходе от одного тела отсчета к другому.

Прежде чем перейти к этому, сделаем несколько предварительных замечаний. До сих пор мы рассматривали лишь события, происходившие вдоль полотна железной дороги, которое формально играло роль прямой линии. Однако указанным в § 2 способом это тело отсчета можно представить себе продолженным, как было при помощи системы стержней, в стороны и вверх таким образом, что любое событие может быть локализовано по отношению к этой системе. Аналогично можно представить себе поезд, идущий со скоростью v и заполняющий все пространство так, что любое сколь угодно удаленное событие могло бы быть локализовано и относительно этого второго тела отсчета. Не делая принципиальной ошибки, можно отвлечься от того обстоятельства, что в действительности такая система не может существовать вследствие непроницаемости твердых тел.

В каждой подобной системе представим себе три взаимно перпендикулярные плоские стенки, которые назовем «координатными плоскостями» («система координат»). Тогда полотну железной дороги соответствует система координат K, а поезду — система координат K'. Всякое событие фиксируется в пространстве тремя перпендикулярами x, y, z, опускаемыми на координатные плоскости, и во времени — указанием некоторого момента времени t. *То же событие* — относи-

тельно координатной системы K' фиксируется в пространстве и времени соответствующими значениями x', y', z', t', очевидно, не совпадающими с x, y, z, t. Выше мы подробно изложили, как надо интерпретировать эти величины в терминах физических измерений.

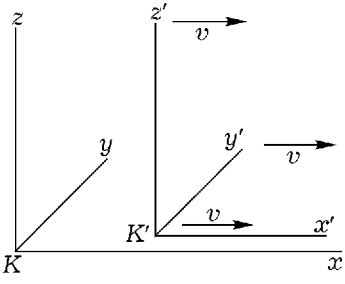

Рис. 2

Наша задача в точной формулировке сводится к следующему. Каковы значения x', y', z', t' некоторого события относительно системы K', если заданы значения x, y, z, t того же события относительно системы K? Соотношения должны быть выбраны так, чтобы для одного и того же светового луча (причем для любого) относительно K и K' выполнялся закон распространения света в пустоте. Эта задача для приведенного на рис. 2 пространственного расположения систем координат решается следующими уравнениями:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Эта система уравнений носит название «преобразования Лоренца»[1].

Но если бы вместо закона распространения света мы молчаливо исходили из представлений старой механики об абсолютном характере времени и протяженности, то вместо этих уравнений преобразования мы получили бы уравнения

$$\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t. \end{aligned}$$

Последнюю систему уравнений часто называют «преобразованием Галилея». Преобразование Галилея выводится из преобразования Лоренца, если в последнем скорость света c положить равной бесконечно большому значению.

[1] Простой вывод преобразования Лоренца дан в Приложении I.

Справедливость закона распространения света в пустоте как для тела отсчета K, так и для тела отсчета K' при преобразовании Лоренца легко видеть из следующего примера. Пусть в положительном направлении оси x посылается некоторый световой сигнал, который распространяется согласно уравнению

$$x = ct,$$

т. е. со скоростью c. Согласно уравнениям преобразования Лоренца, это простое соотношение между x и t обусловливает соотношение между x' и t'. В самом деле, если в первое и четвертое уравнения преобразования Лоренца подставить ct вместо x, то получаем

$$x' = \frac{(c-v)t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

$$t' = \frac{(1-v/c)t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

откуда путем деления получаем

$$x' = ct'.$$

Это уравнение описывает распространение света, когда оно отнесено к системе K'. Таким образом, скорость света равна c также и относительно тела отсчета K. Аналогичный результат может быть получен и для световых лучей, распространяющихся в любом другом направлении. Это и неудивительно, так как уравнения преобразования Лоренца выведены именно в предположении этого результата.

§ 12. Свойства движущихся масштабов и часов

Я кладу метровую линейку вдоль оси x' системы K' так, чтобы ее начало находилось в точке $x' = 0$, а конец — в точке $x' = 1$. Какова длина этой линейки относительно системы K? Чтобы узнать это, достаточно спросить лишь, где находятся ее начало и конец относительно K в определенный момент t в системе K. Для начала и конца линейки из первого уравнения преобразования Лоренца при $t = 0$ находим

$$x(\text{начало линейки}) = 0 \cdot \sqrt{1-(v^2/c^2)},$$

$$x(\text{конец линейки}) = 1 \cdot \sqrt{1-(v^2/c^2)}.$$