§ 26. Пространственно-временной континуум специальной теории относительности как евклидов континуум

Теперь мы можем несколько точнее сформулировать мысль Минковского, которая лишь в общих чертах намечена в § 17. Согласно специальной теории относительности, преимущества для описания четырехмерного пространственно-временного континуума дают определенные системы координат. Мы назвали их «галилеевыми системами координат». Для этих систем четыре координаты x, y, z, t, которые определяют некоторое событие, или, иначе говоря, точку четырехмерного континуума, физически определяются простым путем, подробно описанным в первой части настоящей работы. Для перехода от одной галилеевой системы к другой, движущейся равномерно относительно первой, применимы уравнения преобразования Лоренца. Последние служат основой для вывода следствий специальной теории относительности и представляют собой не что иное, как выражение универсальной применимости закона распространения света для всех галилеевых систем отсчета.

Минковский нашел, что преобразования Лоренца удовлетворяют следующим простым условиям. Рассмотрим два соседних события, взаимное положение которых в четырехмерном континууме по отношению к галилееву телу отсчета K определяется разностями dx, dy, dz пространственных координат и разностью dt времени. По отношению ко второй галилеевой системе отсчета мы будем предполагать, что соответствующие разности для этих двух событий есть dx', dy', dz', dt'. Тогда для этих величин всегда выполняется следующее условие[1]:

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2.$$

Из этого условия следует справедливость преобразования Лоренца. Это можно выразить следующим образом. Величина

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2,$$

которая относится к двум соседним точкам четырехмерного пространственно-временного континуума, имеет одно и то же значе-

[1]См. Приложения I и II. Выведенные там соотношения (11а) и (12) для самих координат справедливы также для *разностей* координат, а следовательно, и для дифференциалов координат (бесконечно малых разностей).

ние для всех выбранных (галилеевых) тел отсчета. Если мы заменим x, y, z, $\sqrt{-1}ct$ соответственно на x_1, x_2, x_3, x_4, то в результате получим, что выражение

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

не зависит от выбора тела отсчета. Величину ds мы называем «расстоянием» между двумя событиями или точками четырехмерного континуума.

Итак, если мы выбрали в качестве временно́й переменной мнимую величину $\sqrt{-1}ct$ вместо вещественной величины t, мы можем рассматривать пространственно-временной континуум — согласно специальной теории относительности — как «евклидов» четырехмерный континуум; этот результат следует из последнего параграфа.

§ 27. Пространственно-временной континуум общей теории относительности не является евклидовым

В первой части этой работы мы имели возможность пользоваться пространственно-временными координатами, которые допускали непосредственную простую физическую интерпретацию и которые могли, согласно § 26, рассматриваться как четырехмерные декартовы координаты. Эта возможность следовала из закона постоянства скорости света. Но, согласно § 21, в общей теории относительности этот закон уже не справедлив. Наоборот, мы пришли к выводу, что, согласно последней, скорость света всегда должна зависеть от координат, если присутствует гравитационное поле. В связи со специальным примером в § 23 мы нашли, что гравитационное поле делает невозможным то определение координат и времени, которое привело нас к цели в специальной теории относительности.

Из этих соображений мы приходим к убеждению, что, согласно общему принципу относительности, пространственно-временной континуум не может рассматриваться как евклидов и что здесь мы встречаемся с общим случаем, с которым мы ознакомились на примере двумерного континуума неравномерно нагретой доски стола. Так же, как в указанном примере было невозможно построить декартову систему координат из одинаковых линеек, здесь невозможно построить из твердых тел и часов такую систему (тело отсчета), чтобы линейки и часы,