

§ 14. Уравнение энергии для движения несжимаемой жидкости с потерями энергии

До сих пор мы рассматривали движение идеальной жидкости; применим теперь общее уравнение сохранения энергии (2.17) к реальной (вязкой) жидкости. Для простоты будем считать жидкость несжимаемой и вначале предположим, что теплообмен выделенной струйки с окружающей средой отсутствует. Тогда $dU=0$, $dQ=0$ и уравнение (2.17) принимает следующий вид:

$$v dv + g dz + \frac{1}{\rho} dp + dK = 0. \quad (2.51)$$

Удельную работу dK сил трения, приложенных к выделенному на данной струйке элементу, можно считать ввиду малости элемента пропорциональной его длине вдоль струйки ds ; если обозначить удельную силу трения, т. е. силу трения, приходящуюся на единицу массы жидкости через $-k$, то

$$dK = -k ds \cos(-k, ds) = k ds.$$

Интегрируя уравнение (2.51) вдоль данной струйки от сечения 1 до сечения 2, получим:

$$\left(\frac{p}{\rho} + \frac{v^2}{2} + gz \right) \Big|_1^2 + \int_{(1)}^{(2)} k ds = 0,$$

или

$$\left(\frac{p_1}{\rho} + \frac{v_1^2}{2g} + z_1 \right) - \left(\frac{p_2}{\rho} + \frac{v_2^2}{2g} + z_2 \right) = \frac{1}{g} \int_{(1)}^{(2)} k ds. \quad (2.52)$$

Здесь индексы 1 и 2 означают номера сечений, к которым относятся соответствующие величины. Уравнение (2.52) представляет собой *уравнение энергии для струйки вязкой несжимаемой жидкости*.

Каждый из трехчленов, заключенных в скобки в уравнении (2.52), представляет собой, как известно из § 5, величину полной (внешней) энергии в соответствующем сечении, отнесенной к единице веса протекающей жидкости. При движении идеальной жидкости эта энергия является величиной постоянной вдоль струйки (уравнение (2.19)). При движении вязкой жидкости, как показывает уравнение (2.52), полная энергия единицы веса не остается постоянной вдоль струйки; в первом (по потоку) сечении она всегда больше, чем во втором. Разность удельных энергий в первом и втором сечениях равна удельной работе сил трения, приложенных к струйке на участке между первым и вторым сечением. Энергия потока, израсходованная на работу сил трения, превращается в конечном счете в тепловую энергию, рассеивается и не может быть, как известно из термодинамики, полностью восстановлена как механическая энергия. В этом смысле

израсходованная на работу сил трения энергия называется *потерянной энергией*.

Правая часть в уравнении (2.52) так же, как и остальные слагаемые, имеет размерность высоты (линейную); она называется напором, потерянным на трение. Положение, записанное в виде уравнения (2.52), можно теперь сформулировать так: *при установившемся движении вязкой несжимаемой жидкости без теплообмена разность полных напоров в двух сечениях одной и той же струйки равна напору, потерянному на трение между этими сечениями*.

Для того чтобы вычислить напор, потерянный на трение, нужно знать величину касательного напряжения в каждой точке поверхности выделенной струйки. Природа касательных напряжений в жидкости очень сложна, и их величина зависит от многих обстоятельств, которые мы будем изучать в дальнейшем. Но один важный частный случай мы рассмотрим теперь (в следующем же параграфе), исходя из некоторого эмпирического закона для касательных напряжений, не претендующего на большую точность, но зато весьма простого.

§ 15. Сопротивление цилиндрического трубопровода. Местные сопротивления

Пусть несжимаемая жидкость движется по длинной цилиндрической трубе. Вычислим для этого случая напор, потерянный на трение, рассматривая жидкость, находящуюся в трубе, как струйку, ограниченную внутренней поверхностью трубы. Многочисленными экспериментами, восходящими еще к Гюйгенсу (1690) и Ньютону, можно считать установленным, что при тех размерах труб и скоростях движения, которые обычно применяются в технике, касательные напряжения на поверхности трубы приблизительно пропорциональны плотности жидкости и квадрату средней по сечению скорости ее движения, т. е. иными словами, пропорциональны динамическому давлению. Этот эмпирический закон мы здесь и примем, т. е. будем считать, что

$$\tau_0 = \bar{\tau}_0 \frac{\rho v_{\text{ср}}^2}{2};$$

здесь через τ_0 обозначено касательное напряжение на поверхности стенки трубы, через $v_{\text{ср}}$ — средняя по поперечному сечению S скорость, определяемая формулой

$$v_{\text{ср}} = \frac{\int_{(S)} v dS}{S},$$

а $\bar{\tau}_0$ есть безразмерный коэффициент пропорциональности (коэффициент трения), зависящий от природы жидкости, состояния поверхности стенок (в частности, от их шероховатости) и от других обстоятельств, о которых речь будет идти в дальнейшем.