Если ввести, аналогично тому как это делается в теории крыла, относительную толщину цилиндра $\bar{c}$, понимая под этим отношение толщины $2b$ к длине хорды $2a$, то формула для $v_{\max}$ может быть представлена в виде

$$v_{\max}=V\sqrt{\frac{2(1+\bar{c})}{2-\bar{c}}}.$$

При малой относительной толщине приближенно (с точностью до малых величин второго порядка) можно считать, что

$$\frac{1}{1-\frac{1}{2}\bar{c}}=1+\frac{1}{2}\bar{c},$$

и следовательно,

$$v_{\max}\approx V\sqrt{(1+\bar{c})\left(1+\frac{1}{2}\bar{c}\right)}\approx V\left(1+\frac{3}{4}\bar{c}\right).$$

Отсюда видно, что если относительная толщина эллиптического цилиндра возрастает на 1%, то максимальная скорость на его поверхности увеличивается на $^3/_4\,\%$.

Решение задачи об обтекании эллиптического цилиндра малой толщины используется в аэродинамике крыла при определении поля скоростей вокруг профиля крыла.

§ 19. Решение уравнения Лапласа для симметрично-осевого потенциального потока несжимаемой жидкости. Продольное обтекание эллипсоида вращения

Наряду с методом наложения потоков для решения уравнения Лапласа часто применяется еще другой общий метод. Он состоит в том, что частное решение уравнения Лапласа ищут в виде произведения функций, каждая из которых зависит только от одной независимой переменной. Так как уравнение Лапласа является линейным дифференциальным уравнением, то общее решение можно представить как сумму частных решений упомянутого вида. Мы изложим этот метод применительно к симметрично-осевому потоку несжимаемой жидкости. Такой поток, как уже указывалось ранее, имеет место при движении в среде тела вращения вдоль его оси.

Уравнение для потенциала скоростей φ симметрично-осевого потока несжимаемой жидкости известно из предыдущего (равенство 4.40):

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial r}=0.$$

Имея в виду изучить обтекание удлиненного тела вращения, введем в это уравнение вместо прямоугольных координат (x, r) в меридиональной плоскости эллиптические координаты. Для того чтобы наиболее просто выразить прямоугольные координаты через эллиптические, рассмотрим конформное преобразование

$$\zeta_1=e^z.$$

Если представить здесь переменную ζ_1 в виде

$$\zeta_1=re^{i\theta},$$

то, сопоставляя это с выражением $e^z=e^xe^{iy}$, находим:

$$r=e^x,\qquad \theta=y\qquad (0\leqslant y\leqslant 2\pi).$$

Отсюда видно, что конформное преобразование $\zeta_1 = e^z$ переводит координатные линии прямоугольной системы координат $x = \text{const}$ и $y = \text{const}$ в координатные линии полярной системы $r = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$. Из предыдущего параграфа известно, что эти последние линии преобразованием Жуковского переводятся в координатные линии эллиптической системы координат. Поэтому, подставляя в формулу конформного преобразования Жуковского

$$\zeta_1 = z + \frac{r_0^2}{z}$$

вместо z выражение $r_0 e^{\zeta}$, получим преобразование координатных линий прямоугольной системы координат в координатные линии эллиптической системы. Формула такого преобразования будет иметь вид

$$\zeta_1 = r_0 (e^{\zeta} + e^{-\zeta}),$$

или, если отделить вещественную и мнимую части, полагая, что меридиональная плоскость x, r является плоскостью комплексного переменного ζ_1 ($\zeta_1 = x + ir$), а $\zeta = \xi + i\eta$, то получим:

$$x = r_0 (e^{\xi} + e^{-\xi}) \cos\eta, \quad r = r_0 (e^{\xi} - e^{-\xi}) \sin\eta.$$

Выражение $\frac{1}{2}(e^{\xi} + e^{-\xi})$ называется, как известно из математики, гиперболическим косинусом и обозначается $\operatorname{ch}\xi$, а выражение $\frac{1}{2}(e^{\xi} - e^{-\xi})$ называется гиперболическим синусом и обозначается $\operatorname{sh}\xi$. Таким образом, мы приходим к следующим выражениям прямоугольных координат x, r через эллиптические координаты ξ, η:

$$x = 2r_0 \operatorname{ch}\xi \cos\eta, \quad r = 2r_0 \operatorname{sh}\xi \sin\eta;$$

здесь $2r_0$ представляет собой, как уже выяснялось ранее, расстояние от начала координат до каждого из фокусов семейства софокусных эллипсов и гипербол, являющихся координатными линиями.

Обозначим

$$\operatorname{ch}\xi = \lambda, \quad \cos\eta = \mu;$$

тогда будем иметь:

$$x = 2r_0\lambda\mu, \qquad r = 2r_0 \sqrt{\lambda^2 - 1}\sqrt{1 - \mu^2}. \tag{4.70}$$

Величины λ и μ также являются эллиптическими координатами, ибо при $\lambda = \text{const}$ получается $\xi = \text{const}$, что соответствует на плоскости x, r семейству софокусных эллипсов, а при $\mu = \text{const}$ получается $\eta = \text{const}$, что соответствует семейству софокусных гипербол.

Выполним теперь в уравнении для потенциала скоростей замену переменных, перейдя от координат x и r к эллиптическим координатам λ и μ. Так как λ и μ являются функциями от x и r, то можем написать:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x} + \frac{\partial\varphi}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial x},$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r} = \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial r} + \frac{\partial\varphi}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial r}.$$

Для того чтобы определить производные от λ и μ по x и r, продифференцируем по x и r каждое из равенств (4.70); тогда получим:

$$1=\frac{\partial x}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x}+\frac{\partial x}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial x}=2r_0\mu\frac{\partial\lambda}{\partial x}+2r_0\lambda\frac{\partial\mu}{\partial x},$$

$$0=\frac{\partial x}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial r}+\frac{\partial x}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial r}=2r_0\mu\frac{\partial\lambda}{\partial r}+2r_0\lambda\frac{\partial\mu}{\partial r},$$

$$0=\frac{\partial r}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial x}+\frac{\partial r}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial x}=2r_0\frac{\lambda\sqrt{1-\mu^2}}{\sqrt{\lambda^2-1}}\frac{\partial\lambda}{\partial x}-2r_0\frac{\mu\sqrt{\lambda^2-1}}{\sqrt{1-\mu^2}}\frac{\partial\mu}{\partial x},$$

$$1=\frac{\partial r}{\partial\lambda}\frac{\partial\lambda}{\partial r}+\frac{\partial r}{\partial\mu}\frac{\partial\mu}{\partial r}=2r_0\frac{\lambda\sqrt{1-\mu^2}}{\sqrt{\lambda^2-1}}\frac{\partial\lambda}{\partial r}-2r_0\frac{\mu\sqrt{\lambda^2-1}}{\sqrt{1-\mu^2}}\frac{\partial\mu}{\partial r}.$$

Отсюда находим:

$$\frac{\partial\lambda}{\partial x}=\frac{1}{2r_0}\frac{\mu(\lambda^2-1)}{\lambda^2-\mu^2},\qquad \frac{\partial\mu}{\partial x}=\frac{1}{2r_0}\frac{\lambda(1-\mu^2)}{\lambda^2-\mu^2},$$

$$\frac{\partial\lambda}{\partial r}=\frac{\lambda}{2r_0}\frac{\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{\lambda^2-1}}{\lambda^2-\mu^2},\qquad \frac{\partial\mu}{\partial r}=-\frac{\mu}{2r_0}\frac{\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{\lambda^2-1}}{\lambda^2-\mu^2}.$$

Для производных от φ по x и r теперь получаются выражения:

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{1}{2r_0(\lambda^2-\mu^2)}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\mu(\lambda^2-1)+\frac{\partial\varphi}{\partial\mu}\lambda(1-\mu^2)\right],$$

$$\frac{\partial\varphi}{\partial r}=\frac{\sqrt{1-\mu^2}\sqrt{\lambda^2-1}}{2r_0(\lambda^2-\mu^2)}\left[\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\lambda-\frac{\partial\varphi}{\partial\mu}\mu\right].$$

Дифференцируя повторно и подставляя выражения производных в уравнение (4.40) для потенциала скоростей, окончательно будем иметь:

$$\frac{\partial}{\partial\lambda}\left[(\lambda^2-1)\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\right]+\frac{\partial}{\partial\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{\partial\varphi}{\partial\mu}\right]=0. \tag{4.71}$$

Будем искать частное решение φ_n уравнения (4.71) в виде произведения двух функций $\Lambda_n(\lambda)$ и $\mathrm{M}_n(\mu)$, каждая из которых зависит только от одной эллиптической координаты:

$$\varphi_n=\Lambda_n(\lambda)\,\mathrm{M}_n(\mu). \tag{4.72}$$

Подставляя это выражение в (4.71), получим:

$$\mathrm{M}_n(\mu)\frac{d}{d\lambda}\left[(\lambda^2-1)\frac{d\Lambda_n(\lambda)}{d\lambda}\right]+\Lambda_n(\lambda)\frac{d}{d\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{d\mathrm{M}_n(\mu)}{d\mu}\right]=0.$$

Переменные здесь могут быть отделены и тогда будем иметь:

$$\frac{1}{\Lambda_n(\lambda)}\frac{d}{d\lambda}\left[(\lambda^2-1)\frac{d\Lambda_n(\lambda)}{d\lambda}\right]=-\frac{1}{\mathrm{M}_n(\mu)}\frac{d}{d\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{d\mathrm{M}_n(\mu)}{d\mu}\right].$$

Левая часть в этом равенстве представляет собой функцию только от λ, правая часть — функцию только от μ; равенство этих двух частей при любых значениях λ и μ возможно лишь в том случае, если каждая из них равна одной и той же постоянной величине. Из этого условия получаются два обыкновенных дифференциальных уравнения для определения функций Λ_n и M_n:

$$\frac{d}{d\lambda}\left[(\lambda^2-1)\frac{d\Lambda_n}{d\lambda}\right]=C\Lambda_n,\qquad \frac{d}{d\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{d\mathrm{M}_n}{d\mu}\right]=-C\mathrm{M}_n,$$

где C есть произвольная постоянная. Беря C в виде $n(n+1)$, где n есть целое положительное число, приведем последние уравнения к уравнениям Лежандра [1]):

$$\frac{d}{d\lambda}\left[(1-\lambda^2)\frac{d\Lambda_n}{d\lambda}\right]+n(n+1)\Lambda_n=0, \qquad \frac{d}{d\mu}\left[(1-\mu^2)\frac{dM_n}{d\mu}\right]+n(n+1)M_n=0.$$

В математике доказывается, что решениями этого уравнения являются так называемые функции Лежандра. Существует два класса независимых друг от друга функций Лежандра: полиномы Лежандра первого рода $P_n(x)$ и функции Лежандра второго рода $Q_n(x)$. Они определяются следующими равенствами:

$$P_n(x)=\frac{1}{2^n n!}\frac{d^n}{dx^n}(x^2-1)^n,$$

$$Q_n(x)=\left[\frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}-\frac{1}{x}-\frac{1^2}{3x}-\frac{2^2}{5x}-\frac{3^2}{7x}-\ldots-\frac{(n-1)^2}{(2n-1)x}\right]P_n(x),$$

где $n=0, 1, 2, \ldots, x>1$.

Первые несколько функций Лежандра имеют вид:

$$P_0(x)=1, \quad P_1(x)=x, \quad P_2(x)=\frac{1}{2}(3x^2-1), \qquad P_3(x)=\frac{1}{2}(5x^3-3x),$$

$$P_4(x)=\frac{1}{8}(35x^4-30x^2+3), \quad P_5(x)=\frac{1}{8}(63x^5-70x^3+15x),$$

$$Q_0(x)=\frac{1}{2}\ln\frac{x+1}{x-1}, \quad Q_1(x)=Q_0(x)P_1(x)-1,$$

$$Q_2(x)=Q_0(x)P_2(x)-\frac{3}{2}x, \quad Q_3(x)=Q_0(x)P_3(x)-\frac{5}{2}x^2+\frac{2}{3},$$

$$Q_4(x)=Q_0(x)P_4(x)-\frac{35}{8}x^3+\frac{55}{24}x, \ldots$$

Представим искомый потенциал скоростей в виде суммы потенциала скоростей прямолинейно поступательного потока, текущего со скоростью V вдоль оси x и потенциала скоростей φ' потока, возникшего от присутствия тела в среде (этот поток называется потоком возмущения):

$$\varphi=Vx+\varphi'(\lambda, \mu).$$

Так как возмущение, вызванное телом в среде, убывает при удалении от тела, то очевидно, что на бесконечности $\varphi'=0$.

Потенциал скоростей потока возмущения представим в виде суммы бесконечного ряда, расположенного по функциям φ_n, определяемым равенством (4.72):

$$\varphi'=\sum_{n=0}^{\infty}A_n\Lambda_n(\lambda)M_n(\mu);$$

здесь A_n суть коэффициенты, различные для разных тел, которые в каждом отдельном случае должны быть определены из граничного условия на поверхности данного тела. Положим:

$$\Lambda_n(\lambda)=Q_n(\lambda), \qquad M_n(\mu)=P_n(\mu),$$

где Q_n и P_n — соответствующие функции Лежандра. При таком выборе функций Λ и M граничное условие на бесконечности для φ' выполняется

[1]) См. Смирнов В. И., Курс высшей математики, т. III; Уиттекер Е. и Ватсон Г., Курс современного анализа, ч. II.

автоматически, так как μ — величина ограниченная $(-1 \leqslant \mu \leqslant 1)$, а следовательно, ограниченной величиной является и полином P_n; что же касается λ, то соответствующим выбором параметра r_0 в преобразовании (4.70) прямоугольных координат в эллиптические можно сделать так, чтобы внешней к телу части среды соответствовали значения $1 < \lambda < \infty$; при $\lambda \to \infty$, как нетрудно проверить, $Q_n \to 0$. Итак, для потенциала скоростей в случае продольного обтекания тела вращения получается выражение

$$\varphi = 2Vr_0\lambda\mu + \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(\mu) Q_n(\lambda).$$

Вычислим теперь компоненты скорости v_λ и v_μ по направлениям координатных линий. Обозначим длину элемента дуги на линии $\mu = \text{const}$ через ds_λ, а длину элемента дуги на линии $\lambda = \text{const}$—через ds_μ; тогда сможем написать:

$$v_\lambda = \frac{\partial\varphi}{\partial s_\lambda} = \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\frac{d\lambda}{ds_\lambda}, \qquad v_\mu = \frac{\partial\varphi}{\partial s_\mu} = \frac{\partial\varphi}{\partial\mu}\frac{d\mu}{ds_\mu}.$$

Так как

$$ds_\lambda = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial\lambda}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial\lambda}\right)^2}\, d\lambda, \qquad ds_\mu = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial\mu}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial\mu}\right)^2}\, d\mu,$$

то по формулам (4.70) находим:

$$\frac{d\lambda}{ds_\lambda} = \frac{1}{2r_0}\sqrt{\frac{\lambda^2-1}{\lambda^2-\mu^2}}, \qquad \frac{d\mu}{ds_\mu} = \frac{1}{2r_0}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\lambda^2-\mu^2}}. \tag{4.73}$$

Для компонент скорости теперь получаются выражения

$$v_\lambda = \frac{1}{2r_0}\sqrt{\frac{\lambda^2-1}{\lambda^2-\mu^2}}\left(V2r_0\mu + \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(\mu)\frac{dQ_n(\lambda)}{d\lambda}\right),$$

$$v_\mu = \frac{1}{2r_0}\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\lambda^2-\mu^2}}\left(V2r_0\lambda + \sum_{n=0}^{\infty} A_n Q_n(\lambda)\frac{dP_n(\mu)}{d\mu}\right).$$

Граничное условие на поверхности тела состоит, как известно, в том, что нормальная к поверхности тела составляющая скорости должна быть равна нулю:

$$v_n = v_\lambda \cos(\widehat{ds_\lambda, n}) + v_\mu \cos(\widehat{ds_\mu, n}) = 0.$$

Подставляя в это уравнение вместо v_λ и v_μ их выражения, получим:

$$\sqrt{\lambda^2-1}\left(V2r_0\mu + \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n \frac{dQ_n}{d\lambda}\right)\cos(\widehat{ds_\lambda, n}) +$$
$$+ \sqrt{1-\mu^2}\left(V2r_0\lambda + \sum_{n=0}^{\infty} A_n Q_n \frac{dP_n}{d\mu}\right)\cos(\widehat{ds_\mu, n}) = 0.$$

На контуре меридионального сечения тела λ является функцией μ ($\lambda = f(\mu)$ — уравнение контура в эллиптических координатах), $\cos(\widehat{ds_\lambda, n})$ и $\cos(\widehat{ds_\mu, n})$ представляют собою в этих координатах направляющие косинусы нормали. Все величины в последнем уравнении являются, таким образом, известными функциями или постоянными. Придавая μ в этом уравнении ряд численных значений, получим систему линейных относительно A_n уравнений. Для практических расчетов достаточно взять несколько слагаемых вместо бесконечной суммы и придать μ столько же численных значений.

Рассмотрим теперь один важный частный случай. Положим в формуле для v_λ все коэффициенты, кроме A_1, равными нулю. Тогда будем иметь:

$$v_{\lambda 1}=\frac{1}{2r_0}\sqrt{\frac{\lambda^2-1}{\lambda^2-\mu^2}}\left(V2r_0\mu+A_1P_1(\mu)\frac{dQ_1(\lambda)}{d\lambda}\right);$$

так как

$$P_1(\mu)=\mu, \quad \frac{dQ_1(\lambda)}{d\lambda}=\frac{1}{2}\ln\frac{\lambda+1}{\lambda-1}-\frac{\lambda}{\lambda^2-1},$$

то

$$v_{\lambda 1}=\frac{1}{2r_0}\sqrt{\frac{\lambda^2-1}{\lambda^2-\mu^2}}\,\mu\left[2r_0V-A_1\left(\frac{\lambda}{\lambda^2-1}-\frac{1}{2}\ln\frac{\lambda+1}{\lambda-1}\right)\right].$$

Из этой формулы видно, что при $\lambda=\text{const}=\lambda_0$, т. е. на поверхности эллипсоида вращения, $v_{\lambda 1}$ обращается в нуль, если взять

$$A_1=\frac{2r_0V}{\dfrac{\lambda_0}{\lambda_0^2-1}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\lambda_0+1}{\lambda_0-1}}.$$

Но условие $v_\lambda=0$ на поверхности эллипсоида эквивалентно условию $v_n=0$, ибо координатные линии, вдоль которых направлено v_λ (гиперболы), ортогональны к эллипсу $\lambda=\lambda_0$. Таким образом, указанные значения A_n определяют потенциальный поток, обтекающий эллипсоид вращения вдоль его оси. Величину скорости на поверхности эллипсоида мы получим из формулы для v_μ, подставляя в нее эти значения A_n и полагая $\lambda=\lambda_0$:

$$v_\mu=V\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\lambda_0^2-\mu^2}}\left(\lambda_0+\frac{\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\lambda_0+1}{\lambda_0-1}\lambda_0-1}{\dfrac{\lambda_0}{\lambda_0^2-1}-\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{\lambda_0+1}{\lambda_0-1}}\right).$$

Вернемся в этой формуле к переменным x, r. Заметим с этой целью, что, как следует из равенства (4.73),

$$\sqrt{\frac{1-\mu^2}{\lambda_0^2-\mu^2}}=2r_0\frac{d\mu}{ds_\mu},$$

но $d\mu$ связано с dx соотношением

$$dx=\frac{\partial x}{\partial\mu}d\mu+\frac{\partial x}{\partial\lambda}d\lambda.$$

На поверхности эллипсоида $\lambda=\text{const}$, $d\lambda=0$ и

$$dx=\frac{\partial x}{\partial\mu}d\mu=2r_0\lambda_0 d\mu,$$

откуда

$$d\mu=\frac{1}{2r_0\lambda_0}dx.$$

Величина λ_0 связана с полуосями эллипса. В самом деле, из уравнений (4.70) следует:

$$\frac{x^2}{(2r_0\lambda_0)^2}+\frac{r^2}{(2r_0)^2(\lambda_0^2-1)}=1;$$

отсюда видно, что

$$2r_0\lambda_0=a,$$

где a есть большая полуось. Отношение $a/2r_0$, где r_0 есть половина фокусного расстояния, называется, как известно, эксцентриситетом эллипса; обозначая его через e, сможем написать:

$$\lambda_0 = \frac{1}{e}.$$

После указанных подстановок формула для v_μ приобретает вид

$$v_\mu = V\left(1 + \frac{\frac{1}{2}\ln\frac{1+e}{1-e} - e}{\frac{e}{1-e^2} - \frac{1}{2}\ln\frac{1+e}{1-e}}\right)\frac{dx}{ds};$$

здесь ds есть длина элемента дуги эллипса, которая ранее была обозначена через ds_μ. Таким образом, оказывается, что скорость на поверхности эллипсоида вращения пропорциональна dx/ds, т. е. косинусу угла между касательной в данной точке к меридиональному сечению эллипсоида и осью вращения.

В случае, если относительная толщина эллипсоида $\bar{c} = b/a$ мала, последняя формула может быть значительно упрощена. Выразим с этой целью e через $\bar{c}$:

$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = (1 - \bar{c}^2)^{1/2};$$

при малой величине $\bar{c}$ приближенно можно считать, что

$$e = 1 - \frac{1}{2}\bar{c}^2.$$

Второе слагаемое в скобках в формуле для v_μ теперь примет вид

$$\frac{\frac{1}{2}\ln\frac{1+e}{1-e} - e}{\frac{e}{1-e^2} - \frac{1}{2}\ln\frac{1+e}{1-e}} = \frac{\frac{1}{2}\ln\left(2 - \frac{1}{2}\bar{c}^2\right) - \frac{1}{2}\ln\frac{\bar{c}^2}{2} - 1 + \frac{1}{2}\bar{c}^2}{\frac{1}{\bar{c}^2} - \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\ln\left(2 - \frac{1}{2}\bar{c}^2\right) - \frac{1}{2}\ln\frac{\bar{c}^2}{2}}.$$

В числителе можно пренебречь величиной $\bar{c}^2$ по сравнению с другими; в знаменателе можно пренебречь по сравнению с первым слагаемым всеми остальными. Тогда получим:

$$v_\mu = V\left[1 + \left(\ln\frac{2}{\bar{c}} - 1\right)\bar{c}^2\right]\frac{dx}{ds}.$$

Отсюда видно, что изменение относительной толщины эллипсоида (в пределах малых значений $\bar{c}$) пренебрежимо мало изменяет скорости на его поверхности. Это изменение приблизительно пропорционально $\bar{c}^2$, тогда как для эллиптического цилиндра оно пропорционально $\bar{c}$. Максимальная скорость на поверхности тонкого эллипсоида $v_{\mu\,\max} = V\left[1 + \bar{c}^2\left(\ln\frac{2}{\bar{c}} - 1\right)\right]$ вообще мало отличается от V; так, например, если $\bar{c} = 0{,}1$, то $v_{\mu\,\max} = 1{,}02V$.

§ 20. Вихревые линии и трубки. Понятие об интенсивности вихря

Мы перейдем теперь к изучению кинематики вращательного движения в жидкости. При определении силового взаимодействия жидкости и твердого тела вращательное движение частиц играет огромную роль. Достаточно сказать, что как подъемная сила самолета, так и