вытекает в пустоту, то по формуле Сан-Венана и Ванцеля получаем максимальную возможную при этих условиях скорость истечения:

$$v_{\max}=\sqrt{\frac{2k}{k-1}RT_0}\approx 760\ м/сек.$$

Следует, однако, отметить, что истечение из отверстия при этих условиях не является адиабатическим, так что в действительности скорость $v_{\max}$ не будет достигнута.

§ 11. Предельная, критическая и приведенная скорости адиабатического течения газа

Из уравнений энергии для струйки газа (2.36) — (2.39) следует, что при установившемся адиабатическом процессе скорость течения газа ограничена: она всегда должна быть меньше некоторой максимальной или предельной скорости адиабатического течения, $v_{\max}$, которая соответствует $p=0$ или $T=0$, или $a=0$:

$$0\leqslant v\leqslant v_{\max}.$$

Определенная таким образом максимальная скорость установившегося, адиабатического течения газа вполне аналогична предельной скорости движения несжимаемой жидкости, о которой шла речь в § 6 настоящей главы. Как в одном, так и в другом случаях, когда внешняя энергия жидкости полностью переходит в кинетическую энергию, то давление становится равным нулю. Так как ни давление, ни абсолютная температура не могут быть отрицательными, то становится невозможным и дальнейшее увеличение скорости.

Скорость распространения звука в газе также ограничена; ее наибольшая величина a_0, очевидно, соответствует точке, в которой $v=0$:

$$0\leqslant a\leqslant a_0.$$

В покоящемся воздухе при нормальном атмосферном давлении максимальная скорость звука получается равной

$$a_0=\sqrt{k\frac{p}{\rho}}=\sqrt{1{,}41\frac{10330}{0{,}125}}\approx 342\ м/сек.$$

Если написать уравнение энергии (2.39) для двух сечений в струйке газа: одного, в котором скорость течения равна v, а скорость звука равна a, и другого, в котором $v=0$ и $a=a_0$, то получится:

$$\frac{v^2}{2}+\frac{a^2}{k-1}=\frac{a_0^2}{k-1}. \qquad (2.40)$$

Из этого уравнения, полагая в нем $a=0$ и соответственно $v=v_{\max}$, находим:

$$v_{\max}=a_0\sqrt{\frac{2}{k-1}}.$$

Как уже указывалось в предыдущем параграфе, для воздуха, имеющего в состоянии покоя атмосферное давление,

$$v_{max} = 342\sqrt{\frac{2}{0{,}41}} \approx 760 \text{ м/сек.}$$

Разделим почленно уравнение (2.40) на его правую часть; тогда получим:

$$\frac{v^2}{v_{max}^2} + \frac{a^2}{a_0^2} = 1. \tag{2.41}$$

Последнее равенство является наиболее симметричным видом уравнения энергии для струйки газа. Из него видно, что зависимость между v и a графически изображается для каждой данной струйки эллипсом, имеющим полуоси, соответственно равные v_{max} и a_0 (рис. 2.32).

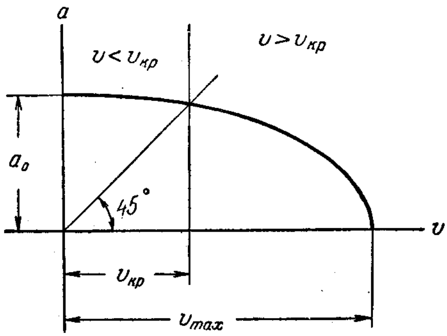

Рис. 2.32. Зависимость между v и a при адиабатическом течении газа изображается эллипсом с полуосями v_{max} и a_0.

Кроме скоростей v_{max} и a_0 необходимо ввести еще одну характерную скорость, весьма важную в механике газа. Речь идет о скорости движения газа, равной скорости распространения звука в данной точке; эта скорость называется *критической скоростью* и обозначается через $v_{кр}$. Она является для каждой струйки постоянной величиной и разграничивает на данной струйке промежутки с дозвуковыми и сверхзвуковыми скоростями движения газа. На рис. 2.32 критическая скорость находится простым геометрическим построением. Нетрудно и аналитически выразить $v_{кр}$ через v_{max} и a_0. Полагая в уравнении (2.40) $v = v_{кр}$ и $a = v_{кр}$, находим:

$$v_{кр}^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{k-1}\right) = \frac{a_0^2}{k-1},$$

откуда

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{2}{k+1}}\,a_0 = \sqrt{\frac{k-1}{k+1}}\,v_{max}. \tag{2.42}$$

При $k = 1{,}41$ эти соотношения принимают вид

$$v_{кр} = 0{,}91a_0 = 0{,}412v_{max}.$$

Для того чтобы охарактеризовать распределение скорости в потоке газа безразмерной величиной, вводят так называемую *приведенную скорость*. Под приведенной скоростью понимают *отношение скорости движения газа в данной точке к критической скорости* *на струйке, проходящей через данную точку*; приведенную скорость обозначают через λ:

$$\lambda = \frac{v}{v_{\text{кр}}}. \tag{2.43}$$

Приведенной скоростью в ряде случаев удобнее пользоваться, чем числом M, потому что в выражении приведенной скорости знаменатель есть величина постоянная вдоль струйки и распределение λ повторяет распределение v, тогда как в выражении числа $\mathrm{M} = v/a$ и числитель, и знаменатель изменяются вдоль струйки. Однако обе эти величины (λ и M) однозначно связаны друг с другом. В самом деле,

$$\frac{\mathrm{M}}{\lambda} = \frac{v_{\text{кр}}}{a} = \sqrt{\frac{2}{k+1}}\,\frac{a_0}{a};$$

но из уравнения (2.40) следует:

$$\frac{a_0}{a} = \sqrt{1 + \frac{k-1}{2}\,\frac{v^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{M}^2};$$

подставляя это выражение в предыдущее равенство и решая относительно λ, находим:

$$\lambda = \sqrt{\frac{k+1}{2}}\,\frac{\mathrm{M}}{\sqrt{1 + \frac{k-1}{2}\mathrm{M}^2}}. \tag{2.44}$$

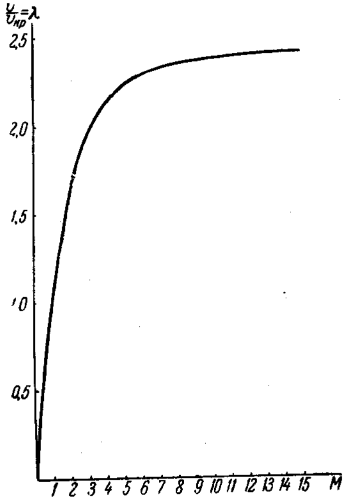

Рис. 2.33. Зависимость приведенной скорости λ от числа M (при $k=1,4$).

Обратная зависимость M от λ получается решением этого уравнения относительно M:

$$\mathrm{M} = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{k+1}{2} - \frac{k-1}{2}\lambda^2}}. \tag{2.45}$$

Зависимость λ от M представлена в виде графика на рис. 2.33.

§ 12. Давление, плотность и температура в точке адиабатического торможения потока газа

Если в потоке газа находится препятствие, то, как известно из предыдущего (§ 6 настоящей главы), на передней стороне препятствия всегда расположена точка, в которой скорость равна нулю; эта точка называется точкой торможения потока (рис. 2.34).

Из уравнений энергии для струйки газа (2.36), (2.37) и уравнения состояния газа следует, что в точке торможения потока давление, плотность и температура газа достигают максимальных значений, возможных в данном потоке. Их необходимо знать, в частности, для