Такой мир, материя которого сконцентрирована в конечном пространстве, должен был бы медленно, но систематически опустошаться.

Чтобы избежать этих следствий, Зеелигер изменил закон Ньютона, предположив, что притяжение двух масс на больших расстояниях убывает быстрее, чем по закону $1/r^2$. Тогда плотность может оставаться постоянной всюду в бесконечной Вселенной, не приводя к бесконечно большим полям тяготения. Так можно освободиться от неприятного представления о том, что материальный мир обладает каким-то центром. Правда, это освобождение от описанных выше принципиальных трудностей достигается ценой изменения и усложнения закона Ньютона, которые не имеют ни экспериментального, ни теоретического обоснования.

Можно указать сколько угодно законов, приводящих к тому же результату, причем нет оснований предпочесть один другому; каждый из этих законов, как и закон Ньютона, не обоснован общими теоретическими принципами.

§ 31. Возможность конечного и все же неограниченного мира

Предположения о структуре Вселенной развивались еще и в совершенно ином направлении. А именно: развитие неевклидовой геометрии привело к осознанию того факта, что можно сомневаться в *бесконечности* нашего пространства, не вступая в противоречие с законами мышления и с опытом (Риман, Гельмгольц). Эти соображения уже детально выяснены с исключительной отчетливостью Гельмгольцем и Пуанкаре; здесь же я могу лишь кратко коснуться этого вопроса.

Сначала представим себе некоторое двумерное пространство. Пусть *в плоскости* свободно передвигаются плоские существа с плоскими инструментами, в частности с плоскими жесткими масштабами. Для них ничего не существует вне этой плоскости, тогда как все происходящее в их плоскости и наблюдаемое ими самими или при помощи их плоских инструментов является каузально замкнутым. В частности, для них осуществимы построения плоской евклидовой геометрии с помощью линеек, например, рассмотренное в § 24 построение сетки. Мир этих существ, в отличие от нашего, является пространственно-двумерным, но, как и наш мир, простирается в бесконечность. В их мире умещается бесконечно много одинаковых квадратов, построенных из линеек, т. е. объем (поверхность) этого двумерного мира бесконечен. Утверждение существ этого мира, что их мир является «плоским», имеет тот смысл, что при помощи имеющихся у них линеек можно выполнить построения из квадратов в плоской евклидовой геометрии, причем каждая линейка, независимо от своего положения, всегда представляет один и тот же отрезок.

Теперь снова представим себе двумерное существо, но не на плоскости, а на сферической поверхности. Плоские существа со своими масштабами и другими предметами лежат точно на этой поверхности и не могут покинуть ее; весь воспринимаемый ими мир простирается исключительно на сферическую поверхность. Могут ли эти существа рассматривать геометрию своего мира как двумерную геометрию Евклида и при этом рассматривать свои линейки как осуществление понятия «расстояния»? Они не могут поступить так, поскольку при попытке провести прямую они получат кривую, которую мы, трехмерные существа, называем дугой большого круга, т. е. замкнутую линию определенно конечной длины, которую можно измерить с помощью линейки. Площадь поверхности этого мира также конечна и ее можно сравнить с площадью одного из квадратов, построенного из линеек. Прелесть такого рассуждения заключается в том, что мы увидели *мир этих существ конечным и все же не имеющим границ.*

Но существам, обитающим на поверхности шара, не требуется совершать кругосветного путешествия, чтобы заметить неевклидовость мира, в котором они живут. Они могут убедиться на всяком участке своего мира, если этот участок не слишком мал. Они проводят из некоторой точки во всех направлениях «прямые отрезки» (дуги окружностей, с точки зрения трехмерного пространства) одинаковой длины. Линию, соединяющую свободные концы этих линий, они будут называть «окружностью». Согласно евклидовой геометрии на плоскости, отношение длины окружности, измеренной некоторой линейкой, к длине диаметра, измеренной той же линейкой, равно постоянной величине π, не зависящей от диаметра окружности. Наши плоские существа на своей сферической поверхности нашли бы для этого отношения следующую величину:

$$\pi = \frac{\sin(r/R)}{(r/R)},$$

т. е. величину, меньшую π, причем отличающуюся от π тем значительнее, чем больше радиус окружности по сравнению с радиусом R этого мира (сферы). Из этого соотношения существа, обитающие на сфере, могут определить радиус R своего мира, если даже их измерениям доступна лишь сравнительно небольшая часть их мира-сферы. Но если эта часть слишком мала, то они уже не в состоянии установить: находятся ли они на сферической поверхности или на евклидовой плоскости; небольшой участок сферической поверхности очень мало отличается от участка части плоскости такой же величины.

Таким образом, если сферически-поверхностные существа обитают на планете, солнечная система которой составляет лишь ничтожно малую часть сферического мира, то они не могли бы решить, живут ли они в конечном или бесконечном мире, поскольку часть мира, доступная их опыту, в обоих случаях является практически плоской, т. е. евклидовой. Непосредственно видно, что для обитающих на сфере существ длина окружности сначала возрастает с радиусом до «окружности мира» и затем, при дальнейшем возрастании радиуса, постепенно уменьшается до нуля. При этом площадь круга постоянно возрастает, пока она наконец не станет равной полной площади всего сферического мира.

Читатель, быть может, удивится тому, что мы поместили наши существа именно на сферу, а не на какую-либо иную замкнутую поверхность. Но это имеет свое оправдание, поскольку сфера отличается от всех других замкнутых поверхностей тем свойством, что все ее точки равноценны. Отношение длины окружности u к своему радиусу r хотя и зависит от r, но при данном r оно одинаково для всех точек сферического мира; иными словами, этот мир-сфера есть «поверхность постоянной кривизны».

Имеется трехмерный аналог двумерного сферического мира,а именно: трехмерное сферическое пространство, открытое Риманом. Все его точки также равноценны. Оно обладает конечным объемом, который определяется его «радиусом» R и равен $2\pi^2R^3$. Можно ли представить себе сферическое пространство? Представить себе какое-либо пространство означает не что иное, как представить себе сущность «пространственных» опытов, т. е. опытов, которые можно производить при движении «твердых» тел. В этом смысле сферическое пространство можно себе представить.

Пусть из некоторой точки проведены прямые (или натянуты шнуры) во всех направлениях и на каждой из них отложена при помощи масштаба длина r. Все свободные концы этих отрезков лежат на сфере.

Эту поверхность F мы можем измерить масштабным квадратом. Для евклидова мира $F = 4\pi r^2$; если же мир сферический, то F всегда меньше $4\pi r^2$. С возрастанием r площадь поверхности F растет от нуля до некоторого максимума, определяемого «радиусом мира», а при дальнейшем возрастании r величина F снова постепенно уменьшается до нуля. Выходящие из начальной точки радиальные прямые сначала все более удаляются друг от друга, а затем снова сближаются и в конце концов вновь сходятся в точке, «противолежащей» начальной точке; таким образом, они промеряют все сферическое пространство. Легко убедиться, что трехмерное сферическое пространство вполне аналогично двумерному (поверхности сферы). Оно конечно (т. е. имеет конечный объем), но не имеет границ.

Заметим, что существует еще одна разновидность сферического пространства, а именно «эллиптическое пространство». Его можно представить себе как сферическое пространство, в котором «противолежащие точки» совпадают. Таким образом, эллиптический мир можно рассматривать до некоторой степени как центрально-симметричный сферический мир.

Из сказанного следует, что мыслимы замкнутые пространства, не имеющие границ. Среди них выделяется своей простотой сферическое (и соответственно, эллиптическое) пространство, все точки которого равноценны. Отсюда перед астрономами и физиками возникает чрезвычайно интересный вопрос: является ли мир, в котором мы живем, бесконечным или же он, подобно сферическому миру, конечен? Наш опыт далеко не достаточен для ответа на этот вопрос. Однако общая теория относительности дает возможность ответить на этот вопрос со значительной достоверностью; при этом разрешается также затруднение, изложенное в § 30.

§ 32. Структура пространства, согласно общей теории относительности[1]

Согласно общей теории относительности, геометрические свойства пространства не самостоятельны: они обусловлены материей. Отсюда можно сделать какое-либо заключение о геометрической структуре

[1] См. приложение IV (стр. 212). — *Прим. ред.*