разной в разных точках и зависящей для данного газа только от отношения давления к плотности в данной точке (2.25) или от абсолютной температуры в данной точке (2.26). Величина скорости звука a, которая, как уже указывалось, является характеристикой сжимаемости газа, играет важнейшую роль во всей механике газа; как увидим в дальнейшем, законы движения газа резко отличаются друг от друга в зависимости от того, больше ли скорость движения газа скорости распространения звука или меньше ее. Рассмотрим один из простейших примеров этого различия в следующем параграфе.

§ 9. Зависимость между площадью поперечного сечения струйки и скоростью движения идеального газа. Число M

Выясним, как изменяется скорость вдоль струйки газа при изменении площади поперечного сечения струйки. По уравнению расхода для струйки сжимаемой жидкости (уравнение (2.7)) мы имеем:

$$\rho v \sigma = \text{const}$$

вдоль струйки. Дифференцируя это уравнение и деля затем почленно на $\rho v \sigma$, получим:

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dv}{v} + \frac{d\sigma}{\sigma} = 0,$$

откуда

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{d\rho}{\rho} - \frac{dv}{v} = -\frac{dv}{v}\left(1 + \frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dv}{v}}\right). \tag{2.27}$$

Воспользуемся теперь уравнением энергии в дифференциальной форме (уравнение (2.17)). Предположим, что силы трения в газе отсутствуют (жидкость идеальная) и движение газа горизонтальное ($dz = 0$); тогда уравнение (2.17) примет вид

$$dU + \frac{1}{2}dv^2 + d\left(\frac{p}{\rho}\right) = dQ,$$

или

$$dU + \frac{1}{2}dv^2 + \frac{1}{\rho}dp + p\,d\left(\frac{1}{\rho}\right) = dQ.$$

Согласно первому закону термодинамики имеем:

$$dU + p\,dV = dQ,$$

где V есть объем одного килограмма массы газа, равный $1/\rho$. Принимая во внимание этот закон, получим из предыдущего равенства:

$$\frac{1}{2}dv^2 + \frac{1}{\rho}dp = 0,$$

или

$$v\,dv = -\frac{1}{\rho}dp. \tag{2.28}$$

Это равенство, которое наряду с уравнением расхода является основным для струйки газа, показывает, что в идеальной среде при установившемся течении возрастание скорости вдоль струйки всегда сопровождается уменьшением давления и, наоборот, уменьшение скорости — возрастанием давления.

Формула (2.27) теперь может быть записана в виде

$$\frac{d\sigma}{\sigma}=\frac{dv}{v}\left(v^2\frac{d\rho}{dp}-1\right)$$

или вследствие равенства (2.24) в виде

$$\frac{d\sigma}{\sigma}=\frac{dv}{v}\left(\frac{v^2}{a^2}-1\right). \qquad (2.29)$$

Последнее равенство устанавливает зависимость между площадью поперечного сечения струйки и скоростью движения газа.

Из уравнения (2.29) видно, что характер зависимости скорости от площади поперечного сечения струйки оказывается различным, смотря по тому, происходит ли движение газа с дозвуковой или сверхзвуковой скоростью.

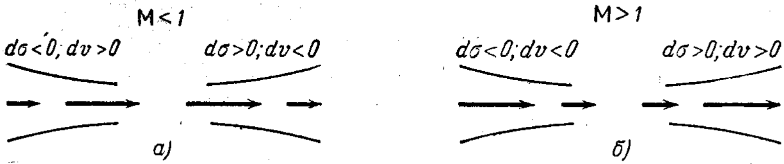


Рис. 2.30. Изменение скорости вдоль струйки при дозвуковом (*а*) и сверхзвуковом (*б*) течениях газа.

Если $v<a$, то выражение в скобках отрицательно по знаку и, следовательно, знак $d\sigma$ обратен знаку dv. Это означает, что если вдоль струйки площадь поперечного сечения возрастает, то скорость в ней убывает, и наоборот, если площадь поперечного сечения убывает, то скорость возрастает. Иными словами, при скоростях движения газа, меньших скорости распространения звука, соотношение между площадью поперечного сечения струйки и скоростью остается качественно тем же, что и в случае несжимаемой жидкости (количественно оно будет, разумеется, иным, так как в случае несжимаемой жидкости выражение в скобках равно -1, а при движении газа оно представляет собой правильную отрицательную дробь).

Если $v>a$, то соотношение между площадью поперечного сечения струйки и скоростью будет качественно иным, нежели в случае несжимаемой жидкости. При $v>a$ выражение в скобках положительно по знаку, и следовательно, знак $d\sigma$ совпадает со знаком dv. Это означает, что если вдоль струйки площадь поперечного сечения возрастает, то и скорость при этом возрастает и, наоборот, сжатие струйки сопровождается уменьшением скорости (рис. 2.30).

Отношение скорости движения газа к скорости распространения звука мы будем называть *числом* M: $\mathsf{M} = v/a$. В дозвуковой области $\mathsf{M} < 1$, в сверхзвуковой $\mathsf{M} > 1$; в несжимаемой среде $\mathsf{M} = 0$ при любой скорости движения. Введя число M, можно записать уравнение (2.29) в виде

$$\frac{d\sigma}{\sigma} = \frac{dv}{v}(\mathsf{M}^2 - 1). \tag{2.30}$$

Для того чтобы выяснить механический смысл числа M, обратимся к формуле (2.27). Сопоставляя ее с последним равенством, видим, что

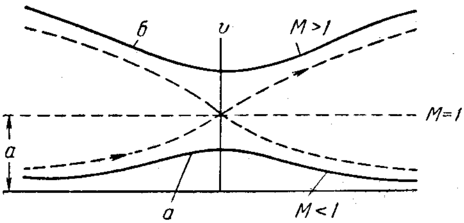
$$\mathsf{M}^2 = -\frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dv}{v}}.$$

Знаменатель этого выражения dv/v представляет собой относительное изменение скорости. Числитель $d\rho/\rho$ представляет собой относительное изменение плотности среды при изменении ее скорости. Таким образом, *число* M *характеризует относительное изменение плотности, приходящееся на единицу относительного изменения скорости.* Иными словами, число M, так же как и скорость звука, является характеристикой сжимаемости среды; но скорость звука как характеристика сжимаемости относится к покоящейся среде, тогда как число M связано с движущейся средой; оно является *характеристикой сжимаемости потока газа.*

Число M имеет поэтому фундаментальное значение во всей теории движения газа. Более подробно оно будет рассмотрено в следующей главе.

Из последнего соотношения следуют и другие важные выводы. Это соотношение показывает, что знак $d\rho$ при установившемся течении всегда противоположен знаку dv, т. е. при нарастании скорости вдоль струйки плотность газа уменьшается, и наоборот. Далее, из этого соотношения видно, что при дозвуковом течении газа относительное изменение плотности меньше относительного изменения скорости, тогда как при сверхзвуковом течении относительное изменение плотности превосходит по величине относительное изменение скорости.

Уравнение (2.30) позволяет объяснить действие так называемого сопла Лаваля, которое служит для получения больших скоростей течения газа. Сопло Лаваля представляет собой насадок, состоящий из короткой сужающейся части и следующей за нею более длинной расширяющейся части (рис. 2.31). Если поток газа, протекающий сквозь сопло Лаваля, имеет везде скорость, меньшую скорости распространения звука, то изменение скорости вдоль сопла происходит по кривой типа *a* на рис. 2.31; во входной части скорость нарастает, в сжатом сечении достигает максимума и в выходной части убывает. Если поток газа имеет везде сверхзвуковую скорость, то изменение скорости вдоль сопла происходит по кривой типа *б*: во входной части скорость уменьшается, в сжатом сечении достигает минимума и затем в выходной части нарастает. Если сопло спроектировано так, что в сжатом сечении $v=a$, то обе кривые соприкоснутся в точке, соответствующей этому сечению (пунктирные кривые на рис. 2.31). При этом по инерции поток продолжает ускоряться в сечении, где $v=a$ и распределение скорости переходит с кривой типа *а* на кривую типа *б*, т. е. в этом случае сопло Лаваля плавно переводит дозвуковой поток в сверхзвуковой.



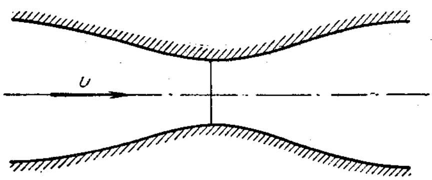


Рис. 2.31. Распределение скорости газа вдоль сопла Лаваля: *а* — при дозвуковом течении; *б* — при сверхзвуковом течении. Если скорость, нарастая, становится в сжатом сечении сопла равной *а*, то в расширяющейся части происходит дальнейшее увеличение скорости по кривой типа *б*.

Сопло Лаваля применяется с такой целью в сверхзвуковых аэродинамических трубах, паровых и газовых турбинах, турбореактивных двигателях и т. д. Впервые оно было применено в 1889 г. шведским инженером Лавалем в конструкции быстроходной паровой турбины. Желая получить возможно бо́льшую кинетическую энергию струи пара, удар которой о рабочие лопатки приводит во вращение рабочее колесо турбины, Лаваль применял сначала сужающиеся насадки. Однако опыт показал, что как только в выходном сечении такого насадка достигается скорость истечения, равная скорости звука, дальнейшее увеличение скорости при сужении насадка прекращается. Тогда Лаваль присоединил к сужающемуся насадку, в котором была достигнута звуковая скорость, расширяющийся насадок и оказалось, что при таком расширении скорость потока продолжает нарастать и поток из дозвукового переходит в сверхзвуковой.

§ 10. Уравнение энергии для установившегося движения идеальной сжимаемой жидкости

Рассмотрим установившееся движение идеальной сжимаемой жидкости. Уравнение энергии в дифференциальной форме (2.17) принимает для этого случая следующий вид:

$$dU+\frac{1}{2}d(v^2)+g\,dz+d\left(\frac{p}{\rho}\right)=dQ. \qquad (2.31)$$

В наиболее простой форме можно представить интеграл этого уравнения, если ввести понятие о теплосодержании газа; теплосодер-