ния. Занимаясь вопросом об усовершенствовании парусов, А. Флеттнер в 1923 г. пришел к мысли использовать вместо парусов вращающиеся цилиндры («роторы»). Экспериментальные исследования показали, что приводимый во вращение ротор действует при ветре по тем же законам, что и обыкновенный парус, но имеет то преимущество, что его поверхность значительно меньше, нежели у эквивалентного по силе паруса. На рис. 4.37

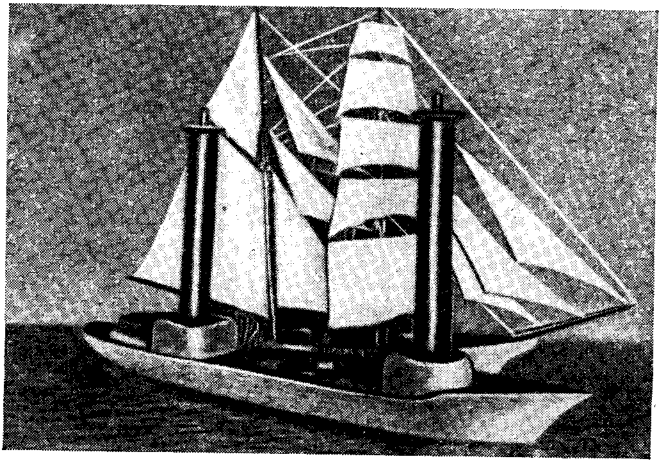

Рис. 4.37. Модели двух лодок: парусной и роторной, которые по испытаниям в аэродинамической трубе оказались почти равноценными.

представлена фотография двух моделей лодок, которые были испытаны в аэродинамической трубе и оказались почти равноценными; площадь парусов здесь в 10 раз больше площади проекции цилиндров.

Для проверки действия роторов на практике был использован трехмачтовый моторнопарусный бриг «Букау» водоизмещением в 778 *т* (длина брига 45 *м*, ширина 9 *м*). Вместо мачт на корабле были установлены две роторные башни высотой в 18,5 *м* и диаметром в 2,8 *м*. Испытания, проведенные в 1924 г., показали, что при затрате мощности на вращение роторов в 9 *л. с.* скорость хода при ветре может достигнуть 8,2 узла, или 15,2 *км/час*. При этом из ветра извлекается энергия, примерно в 50 раз большая затраченной. Корабль показал при испытании хорошую маневренность и простоту в обслуживании роторов (управлять ими может один человек, тогда как для парусов требуется большая команда).

## § 14. Обтекание шара потенциальным потоком несжимаемой жидкости

**1. Диполь в пространстве.** Рассмотрим теперь поток, который получается из пространственного источника и пространственного стока равных расходов $Q$ в пределе, когда $Q \to \infty$, а расстояние между центрами источника и стока $2\varepsilon \to 0$.

При наложении поступательного потока на поток от источника и стока равных расходов получается обтекание овального тела вращения, подобно тому, как в аналогичных условиях для плоскости получается обтекание овального цилиндра. При наложении поступательного потока на упомянутый предельный поток получается обтекание шара. Вычислим потенциал скоростей и функцию тока этого потока. Возьмем цилиндрическую систему координат, в которой ось $x$ проходит через центры источника и стока (положительное направление оси $x$ считаем от центра источника к центру стока), а начало координат расположено посередине расстояния между центрами. Тогда потенциалы скоростей и функции тока налагаемых потоков определятся следующими формулами:

$$\varphi_{\text{ист}} = -\frac{Q}{4\pi}\,\frac{1}{\sqrt{(x+\varepsilon)^2+r^2}}, \qquad \psi_{\text{ист}} = \frac{Q}{4\pi}\,\frac{x+\varepsilon}{\sqrt{(x+\varepsilon)^2+r^2}},$$

$$\varphi_{\text{ст}} = \frac{Q}{4\pi}\,\frac{1}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2+r^2}}, \qquad \psi_{\text{ст}} = -\frac{Q}{4\pi}\,\frac{x-\varepsilon}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2+r^2}}.$$

Для потока, который представляет собой результат наложения источника и стока, имеем теперь следующий потенциал скоростей:

$$\varphi = -\frac{Q}{4\pi}\left[\frac{1}{\sqrt{(x+\varepsilon)^2+r^2}} - \frac{1}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2+r^2}}\right]$$

и функцию тока:

$$\psi = \frac{Q}{4\pi}\left[\frac{x+\varepsilon}{\sqrt{(x+\varepsilon)^2+r^2}} - \frac{x-\varepsilon}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2+r^2}}\right].$$

Диполем (в пространстве) называется поток, который получается отсюда при переходе к пределу, когда $\varepsilon \to 0$, $Q \to \infty$, но так, что произведение $2\varepsilon Q = M$; величина $M$ называется моментом диполя, а ось $x$ — осью диполя. Потенциал скоростей и функцию тока диполя в пространстве вычисляем так же, как вычисляли эти функции для случая плоского диполя.

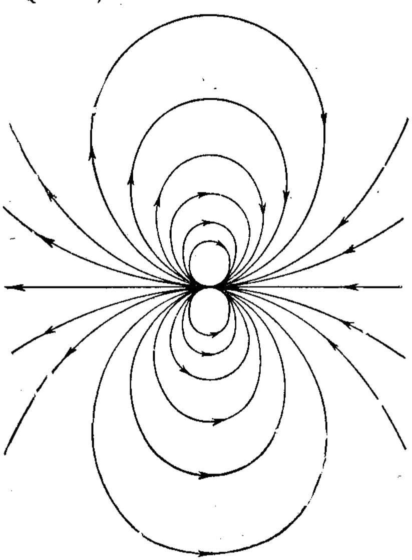

Рис. 4.38. Линии тока диполя в пространстве.

В результате окончательно получаем:

$$\varphi_{\text{дип}} = \frac{M}{4\pi}\,\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{M}{4\pi\rho^2}\cos\vartheta, \tag{4.58}$$

$$\psi_{\text{дип}} = -\frac{M}{4\pi}\,\frac{r^2}{(x^2+r^2)^{3/2}} = -\frac{M}{4\pi\rho}\sin^2\vartheta, \tag{4.59}$$

где $\rho$ и $\vartheta$ — полярные координаты точки в плоскости, проходящей через ось $x$. Линии тока диполя в пространстве в одной из меридиональных плоскостей представлены на рис. 4.38.

**2. Обтекание шара потенциальным потоком.** Обтекание шара может быть исследовано аналогично тому, как было исследовано обтекание кругового цилиндра. Необходимо для этого наложить на диполь в пространстве поступательный поток, направленный вдоль оси $x$.

Для результирующего потока будем иметь:

$$\varphi = Vx + \frac{M}{4\pi}\,\frac{x}{(x^2+r^2)^{3/2}}, \qquad \psi = \frac{Vr^2}{2} - \frac{M}{4\pi}\,\frac{r^2}{(x^2+r^2)^{3/2}}.$$

Приравнивая $\psi$ постоянной величине, получаем уравнение семейства линий тока:

$$r^2\left[\frac{V}{2}-\frac{M}{4\pi}\frac{1}{(x^2+r^2)^{3/2}}\right]=\text{const}=c.$$

При $c=0$ уравнение соответствующей линии тока имеет вид

$$r^2\left[\frac{V}{2}-\frac{M}{4\pi}\frac{1}{(x^2+r^2)^{3/2}}\right]=0.$$

Оно распадается на два: $r=0$, что изображает ось $x$, и

$$\frac{V}{2}-\frac{M}{4\pi}\frac{1}{(x^2+r^2)^{3/2}}=0;$$

последнее уравнение после преобразований принимает вид

$$x^2+r^2=\sqrt[3]{\left(\frac{M}{2\pi V}\right)^2},$$

откуда ясно, что оно изображает окружность с центром в начале координат и радиусом

$$\rho_0=\sqrt[3]{\frac{M}{2\pi V}}.$$

Таким образом, для того чтобы получить обтекание шара заданного радиуса $\rho_0$ поступательным потоком с заданной скоростью $V$, необходимо

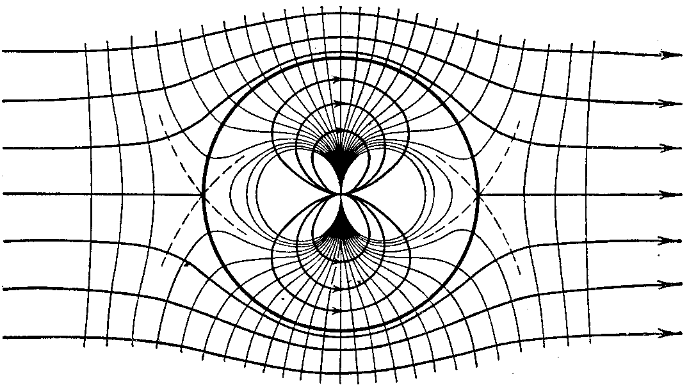

Рис. 4.39. Линии тока и линии равного потенциала при наложении прямолинейно-поступательного потока на диполь в пространстве.

в этот поток поместить диполь с осью, параллельной $V$, момент которого вычисляется из последней формулы

$$M=2\pi V\rho_0^3.$$

Потенциал скоростей и функцию тока для обтекания шара радиуса $\rho_0$ можно теперь выразить через известные величины, подставив вместо $M$ его последнее значение. В полярных координатах $\rho$, $\vartheta$ получаем:

$$\varphi=V\rho\cos\vartheta\left(1+\frac{\rho_0^3}{2\rho^3}\right),\quad \psi=\frac{V\rho^2\sin^2\vartheta}{2}\left(1-\frac{\rho_0^3}{\rho^3}\right).$$

Определенные по этим формулам линии тока и линии равного потенциала изображены для одной из меридиональных плоскостей на рис. 4.39.

Исходя из любой из последних формул, можно вычислить распределение скоростей в потоке, обтекающем шар.

В частности, для точек, лежащих на поверхности шара, т. е. для которых $\rho=\rho_0$, находим:

$$v_\rho=0, \quad v_s=-\frac{3}{2}V\sin\vartheta. \tag{4.60}$$

Сравнивая этот результат с результатом, полученным для кругового цилиндра, видим, что скорости на шаре меньше скоростей в соответствующих точках кругового цилиндра; их отношение равно 0,75.

## § 15. Дальнейшее развитие метода наложения потоков. Приведение задачи к интегральному уравнению

Мы видели в предыдущих параграфах, что если соответствующим образом подобрать налагаемые потоки, то можно получить поток, обтекающий то или иное тело. Можно было бы продолжить и дальше процесс постепенного усложнения потоков и при этом всякий раз отыскивать форму тела, обтекание которого получается в найденном потоке. Однако такой процесс при всей своей простоте все же не может удовлетворять нас; отыскание потока, обтекающего то или иное тело, здесь целиком поставлено в зависимость от того, насколько удачно подобраны налагаемые потоки. Такой процесс подбора, хотя и расширяет круг известных нам движений жидкости, все же не может планомерно привести к нахождению потока, обтекающего заданное тело: поиски этого потока производились бы здесь в значительной мере «вслепую». Более того, получив в результате наложения потоков обтекание тела той или иной формы, мы не смогли бы судить об удобообтекаемости этой формы. Удобообтекаемость определяется величиной сопротивления тела, а предполагая поток потенциальным и, следовательно, пренебрегая касательными напряжениями, мы тем самым лишены возможности теоретически определить сопротивление. Поэтому нельзя выбирать таким способом форму тел: при проектировании летательного аппарата формы его частей выбираются из иных соображений, с учетом их сопротивления. Обычно лишь после того, как они выбраны, возникает задача об определении поля скоростей при обтекании их потенциальным потоком несжимаемой жидкости.

Таким образом, с практической точки зрения оказывается целесообразным поставить по отношению к методу наложения потоков несколько иной вопрос, нежели тот, которым мы занимались в предыдущих параграфах. Там мы налагали известные нам элементарные потоки, исследовали результирующий поток и определяли форму тела, которое можно представить себе погруженным в этот поток без нарушения картины его линий тока. Теперь же поставим вопрос о том, какие потоки и в каких сочетаниях необходимо наложить друг на друга для того, чтобы получить обтекание тела, *форма которого задана*. Оказывается, что приближенно этот вопрос может быть решен, вообще говоря, для любого тела.

В качестве налагаемых потоков проще всего представлять себе источники и стоки. При движении тела в спокойной среде частицы, которые находятся перед телом, расталкиваются им, частицы, которые находятся за телом, устремляются за ним. Линии тока при таком движении исходят из носовой части и заканчиваются на поверхности тела в кормовой его части. Картина движения в среде получается, следовательно, такая, как если бы на поверхности тела или внутри его находились в носовой части источники, в кормовой части — стоки.

Внутри тела можно по-разному располагать центры источников и стоков. Решение задачи не получается при этом однозначным. Более правильным