

## § 6. Массовая плотность жидкости. Зависимость плотности от давления и температуры

Основной физической величиной, с которой приходится иметь дело при изучении движения тел, является масса. Отношение массы тела к его объему представляет собою массовую плотность данного тела и для однородного тела есть величина постоянная во всех его частях.

Массовая плотность является важнейшей механической характеристикой жидкой среды, характеризующей распределение массы в среде. Для среды, сплошь заполняющей пространство, массовая плотность есть функция координат точки. Определим точнее, что следует понимать под *массовой плотностью* жидкости или газа *в данной точке*. Выделим мысленно в жидкости некоторый объем  $\Delta V$ ; пусть масса жидкости в этом объеме будет  $\Delta M$ . Отношение  $\Delta M/\Delta V$  представляет собой среднюю плотность жидкости, находящейся в объеме  $\Delta V$ . Будем теперь уменьшать объем  $\Delta V$  до нуля, стягивая его к некоторой внутренней точке; предел этого отношения называется массовой плотностью жидкости в данной точке и обозначается греческой буквой  $\rho$ :

$$\rho = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta M}{\Delta V}.$$

В случае, если бы среда была прерывной, как это имеет место в действительности, этот предел мог бы и не существовать. При размерах  $\Delta V$ , сравнимых с молекулярными, непрерывное изменение  $\Delta V$  влекло бы за собой прерывное изменение  $\Delta M$ . Приняв же гипотезу о непрерывности среды, мы можем быть уверены, что этот предел существует для каждой точки внутри жидкости.

Рассмотрим основные свойства массовой плотности и приведем некоторые данные о ней. Массовая плотность в технической системе единиц, очевидно измеряется в  $\text{кг сек}^2/\text{м}^4$ .

Величина плотности зависит от природы жидкости и условий, в которых находится жидкость; например, для воздуха, при нормальном барометрическом давлении (760 мм рт. ст.) и температуре в  $15^\circ\text{C}$  плотность равна  $0,125 \text{ кг сек}^2/\text{м}^4$ ; для воды при  $15^\circ\text{C}$  она равна  $102 \text{ кг сек}^2/\text{м}^4$ .

Для данной жидкости или газа величина плотности в какой-нибудь точке есть функция давления, под которым находится жидкость или газ в этой точке, и температуры. Если давление обозначить через  $p$ , а абсолютную температуру через  $T$  ( $T = t + 273^\circ$ , где  $t$  — температура в градусах Цельсия), то сможем написать:

$$\rho = f(p, T).$$

Зависимость плотности от давления оказывается существенно различной для жидкостей и для газов. В весьма широких пределах изменения давления можно считать, что плотность жидкости практически не зависит от давления, под которым жидкость находится, ибо, как известно из предыдущего (§ 3), объем жидкости  $\Delta V$  почти не зависит от давления. Поэтому воду и другие капельные жидкости обычно считают несжимаемыми в отличие от газов, плотность которых под действием давления может изменяться в весьма широких пределах, как это следует из закона Бойля — Мариотта.

Для несжимаемых жидкостей можно приближенно считать, что плотность зависит только от температуры в данной точке:

$$\rho = f(T).$$

Вид этой зависимости нетрудно установить, вспомнив, что изменение объема при изменении температуры происходит приблизительно по линейному закону:

$$\Delta V_T = \Delta V_{T_0} [1 + \beta_T (T - T_0)].$$

Здесь  $\beta_T$  — коэффициент объемного теплового расширения жидкости при температуре, изменяющейся в промежутке от  $T_0$  до  $T$ , а индексы при  $\Delta V$  указывают температуру, к которой относится соответствующее  $\Delta V$ . Так как масса выделенного объема остается постоянной при всех температурах, то для плотности получается формула

$$\rho_T = \rho_{T_0} \frac{1}{1 + \beta_T (T - T_0)}.$$

Для сжимаемых жидкостей (газов) зависимость плотности от давления и температуры устанавливается так называемым уравнением состояния. Для совершенных газов, которые можно рассматривать как первое приближение к действительным, таким уравнением является уравнение Клапейрона:

$$pV = RT,$$

где  $V$  — объем килограмм-массы газа,  $R$  — газовая постоянная, равная для воздуха  $287,14 \text{ м}^2/\text{сек}^2 \text{ } ^\circ\text{К}$ . Так как  $V\rho = 1$ , то зависимость плотности газа от температуры и давления принимает следующий вид:

$$\rho = \frac{p}{RT}.$$

При условиях, которые приняты в авиации за нормальные, т. е. при  $t = t_0 = 15^\circ \text{С}$ ,  $p = p_0 = 760 \text{ мм рт. ст.}$ , из последней формулы получается приведенное выше значение плотности воздуха  $\rho_0 = 0,125 \text{ кг сек}^2/\text{м}^4$ .

Зная  $\rho_0$ , можно вычислить плотность  $\rho$  при любых условиях. В самом деле, по формуле для  $\rho$  получаем:

$$\rho_0 = \frac{p_0}{RT_0}.$$

Исключив  $R$  с помощью последнего равенства из формулы для  $\rho$ , будем иметь:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}. \quad (1.2)$$

Изменение плотности воздуха по этой формуле в функции давления при разных температурах изображено на графике (рис. 1.4)

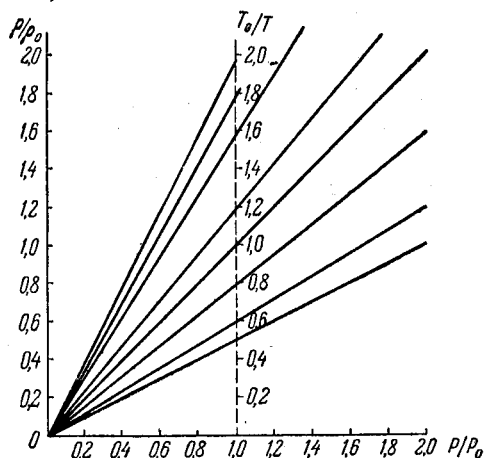


Рис. 1.4. Зависимость плотности воздуха от барометрического давления и температуры.

также в случае адиабатического процесса. В этом случае, как известно из термодинамики, зависимость между давлением и плотностью может быть представлена в виде

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const},$$

где  $k = c_p/c_v$ , причем  $c_p$  есть теплоемкость газа при постоянном давлении, а  $c_v$  — теплоемкость при постоянном объеме (для воздуха  $k$  равно 1,4).

## § 7. Силы, действующие в жидкости. Напряжение силы. Нормальные и касательные напряжения

Рассмотрим, пока в общих чертах, силы, действующие в жидкой среде. Следует сразу же отметить одну важную особенность этих сил; она заключается в том, что в жидкости вследствие большой подвижности частиц и слабости связей между ними действующие силы являются непрерывно распределенными.

в виде семейства прямых, построенных по параметру  $T_0/T$ . Этим графиком можно пользоваться для быстрого определения  $\rho/\rho_0$  по заданным  $p/p_0$  и  $T_0/T$ .

Для некоторых тепловых процессов, происходящих в газе, температуру  $T$  можно исключить из формулы (1.2). В частном случае, когда тепловой процесс, происходящий в газе, изотермичен, т. е.  $T = \text{const}$ , из формулы (1.2) находим:

$$\frac{p}{\rho} = \text{const}.$$

Температуру  $T$  можно исключить из формулы (1.2)