Справедливость закона распространения света в пустоте как для тела отсчета $K$, так и для тела отсчета $K'$ при преобразовании Лоренца легко видеть из следующего примера. Пусть в положительном направлении оси $x$ посылается некоторый световой сигнал, который распространяется согласно уравнению

$$x = ct,$$

т. е. со скоростью $c$. Согласно уравнениям преобразования Лоренца, это простое соотношение между $x$ и $t$ обусловливает соотношение между $x'$ и $t'$. В самом деле, если в первое и четвертое уравнения преобразования Лоренца подставить $ct$ вместо $x$, то получаем

$$x' = \frac{(c - v)t}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}},$$

$$t' = \frac{(1 - v/c)t}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}},$$

откуда путем деления получаем

$$x' = ct'.$$

Это уравнение описывает распространение света, когда оно отнесено к системе $K'$. Таким образом, скорость света равна $c$ также и относительно тела отсчета $K$. Аналогичный результат может быть получен и для световых лучей, распространяющихся в любом другом направлении. Это и неудивительно, так как уравнения преобразования Лоренца выведены именно в предположении этого результата.

## § 12. Свойства движущихся масштабов и часов

Я кладу метровую линейку вдоль оси $x'$ системы $K'$ так, чтобы ее начало находилось в точке $x' = 0$, а конец — в точке $x' = 1$. Какова длина этой линейки относительно системы $K$? Чтобы узнать это, достаточно спросить лишь, где находятся ее начало и конец относительно $K$ в определенный момент $t$ в системе $K$. Для начала и конца линейки из первого уравнения преобразования Лоренца при $t = 0$ находим

$$x(\text{начало линейки}) = 0 \cdot \sqrt{1 - (v^2/c^2)},$$

$$x(\text{конец линейки}) = 1 \cdot \sqrt{1 - (v^2/c^2)}.$$

Таким образом, расстояние между обеими этими точками равно $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$. Но относительно $K$ метровая линейка движется со скоростью $v$. Отсюда следует, что длина твердой метровой линейки, движущейся в направлении своей длины со скоростью $v$, составляет $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$. Таким образом, движущаяся твердая линейка короче, чем та же линейка, находящаяся в покое, причем тем короче, чем быстрее она движется. При скорости $v = c$ получаем $\sqrt{1-(v^2/c^2)} = 0$; при еще бóльших скоростях корень становится мнимым. Из этого мы заключаем, что в теории относительности $c$ играет роль предельной скорости, которой нельзя достигнуть и которую тем более не может превзойти скорость какого-либо реального тела.

Эта роль $c$ как предельной скорости вытекает уже из самих уравнений преобразования Лоренца, поскольку эти уравнения теряют смысл, когда $v$ превышает $c$.

Наоборот, если бы мы рассматривали метровую линейку, расположенную вдоль оси $x$ и покоящуюся относительно $K$, то нашли бы, что относительно $K'$ ее длина равна $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$; это заключено уже в самом смысле принципа относительности, положенного в основу наших рассуждений.

Априори ясно, что из уравнений преобразования можно получить некоторые данные о физических свойствах масштабов и часов. В самом деле величины $x$, $y$, $z$, $t$ представляют собой не что иное, как результаты измерений с помощью масштабов и часов. Если бы мы положили в основу преобразования Галилея, то мы не имели бы сокращения масштабов вследствие движения.

Рассмотрим теперь секундомер, покоящийся длительное время в начале координат ($x' = 0$) системы $K'$. Тогда $t = 0$ и $t = 1$ соответствуют двум последовательным ударам этих часов. Для этих моментов времени первое и четвертое уравнения преобразования Лоренца дают:

$$t = 0 \quad \text{и} \quad t = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Относительно системы $K$ часы движутся со скоростью $v$; при наблюдении из этой системы отсчета между двумя ударами этих часов проходит не секунда, а $1/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ секунд, т.е. несколько большее время. Часы, вследствие своего движения, идут медленнее, чем в состоянии покоя. Здесь скорость $c$ также играет роль недостижимой предельной скорости.