

на струйке, проходящей через данную точку; приведенную скорость обозначают через  $\lambda$ :

$$\lambda = \frac{v}{v_{кр}}. \quad (2.43)$$

Приведенной скоростью в ряде случаев удобнее пользоваться, чем числом  $M$ , потому что в выражении приведенной скорости знаменатель есть величина постоянная вдоль струйки и распределение  $\lambda$  повторяет распределение  $v$ , тогда как в выражении числа  $M = v/a$  и числитель, и знаменатель изменяются вдоль струйки. Однако обе эти величины ( $\lambda$  и  $M$ ) однозначно связаны друг с другом. В самом деле,

$$\frac{M}{\lambda} = \frac{v_{кр}}{a} = \sqrt{\frac{2}{k+1} \frac{a_0}{a}};$$

но из уравнения (2.40) следует:

$$\frac{a_0}{a} = \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} \frac{v^2}{a^2}} = \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M^2};$$

подставляя это выражение в предыдущее равенство и решая относительно  $\lambda$ , находим:

$$\lambda = \sqrt{\frac{k+1}{2}} \frac{M}{\sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M^2}}. \quad (2.44)$$

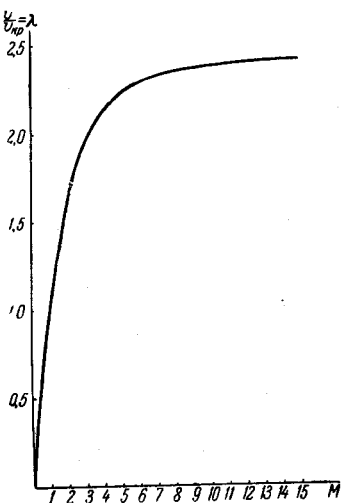


Рис. 2.33. Зависимость приведенной скорости  $\lambda$  от числа  $M$  (при  $k=1,4$ ).

Обратная зависимость  $M$  от  $\lambda$  получается решением этого уравнения относительно  $M$ :

$$M = \frac{\lambda}{\sqrt{\frac{k+1}{2} - \frac{k-1}{2} \lambda^2}}. \quad (2.45)$$

Зависимость  $\lambda$  от  $M$  представлена в виде графика на рис. 2.33.

## § 12. Давление, плотность и температура в точке адиабатического торможения потока газа

Если в потоке газа находится препятствие, то, как известно из предыдущего (§ 6 настоящей главы), на передней стороне препятствия всегда расположена точка, в которой скорость равна нулю; эта точка называется точкой торможения потока (рис. 2.34).

Из уравнений энергии для струйки газа (2.36), (2.37) и уравнения состояния газа следует, что в точке торможения потока давление, плотность и температура газа достигают максимальных значений, возможных в данном потоке. Их необходимо знать, в частности, для

измерения скорости потока газа с помощью скоростной трубки и его температуры с помощью термометра. Вычислим эти максимальные значения, предполагая, что торможение потока при приближении к препятствию происходит адиабатически и с постоянной энтропией.

Возьмем в струйке, проходящей через точку торможения  $A$  два поперечных сечения: одно — далеко перед препятствием (на бесконечности), где скорость движения газа равна  $V_\infty$ , другое, где скорость равна нулю. Будем отмечать величины, относящиеся к первому сечению, индексом  $\infty$ , а величины, относящиеся ко второму сечению, — индексом  $0$ . Уравнение энергии (2.39), написанное для этих двух сечений, будет иметь вид

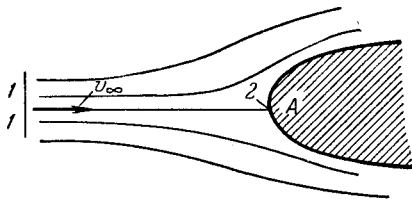


Рис. 2.34. В точке торможения  $A$  потока газа скорость равна нулю, а давление, плотность и температура достигают максимума.

$$\frac{V_\infty^2}{2} + \frac{a_\infty^2}{k-1} = \frac{a_0^2}{k-1}.$$

Отсюда, деля почленно на  $a_\infty^2/(k-1)$ , получаем:

$$\frac{a_0^2}{a_\infty^2} = 1 + \frac{k-1}{2} \frac{V_\infty^2}{a_\infty^2} = 1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2, \quad (2.46)$$

где  $M_\infty = V_\infty/a_\infty$ . Подставим сюда вместо  $a$  его выражение через абсолютную температуру  $T$  по формуле (2.26); тогда получим следующую формулу для температуры в точке адиабатического торможения потока газа:

$$T_0 = T_\infty \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right), \quad (2.47)$$

Из этой формулы видно, что в точке торможения потока газа температура больше, чем в набегающем потоке; при этом превышение  $T_0$  над температурой окружающей среды  $T_\infty$  пропорционально квадрату числа  $M$  набегающего потока:

$$\Delta T_0 = T_0 - T_\infty = \frac{k-1}{2} M_\infty^2 T_\infty.$$

Зависимость температуры торможения адиабатического потока газа от числа  $M$  набегающего потока и температуры окружающей среды представлена в виде графика на рис. 2.35.

При значениях числа  $M$ , которые имеют место в современной авиационной и ракетной технике, температура торможения может достигать очень больших величин. Так, например, если ракета летит на высоте 20 км со скоростью 5350 км/час ( $M=5$ ), то при температуре окружающей среды, равной (по МСА)  $T_\infty = 216^\circ \text{K}$  ( $-57^\circ \text{C}$ ),

температура торможения по формуле (2.47) будет равна

$$T_0 = 216 (1 + 0,2 \cdot 25) = 1296^\circ \text{K},$$

и следовательно,  $\Delta T_0 = 1080^\circ$ . Температура торможения, полученная в этом примере, превосходит температуру плавления стали (уже при  $M = 3$  температура торможения на уровне моря ( $T_0 = 806^\circ \text{K}$ ) превосходит температуру плавления алюминия). Поэтому носок корпуса

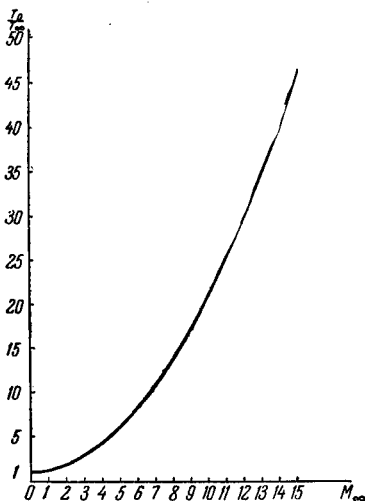


Рис. 2.35. Зависимость температуры торможения изэнтропического потока газа от числа  $M_\infty$  (при  $k = 1,4$ ).

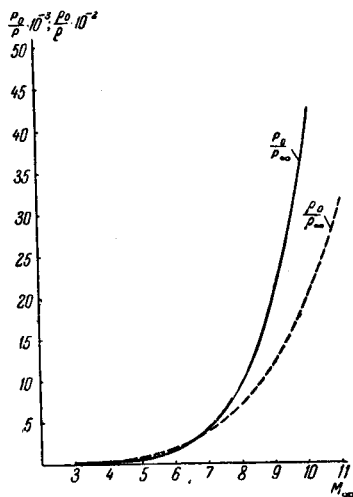


Рис. 2.36. Зависимость давления и плотности в точке торможения изэнтропического потока газа от числа  $M_\infty$  (при  $k = 1,4$ ).

ракеты, если он выполнен из перечисленных металлов и не приняты меры к его охлаждению, в полете будет оплавляться. Как будет показано в дальнейшем (в теории пограничного слоя), действительная температура воздуха не только у носка, но и на всей остальной поверхности летящего тела близка к температуре торможения (вычисленной по местной скорости обтекания и местной скорости звука); она несколько меньше этой температуры вследствие того, что часть энергии затрачивается на работу сил трения воздуха.

*Превышение температуры воздуха у поверхности летящего тела над температурой окружающей среды носит название аэродинамического нагрева поверхности* и представляет собой одну из серьезнейших и труднейших проблем современной авиационной и ракетной техники. Серьезность этой проблемы состоит в том, что при существующих материалах и способах охлаждения поверхности аэродинамический нагрев ставит преграду дальнейшему росту скорости полета (тепловой барьер). Трудность состоит не только в отборе и отводе значительного количества тепла с поверхности летящего тела, но и в том, что с возрастанием скорости температура

воздуха у поверхности быстро возрастает. В дальнейшем будут рассмотрены способы решения проблемы аэродинамического нагрева.

Вычислим давление и плотность газа в точке адиабатического торможения. Подставим в равенство (2.46) вместо  $a$  его выражение по формуле (2.25); тогда получим:

$$\frac{p_0}{p_\infty} \frac{\rho_\infty}{\rho_0} = 1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2.$$

Из уравнения адиабатического процесса следует:

$$\frac{p_\infty}{\rho_0} = \left( \frac{p_\infty}{p_0} \right)^{1/k};$$

подставляя это выражение в предыдущее равенство и решая его относительно  $p_0/p_\infty$ , находим:

$$\frac{p_0}{p_\infty} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right)^{k/(k-1)}. \quad (2.48)$$

Отсюда по уравнению адиабатического процесса получаем выражение для плотности

$$\frac{\rho_0}{\rho_\infty} = \left( 1 + \frac{k-1}{2} M_\infty^2 \right)^{1/(k-1)}. \quad (2.49)$$

Зависимости (2.48) и (2.49) представлены в виде графиков на рис. 2.36. Следует отметить, что в формуле (2.48) можно полагать  $M_\infty = 0$  лишь в том случае, когда  $v_\infty = 0$ ; при  $a_\infty = \infty$ , т. е. для случая несжимаемой жидкости, эта формула непосредственно непригодна, так как при ее выводе использована зависимость скорости звука от давления, относящаяся только к газу.

### § 13. Зависимость давления в струйке газа от давления торможения. Погрешность при вычислении давления и плотности в газе по формулам для несжимаемой жидкости

Уравнение энергии для струйки газа значительно сложнее, нежели уравнение Бернулли для струйки несжимаемой жидкости, так как объемный вес газа  $\gamma$  есть величина переменная вдоль струйки. В связи с этим возникает вопрос, нельзя ли при вычислении давлений в газе пользоваться при определенных условиях вместо уравнения (2.36) значительно более простым уравнением (2.21). Разумеется, уравнение (2.21) в применении к газу не является точным уравнением, а лишь приближенным. Вычислим величину погрешности, которая получается, если определять давления в газе по уравнению Бернулли для несжимаемой жидкости.

Для этого сопоставим давления, вычисленные для газа по уравнению (2.36), с давлениями, которые получаются при тех же