

Четырехмерный континуум, описываемый «координатами»  $x_1, x_2, x_3, x_4$ , Минковский назвал «миром», а событие в данной точке — «миро-вой точкой». Из изучающей «происходящее» в трехмерном пространстве физика становится в известном смысле изучающей «существующее» в четырехмерном «мире».

Этот четырехмерный «мир» имеет глубокое сходство с трехмерным «пространством» (евклидовой) аналитической геометрии. Именно, если в последней ввести новую декартову систему координат  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  с тем же началом, то  $x'_1, x'_2, x'_3$  будут однородными линейными функциями  $x_1, x_2, x_3$ , которые тождественно удовлетворяют соотношению

$${x'_1}^2 + {x'_2}^2 + {x'_3}^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2.$$

Аналогия с соотношением (12) полная. Мир Минковского формально можно рассматривать как четырехмерное евклидово пространство (с мнимой временной координатой); преобразование Лоренца соответствует «вращению» системы координат в четырехмерном «мире».

### Приложение III Экспериментальное подтверждение общей теории относительности<sup>1</sup>

С точки зрения теории познания эволюцию опытной науки можно представить себе как непрерывный процесс индукции. Теории развиваются и выражаются как объединения большого числа отдельных опытных фактов в форме эмпирических законов, из которых путем сравнения устанавливаются общие законы. С этой точки зрения развитие науки имеет сходство с составлением каталога и является чисто эмпирическим делом.

Но эта точка зрения никоим образом не охватывает весь действительный процесс. Она умалчивает о важной роли интуиции и дедуктивного мышления в развитии точной науки. Как только какая-нибудь наука выходит из начальной стадии своего развития, прогресс теории достигается уже не просто в процессе упорядочения. Исследователь, отталкиваясь от опытных фактов, старается развивать систему понятий, которая, вообще говоря, логически опиралась бы на небольшое число основных предположений, так называемых аксиом. Такую систему

<sup>1</sup>Перевод приложений III и IV выполнен по 15-му английскому изданию книжки. — Прим. ред.

понятий мы называем *теорией*. Теория черпает свое подтверждение в том, что она связывает большое число отдельных эмпирических фактов и в этом состоит ее «справедливость».

Для одного и того же комплекса опытных фактов может существовать несколько теорий, значительно различающихся друг от друга. Но в отношении выводов из теорий, которые доступны для опытной проверки, согласие между теориями может быть настолько полным, что трудно найти такие следствия, в которых эти теории отличаются друг от друга. Широко известным примером такого рода в области биологии служит дарвиновская теория развития видов путем естественного отбора в процессе борьбы за существование и теория эволюции, основывающаяся на гипотезе наследственности приобретенных свойств.

Другой случай далеко идущего совпадения следствий двух теорий встречается в механике Ньютона, с одной стороны, и в общей теории относительности — с другой. Это совпадение идет настолько далеко, что до настоящего времени мы смогли найти лишь немного допускающих опытную проверку следствий общей теории относительности, к которым не приводила дорелятивистская физика; и это несмотря на глубокое различие основных предпосылок обеих теорий. Здесь мы еще раз рассмотрим эти важные следствия, а также обсудим относящиеся к ним опытные данные, которые получены.

### **а. Движение перигелия планеты Меркурий**

Согласно ньютоновской механике и ньютонову закону тяготения, некоторая планета, вращающаяся вокруг Солнца, должна описывать эллипс вокруг последнего, точнее, вокруг общего центра тяжести Солнца и планеты. При этом Солнце, или общий центр тяжести, находится в одном из фокусов эллиптической орбиты, так что в течение планетного года расстояние между Солнцем и планетой растет от минимума к максимуму и затем снова уменьшается до минимума. Если вместо закона Ньютона мы примем несколько иной закон притяжения, то найдем, что и при этом новом законе движение по-прежнему будет происходить так, что расстояние между Солнцем и планетой будет испытывать периодические колебания; но в этом случае угол, описываемый линией, соединяющей Солнце и планету, за время такого периода (от перигелия — ближайшего положения к Солнцу — до перигелия) отличался бы от угла  $360^\circ$ . Траектория не была бы тогда замкнутой, но заполняла

бы с течением времени кольцеобразную область в плоскости орбиты, т. е. между окружностями с радиусами, равными наименьшему и наибольшему расстояниям планеты от Солнца.

Согласно общей теории относительности, которая, конечно, отличается от теории Ньютона, должно также иметь место небольшое отклонение от движения планеты по орбите в соответствии с законами Кеплера–Ньютона, так что угол, описываемый радиусом, соединяющим Солнце и планету, от одного перигелия до другого должен превосходить угол, соответствующий полному обороту, на величину, определяемую выражением

$$+\frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1 - e^2)}.$$

(Один полный оборот соответствует углу  $2\pi$  в абсолютной угловой мере, как это обычно принято в физике.) Здесь  $a$  — большая полуось эллипса,  $e$  — его эксцентриситет,  $c$  — скорость света,  $T$  — период обращения планеты. Этот результат можно представить также и в следующем виде: согласно общей теории относительности, большая ось эллипса вращается вокруг Солнца в направлении вращения планеты. Согласно теории, это вращение должно составлять для планеты Меркурий 43 угловых секунды в столетие, а у других планет нашей солнечной системы оно должно быть настолько незначительным, что недоступно наблюдению<sup>1</sup>.

В самом деле, астрономы нашли, что теория Ньютона недостаточна для того, чтобы рассчитать наблюдаемое движение Меркурия с точностью, которая может быть достигнута при наблюдениях в настоящее время. После того как были приняты в расчет все возмущающие влияния остальных планет на движение Меркурия, было найдено (Леверье, 1859; Ньюкомб, 1895), что остается необъясненным движение перигелия орбиты Меркурия, скорость которого не отличается заметно от упомянутых выше +43 угловых секунд в столетие. Ошибка этого эмпирического результата составляет лишь несколько секунд.

## 6. Отклонение луча света гравитационным полем

В § 22 уже было упомянуто, что, согласно общей теории относительности, луч света, проходя через гравитационное поле, должен ис-

<sup>1</sup> Особенno, если учесть, что орбита следующей планеты, Венеры, представляет собой почти точный круг, а это затрудняет точное определение положения перигелия.

кривляться подобно тому, как искривляется траектория тела, движущегося в гравитационном поле. Согласно этой теории, можно ожидать, что луч света, проходящий мимо какого-либо небесного тела, должен отклониться в направлении последнего. Для луча света, проходящего мимо Солнца на расстоянии  $\Delta$  радиусов Солнца от его центра, угол отклонения  $\alpha$  будет составлять

$$\alpha = \frac{1,7 \text{ секунды}}{\Delta}.$$

Можно добавить, что половина этого отклонения вызывается, согласно этой теории, ньютоновским полем тяготения Солнца, а другая половина — геометрическим искажением («искривлением») пространства, обусловленным Солнцем.

Этот результат допускает экспериментальную проверку путем фотографирования звезд во время полного солнечного затмения. Единственной причиной, почему мы должны выбирать такой момент, является то, что во всяко другое время земная атмосфера, освещенная Солнцем, светит настолько сильно, что делает невидимыми звезды, расположенные вблизи диска Солнца. Предсказываемый эффект можно ясно видеть из рис. 5. Если бы Солнца ( $S$ ) не было, то практически бесконечно удаленную звезду при наблюдении с Земли мы увидели бы в направлении  $D_1$ . Но вследствие отклонения Солнцем луча света от звезды мы будем видеть звезду в направлении  $D_2$ , т. е. на несколько большем расстоянии от центра диска Солнца, чем ее реальное положение.

На практике это проверяется следующим образом. Звезды, находящиеся вблизи Солнца, фотографируются во время солнечного затмения. Затем делается вторая фотография тех же звезд, когда Солнце находится в другой части неба, т. е. на несколько месяцев раньше или позже. При сравнении фотографии, сделанной во время солнечного затмения, с этой контрольной фотографией положения звезд должны оказаться смещеными в радиальном направлении (от центра солнечного диска) на величину, соответствующую углу  $\alpha$ .

Исследованием этого важного вывода мы обязаны Королевскому обществу и Королевскому астрономическому обществу. Несмотря на войну и вызванные ею трудности материального и психологического

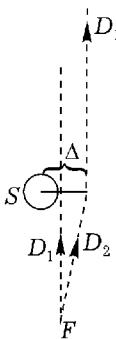


Рис. 5

характера, эти общества снарядили две экспедиции — в Собраль (Бразилия) и на о. Принсипи (у побережья Западной Африки) — и послали нескольких знаменитых английских астрономов (Эддингтона, Коттингэма, Кроммелина и Дэвидсона) для фотографирования солнечного затмения 29 мая 1919 г. Ожидавшиеся относительные смещения положений звезд на снимках солнечного затмения по сравнению с контрольными снимками достигали лишь нескольких сотых долей миллиметра. Таким образом, при фотографировании и в последующих измерениях была необходима высокая точность.

Результаты измерений весьма удовлетворительно подтвердили теорию. Две прямоугольные координаты наблюдавшихся и вычисленных отклонений звезд (в угловых секундах) приведены в таблице.

Таблица

Номер звезды	Первая координата		Вторая координата	
	наблюданное значение	вычисленное значение	наблюданное значение	вычисленное значение
11	-0,19	-0,22	+0,16	+0,02
5	+0,29	+0,31	-0,46	-0,43
4	+0,11	+0,10	+0,83	+0,74
3	+0,20	+0,12	+1,00	+0,87
6	+0,10	+0,04	+0,57	+0,40
10	-0,08	+0,09	+0,35	+0,32
2	+0,95	+0,85	-0,27	-0,09

## в. Смещение спектральных линий к красному концу спектра

В § 23 было показано, что в системе  $K'$ , вращающейся относительно галилеевой системы  $K$ , скорость хода покоящихся относительно  $K'$  часов одинаковой конструкции зависит от их места. Исследуем теперь эту зависимость количественно. Часы, находящиеся на расстоянии  $r$  от центра диска, имеют относительно системы  $K$  скорость

$$v = \omega r,$$

где  $\omega$  — угловая скорость вращения диска  $K'$  относительно  $K$ .

Если  $\nu_0$  есть число тиканий часов в единицу времени («скорость» хода часов) относительно  $K$ , в случае, когда часы неподвижны, то «скорость» хода  $\nu$  часов, движущихся относительно  $K$  со скоростью  $v$ , но

покоящихся относительно диска, в соответствии с § 12 будет равна

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - (v^2/c^2)},$$

или, с достаточной точностью,

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2}\right).$$

Это соотношение может быть записано также в форме

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{1}{c^2} \frac{\omega^2 r^2}{2}\right).$$

Обозначим через  $\varphi$  разность потенциалов центробежной силы между местом расположения часов и центром диска, т. е. взятую со знаком минус работу, которую необходимо совершить против центробежной силы для перемещения единицы массы из места расположения часов на вращающемся диске в центр диска. Тогда будем иметь

$$\varphi = -\frac{\omega^2 r^2}{2}.$$

Отсюда следует, что

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right).$$

Из этой формулы прежде всего видно, что двое часов одинаковой конструкции идут с различной «скоростью», если они расположены на различных расстояниях от центра диска. Этот вывод справедлив также с точки зрения наблюдателя, вращающегося вместе с диском.

Теперь, с точки зрения наблюдателя на диске, часы на диске находятся в гравитационном поле с потенциалом  $\varphi$ ; следовательно, полученный результат будет справедлив и для любого гравитационного поля. Больше того, мы можем рассматривать атом, который испускает излучение, соответствующее определенным спектральным линиям, как часы, так что справедливо следующее утверждение.

*Атом поглощает или испускает свет, частота которого зависит от потенциала гравитационного поля, в котором находится атом.*

Частота излучения атома, находящегося на поверхности небесного тела, будет несколько меньше частоты излучения атома такого же

элемента, находящегося в свободном пространстве (или атома на поверхности меньшего небесного тела). Так как  $\varphi = -K \frac{M}{r}$ , где  $K$  — ньютоновская постоянная тяготения,  $M$  — масса небесного тела и  $r$  — его радиус, то должно происходить смещение спектральных линий излучения атомов, находящихся на поверхности звезд, к красному концу спектра, по сравнению со спектральными линиями атомов того же элемента, находящихся на земной поверхности. При этом величина этого смещения будет равна

$$\frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = \frac{KM}{c^2 r}.$$

Для Солнца ожидаемое смещение спектральных линий к красному концу спектра составляет около двух миллионных длины волны. Надежный расчет смещения для неподвижных звезд невозможен, поскольку ни масса  $M$ , ни радиус  $r$  вообще говоря неизвестны.

Вопрос о том, существует ли этот эффект, остается открытым; в настоящее время астрономы с большим упорством работают над его решением. Вследствие того, что этот эффект в случае Солнца весьма мал, трудно судить о его существовании. В то время как Гребе и Бахем (Бонн), на основе своих собственных измерений и измерений Эвершеда и Шварцшильда для полос циана, считают существование этого эффекта почти не вызывающим сомнений, другие исследователи, в частности С. Джон, приходят на основании своих измерений к противоположному выводу.

Средние смещения спектральных линий в сторону длинноволновой части спектра определенно обнаружены при статистических исследованиях неподвижных звезд; но до настоящего времени состояние обработки имеющегося материала не позволяло прийти к определенному выводу о том, можно ли эти смещения действительно объяснить влиянием тяготения. Результаты наблюдений собраны вместе и подробно обсуждаются с точки зрения рассматриваемого здесь вопроса в работе Э. Фройндлиха «К проверке общей теории относительности»<sup>1</sup>.

Во всяком случае, в ближайшие годы будет получено определенное решение проблемы. Если смещение спектральных линий к красному концу спектра под действием гравитационного поля не существует, то общая теория относительности несостоятельна. С другой стороны, если будет определенно установлена связь смещения спектральных линий

<sup>1</sup> Naturwiss., 1919, № 35, 520.

с гравитационным потенциалом, то изучение этого смещения может дать нам важную информацию о массах небесных тел<sup>1</sup>.

## Приложение IV

### Структура пространства, согласно общей теории относительности (дополнение к § 32)

Со времени публикации первого издания этой работы наши знания о структуре пространства в больших областях («космологическая проблема») получили важное развитие, о котором необходимо упомянуть даже в популярном изложении данного вопроса.

Раньше мы рассуждали, исходя из следующих предположений.

1. Существует некоторая средняя плотность материи во всем пространстве, которая всюду одна и та же и отлична от нуля.

2. Размеры («радиус») пространства не зависят от времени.

Оба эти предположения могут быть согласованы с общей теорией относительности лишь после добавления в уравнения поля гипотетического члена, который не следует из теории и не представляется естественным с теоретической точки зрения («космологический член в уравнениях гравитационного поля»).

В то время предположение (2) представлялось мне неизбежным, поскольку я считал, что в случае отказа от него открываются безграничные возможности для всевозможных спекуляций.

Однако уже в двадцатых годах русский математик Фридман показал, что с чисто теоретической точки зрения более естественным является иное предположение. Он показал, что, опуская предположение (2), можно сохранить предположение (1), не вводя довольно неестественный космологический член в уравнения гравитационного поля. Именно первоначальные уравнения поля допускают решение, в котором «радиус мира» зависит от времени (расширяющееся пространство). В этом

---

<sup>1</sup> Гравитационное красное смещение впервые наблюдалось в 1924 году Адамсом в спектре спутника Сириуса — белого карлика Сириус-В, при этом величина смещения оказалась эквивалентной допплеровскому смещению при скорости удаления источника около 20 км/сек. Наблюдавшее красное смещение спектральных линий в гравитационном поле Солнца соответствует 0,6 км/сек. В 1960 году Паунд и Ребина с помощью эффекта Мессбауэра впервые наблюдали красное смещение спектральных линий в гравитационном поле Земли. Это смещение у поверхности Земли при разности высот в 21 м составляет  $7,5 \cdot 10^{-5}$  см/сек. — Прим. ред.