постороннего двигателя, или рабочее колесо компрессора или вращательно-лопастного насоса, то создается приток энергии к струйке и в этом случае в уравнение энергии должно быть включено дополнительное слагаемое, учитывающее этот приток. Обозначим для краткости удельное количество подведенного или отведенного тепла через q_{12}; заменим, кроме того, K_2-K_1 разностью потерянного напора $h_{\text{пот}}$ и приобретенного напора $h_{\text{пр}}$; тогда уравнение энергии для элементарной струйки примет следующий вид:

$$U_1+\frac{v_1^2}{2}+gz_1+\frac{p_1}{\rho_1}=U_2+\frac{v_2^2}{2}+gz_2+\frac{p_2}{\rho_2}+gh_{\text{пот}}-gh_{\text{пр}}-q_{12}. \quad (2.55)$$

Внутренняя энергия килограмма массы газа U, которая входит в последнее уравнение, может быть легко подсчитана, если известна теплоемкость данного газа при постоянном объеме c_v и его температура T. В самом деле, когда газ нагревается при сохранении его объема, то работа расширения равна нулю и вся подводимая теплота переходит в энергию движения молекул, т. е. во внутреннюю энергию. Так как количество теплоты, необходимое при постоянном объеме для нагрева до температуры T, равно c_vT, то

$$U=c_vT.$$

Приобретенная одним килограммом газа внешняя механическая энергия $h_{\text{пр}}$ может быть вычислена, если известны сообщаемая потоку газа мощность и весовой расход газа. Действительно, $h_{\text{пр}}$ представляет собой энергию, полученную единицей веса газа; если обозначить полученную от двигателя энергию через E, а вес газа, протекшего за то же время, через G, то

$$h_{\text{пр}}=\frac{E}{G}.$$

Разделив числитель и знаменатель на время, за которое количество газа весом G протекло через рабочее колесо насоса, вентилятора или компрессора, получим в числителе приобретенную потоком мощность, а в знаменателе — весовой расход:

$$h_{\text{пр}}=\frac{N_{\text{пр}}}{Q_{\text{в}}}=\frac{N\eta}{Q_{\text{в}}},$$

где N есть мощность двигателя, η — коэффициент полезного действия установки, а $Q_{\text{в}}$ — весовой расход газа.

Подставляя в уравнение (2.55) вместо U и $h_{\text{пр}}$ их выражения, получим:

$$c_vT_1+\frac{v_1^2}{2}+gz_1+\frac{p_1}{\rho_1}=$$
$$=c_vT_2+\frac{v_2^2}{2}+gz_2+\frac{p_2}{\rho_2}+gh_{\text{пот}\,12}-g\frac{N\eta}{Q_{\text{в}}}-q_{12}. \quad (2.56)$$

§ 17. Соотношение между площадью поперечного сечения струйки и скоростью движения газа при наличии трения

Теплообмен и потери энергии на трение изменяют соотношение между площадью поперечного сечения струйки и скоростью движения газа, известное из предыдущего для идеальной жидкости и адиабатического процесса (уравнение (2.30)).

Для того чтобы выяснить влияние трения на движение газа вдоль элементарной струйки, рассмотрим два основных уравнения: уравнение расхода и уравнение энергии. Уравнение расхода для элементарной струйки, как известно из § 9, можно представить в виде

$$\frac{d\rho}{\rho}+\frac{dv}{v}+\frac{d\sigma}{\sigma}=0,$$

где σ есть площадь ее поперечного сечения.

Уравнение энергии (2.17) в случае отсутствия теплообмена упрощается: здесь обращаются в нуль dQ и сумма $dU+pd\,(1/\rho)$, и следовательно, можно написать:

$$v\,dv+\frac{1}{\rho}\,dp+dK=0. \tag{2.57}$$

Рассмотрим сначала случай, когда скорость вдоль струйки постоянна, т. е. $dv=0$. Из последнего уравнения при этом получается:

$$dp=-\rho\,dK.$$

Так как в случае потерь энергии на трение $dK>0$, то $dp<0$; следовательно и $d\rho<0$. Уравнение расхода, которое при $dv=0$ принимает вид

$$\frac{d\sigma}{\sigma}=-\frac{d\rho}{\rho},$$

показывает, что если $d\rho<0$, то $d\sigma>0$. Таким образом, движение газа с трением при постоянной скорости должно, в отличие от несжимаемой жидкости, сопровождаться расширением струек; это расширение может быть вычислено на основании последних двух равенств и уравнения адиабаты.

Пусть теперь $dv\neq 0$; тогда уравнение расхода можно представить в виде

$$\frac{d\sigma}{\sigma}=-\frac{dv}{v}\left(1+\frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dv}{v}}\right).$$

Из уравнения энергии (2.57) находим:

$$\frac{dv}{v}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{v^2}-\frac{dK}{v^2}; \tag{2.58}$$

следовательно,

$$\frac{\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{dv}{v}}=\frac{-\frac{d\rho}{\rho}}{\frac{1}{\rho}\frac{dp}{v^2}\left(1+\frac{\rho\,dK}{dp}\right)}=-\frac{\mathrm{M}^2}{1+\frac{\rho\,dK}{dp}}.$$

Соотношение между v и σ для вязкого газа теперь принимает вид

$$\frac{d\sigma}{\sigma}=-\frac{dv}{v}\left(1-\frac{\mathrm{M}^2}{1+\frac{\rho\,dK}{dp}}\right). \tag{2.59}$$

Из уравнения (2.59) получаются важные выводы. Представим себе цилиндрический трубопровод, по которому течет вязкий газ, и будем рассматривать этот газ как струйку. Так как в этом случае $\sigma=\mathrm{const}$, т. е. $d\sigma=0$, а $dv\neq 0$, то из уравнения (2.59) следует:

$$-\frac{\rho\,dK}{dp}=1-\mathrm{M}^2.$$

Отсюда видно, что если течение газа по цилиндрическому трубопроводу является дозвуковым и, следовательно, $1-\mathrm{M}^2>0$, то $dp<0$ (ибо при движении с трением dK всегда положительно по знаку); если течение газа является сверхзвуковым ($1-\mathrm{M}^2<0$), то $dp>0$. Исключим теперь dK с помощью последнего равенства из уравнения (2.58); тогда получим:

$$\frac{dv}{v}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{v^2}\left(1-\frac{\rho\, dK}{dp}\right)=-\frac{\mathrm{M}^2}{\rho v^2}\,dp.$$

Отсюда видно, что если $dp<0$ (дозвуковое движение), то $dv>0$, и наоборот, если $dp>0$ (сверхзвуковое движение), то $dv<0$. Таким образом, *дозвуковое движение вязкого газа по цилиндрической трубе всегда будет движением ускоренным, а сверхзвуковое движение — замедленным.* Эти свойства движения вязкого газа противоположны известным из предыдущего свойствам движения идеального газа и свойствам движения вязкой несжимаемой жидкости.

Рассмотрим теперь струйку, в которой $\sigma\neq\mathrm{const}$. Из уравнения (2.59) видно, как вязкость газа, приводящая к потерям энергии на трение, изменяет соотношение между v и σ. Предположим, что $dv>0$, а $dp<0$; тогда выражение в скобках в уравнении (2.59) будет меньшим величины $1-\mathrm{M}^2$, которая входит в это выражение в случае идеальной жидкости. Следовательно, при прочих равных условиях сжатие струйки вязкого газа при дозвуковом движении и расширение ее при сверхзвуковом движении (в случае $dv>0$) будет меньшим, чем в идеальном газе. Аналогично найдем, что если $dv<0$, а $dp>0$, то вязкость газа увеличивает расширение струйки при дозвуковом и сжатие ее при сверхзвуковом движении.