

Зная ρ_0 , можно вычислить плотность ρ при любых условиях. В самом деле, по формуле для ρ получаем:

$$\rho_0 = \frac{p_0}{RT_0}.$$

Исключив R с помощью последнего равенства из формулы для ρ , будем иметь:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \cdot \frac{T_0}{T}. \quad (1.2)$$

Изменение плотности воздуха по этой формуле в функции давления при разных температурах изображено на графике (рис. 1.4)

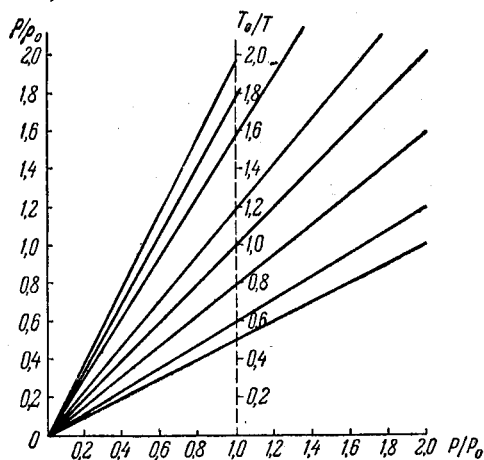


Рис. 1.4. Зависимость плотности воздуха от барометрического давления и температуры.

в виде семейства прямых, построенных по параметру T_0/T . Этим графиком можно пользоваться для быстрого определения ρ/ρ_0 по заданным p/p_0 и T_0/T .

Для некоторых тепловых процессов, происходящих в газе, температуру T можно исключить из формулы (1.2). В частном случае, когда тепловой процесс, происходящий в газе, изотермичен, т. е. $T = \text{const}$, из формулы (1.2) находим:

$$\frac{p}{\rho} = \text{const}.$$

Температуру T можно исключить из формулы (1.2)

также в случае адиабатического процесса. В этом случае, как известно из термодинамики, зависимость между давлением и плотностью может быть представлена в виде

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const},$$

где $k = c_p/c_v$, причем c_p есть теплоемкость газа при постоянном давлении, а c_v — теплоемкость при постоянном объеме (для воздуха k равно 1,4).

§ 7. Силы, действующие в жидкости. Напряжение силы. Нормальные и касательные напряжения

Рассмотрим, пока в общих чертах, силы, действующие в жидкой среде. Следует сразу же отметить одну важную особенность этих сил; она заключается в том, что в жидкости вследствие большой подвижности частиц и слабости связей между ними действующие силы являются непрерывно распределенными.

Для количественной характеристики непрерывно распределенных сил необходимо ввести понятие о напряжении силы. Это понятие вводится различным образом для каждого вида сил, действующих в жидкости.

Рассмотрим некоторый объем жидкости, мысленно выделенный в жидкой среде; взаимодействие между ним и окружающей средой представим себе замененным соответствующими силами. При рассмотрении всей массы жидкости в целом эти силы являются, очевидно, силами внутреннего взаимодействия между частицами жидкости. Однако если мы рассматриваем выделенный объем изолированно от окружающей среды (а в этом бывает необходимость при всяком применении законов механики, так как их невозможно применять ко всей безграничной среде в целом), то силы, с которыми окружающая среда воздействует на выделенный объем, *по отношению к рассматриваемому объему* являются *внешними* действующими на него силами.

Все силы, действующие на изолированный от окружающей среды жидкий объем, можно по характеру их действия условно разделить на силы объемные (или, иначе, массовые) и силы поверхностные.

Под объемной силой понимают такую силу, которая приложена ко всякой материальной частице рассматриваемого объема и пропорциональна массе этой частицы (вне зависимости от действительного ее ускорения). К объемным силам относятся силы всемирного тяготения и, в частности, сила тяжести, силы магнитного и электрического взаимодействия.

Поверхностные силы — это такие силы, действие которых распределено по поверхности рассматриваемого объема жидкости; например, по свободной поверхности уровня жидкости, находящейся в сосуде, или по поверхности раздела, мысленно проводимой в жидкой среде. С точки зрения этого определения, силы, которыми мы заменяем действие окружающей среды на выделенный из нее жидкий объем, суть силы поверхностные, ибо воздействие среды естественно представлять себе непосредственно приложенным лишь по ограничивающей объем поверхности.

Следует отметить, что такого рода разграничение действующих в жидкости сил на силы объемные и силы поверхностные не вполне строго и в известном смысле условно: ведь в действительности в поверхностные силы, к которым мы отнесли воздействие окружающей среды на выделенный объем, входят также силы сцепления между частицами жидкости, а эти силы по самой своей природе — объемные.

Введем понятие о *напряжении* непрерывно распределенной силы сначала для сил объемных, затем для сил поверхностных. Сама по себе величина объемной силы, действующей на выделенный в среде жидкий объем, нехарактерна для данной жидкости и той обстановки, в которой жидкость находится, так как кроме свойств жидкости и окружающих условий она зависит еще от величины выделенного объема; величина же этого объема в разных случаях может быть

разной и вообще, по сути дела, есть величина произвольная. Следует поэтому для количественной характеристики объемной силы ввести величину, не зависящую от произвольно выделенного объема. Если считать массу равномерно распределенной по выделенному малому объему, то объемная сила будет пропорциональна объему и отношение этой силы к объему является, очевидно, искомой характеристикой силы. Однако в действительных жидкостях, и главным образом в газах, масса распределена неравномерно, и количественная характеристика объемной силы должна быть различна в разных точках. Для того чтобы получить характеристику объемной силы в некоторой внутренней точке выделенного объема, будем стягивать объем к этой точке, устремляя его к нулю, и вычислим предел

$$\gamma = \lim_{\Delta V \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta V},$$

где ΔF есть объемная сила, действующая на объем ΔV . Величину γ будем называть напряжением объемной силы в данной точке среды; γ , очевидно, измеряется в кг/м^3 . В частном случае, когда рассматриваемая сила есть сила тяжести, напряжение γ называется объемным весом, или весовой плотностью жидкости в данной точке. Весовая плотность весьма просто выражается через массовую плотность среды в той же точке; в самом деле, если ΔF есть вес объема ΔV , то $\Delta F = g \Delta M$, и после деления на ΔV и перехода к пределу получается:

$$\gamma = \rho g,$$

где g есть ускорение силы тяжести, абсолютное значение которого на уровне моря (в средних географических широтах) равно $9,81 \text{ м/сек}^2$.

Представление о численной величине напряжения силы тяжести для важнейших, применяемых в авиации и воздухоплавании жидкостей, дает таблица 1.

Таблица 1

Значения объемного веса (весовой плотности), кг/м^3

Несжимаемые жидкости при температуре $t = 15^\circ \text{C}$	Сжимаемые жидкости (газы) при температуре $t = 15^\circ \text{C}$ и барометрическом давлении $p = 760 \text{ мм рт. ст.}$
Вода 994	Воздух (сухой) 1,225
Спирт (бутиловый) 809	Водород:
Бензин 700—760	химически чистый 0,0852
Нефть 790—950	технический 0,125
Масло (минеральное) 895—905	Гелий 0,1692
Ртуть 13 590	Светильный газ 0,560
Глицерин 1 260	Кислород 1,357
Керосин 820—860	Углекислый газ 1,875

Перейдем к характеристике поверхностных сил. Выделим на поверхности S рассматриваемого объема жидкости элементарную площадку ΔS ; пусть действующая на эту площадку поверхностная сила будет ΔR . Величина этой силы, очевидно, зависит от величины произвольно выбранной площадки ΔS . Если предположить, что поверхностная сила равномерно распределена по площадке ΔS , то ΔR будет пропорционально ΔS и отношение $\Delta R/\Delta S$ представит собой не зависящую от ΔS характеристику интенсивности поверхностной силы. Для того чтобы определить интенсивность поверхностной силы в некоторой внутренней точке площадки ΔS , будем стягивать площадку ΔS к этой точке, уменьшая ее до нуля, и вычислим предел

$$r = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta S}.$$

Этот предел называется напряжением поверхностной силы в данной точке среды. Он зависит, вообще говоря, не только от времени и координат данной точки (и, конечно, природы среды и ее движения), но также и от ориентировки в пространстве площадки ΔS . Для площадок ΔS , проведенных через одну и ту же точку среды, но по-разному ориентированных, r , вообще говоря, будет разным. Изменяется r , очевидно, в $\text{кг}/\text{м}^2$.

Понятие σ напряжении поверхностной силы является основным при определении силового воздействия среды на тело. В самом деле, силы воздействия жидкой среды на твердое тело суть силы *поверхностные* и подобно силам, действующим на жидкий объем, могут быть охарактеризованы своими напряжениями. Разница здесь состоит лишь в том, что кроме факторов, от которых зависит напряжение поверхностной силы для площадки ΔS , проведенной *внутри* жидкости, напряжение поверхностной силы для площадки, выделенной *на поверхности твердого тела*, зависит еще от характера поверхности тела (от материала его, от того, гладкая ли поверхность или шероховатая и т. д.). Основная задача определения силового взаимодействия между средой и находящимся в ней телом приводится, таким образом, к определению напряжений поверхностной аэродинамической силы.

В технических расчетах обычно фигурируют составляющие напряжения поверхностной силы r . В точке, где определено r , проводят нормаль к площадке ΔS и рассматривают, обычно раздельно, нормальную и касательную к площадке ΔS , составляющие напряжения r (рис. 1.5). Нормальную составляющую напряжения поверхностной силы будем называть аэродинамическим давлением (или также статическим или пьезометрическим давлением) в данной точке и обозначать буквой p . Касательная состав-

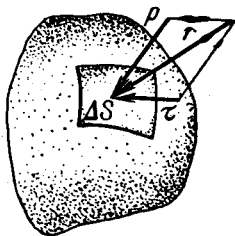


Рис. 1.5. Напряжение поверхностной силы. Его нормальная составляющая (давление) и касательная составляющая (напряжение трения).

ляющая напряжения поверхностной силы называется иначе напряжением трения в данной точке и обозначается обычно буквой τ .

Смысл раздельного изучения нормальных и касательных напряжений в жидкости заключается главным образом в том, что роли этих составляющих в расчете конструкции летательного аппарата и его движения в среде совершенно различны; трудности при их исследовании также различны; это подробно будет рассмотрено на протяжении дальнейшего курса. Пока можно лишь указать, что нормальные напряжения в жидкости могут быть сравнительно просто определены экспериментальным путем и по крайней мере для так называемых удобообтекаемых тел, с которыми главным образом имеют дело авиационная и ракетная техника, могут быть с достаточной для технических целей степенью точности вычислены теоретически.

Что же касается напряжений трения, то отчасти вследствие их малости, по сравнению с нормальными напряжениями, их экспериментальное определение наталкивается на значительные трудности. Теоретическое же определение этих напряжений представляет собой задачу, очень сложную, вследствие того, что касательные напряжения в значительной мере, чем

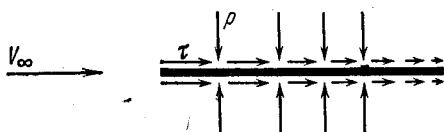


Рис. 1.6. Нормальные и касательные напряжения при продольном обтекании плоской пластинки.

нормальные, зависят от параметров, определяющих движение жидкости и ее физические свойства.

Величины касательных и нормальных напряжений в обычных для авиационной техники условиях также резко различны.

Как уже указывалось ранее (§ 5), касательные напряжения в маловязких жидкостях в сотни и тысячи раз меньше нормальных. Поэтому при определении *местных аэродинамических нагрузок*, действующих на поверхности современных летательных аппаратов, можно с достаточной для технических расчетов степенью точности считать, что напряжения аэродинамической силы нормальны к поверхности в каждой рассматриваемой точке и равны p ; иными словами, можно при этом пренебрегать касательными напряжениями.

Было бы, однако, ошибочно делать на этом основании заключение о том, что касательные напряжения вообще не играют роли в аэродинамике летательного аппарата, что ими можно пренебрегать во всех аэродинамических расчетах и что, следовательно, их изучение не имеет практической цели. Несмотря на относительную малость касательных напряжений по сравнению с нормальными, пренебрегать ими можно только при определении *местных аэродинамических нагрузок*, необходимых для расчета на прочность конструкции летательного аппарата. При определении результирующих аэродинамических сил и моментов (что необходимо для решения задач динамики самолета) пренебрежение касательными напряжениями

недопустимо, и это может привести к совершенно ошибочным результатам.

Если, например, поток жидкости обтекает тонкую пластинку, установленную вдоль потока (рис. 1.6), то сила воздействия потока на пластинку направлена, очевидно, вдоль потока (она называется в этом случае лобовым сопротивлением) и происходит исключительно от касательных напряжений, приложенных к поверхности пластинки. Нормальные напряжения здесь взаимно уничтожаются и не дают результирующей силы. Пренебрегая в этом случае касательными напряжениями, мы получили бы, что лобовое сопротивление пластинки равно нулю, что совершенно не соответствует действительности.

§ 8. Закон Ньютона для касательных напряжений. Коэффициенты вязкости

Рассмотрим более подробно касательные напряжения в жидкой или газообразной среде. Как уже указывалось в § 4, мы будем считать, что касательные напряжения в жидкостях и газах имеют место только тогда, когда одни частицы жидкости перемещаются относительно других частиц или относительно граничных поверхностей. Естественно предположить, что касательные усилия в жидкостях и газах при прочих равных условиях пропорциональны относительной скорости движения частиц, приходящейся на единицу расстояния между слоями, где находятся эти частицы.

Впервые это было предложено Ньютоном (1687); его гипотеза о внутреннем трении в жидкостях гласит ¹⁾: «Сопротивление, происходящее от недостатка скользкости жидкости при прочих одинаковых условиях, предполагается пропорциональным скорости, с которой частицы жидкости разъединяются друг от друга».

Выразим эту гипотезу в виде математической формулы. Ограничимся здесь простейшим случаем, когда все частицы жидкости движутся параллельно какой-либо плоскости (рис. 1.7). Возьмем сечение, параллельное этой плоскости и находящееся от нее на расстоянии, равном n .

Пусть скорость в этом сечении будет v , а в сечении, находящемся от плоскости на расстоянии $n + \Delta n$, скорость будет $v + \Delta v$. Относительная скорость в последнем сечении по отношению к первому равна Δv ; так как эта скорость соответствует отношению Δn между сечениями, то относительная скорость, приходящаяся на единицу расстояния

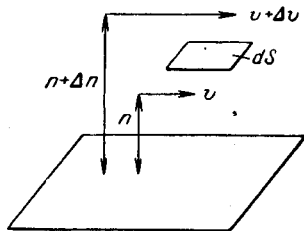


Рис. 1.7. К выводу закона Ньютона для касательных напряжений в газе.

¹⁾ Ньютон И., Математические начала натуральной философии, перевод акад. А. Н. Крылова, Известия Николаевской морской академии, 1915—1916.