лютной величине интенсивность (рис. 5.7); он называется *остановочным вихрем.* Таким образом, циркуляция скорости по первоначальному жидкому контуру здесь все же равна нулю, в полном соответствии с теоремой Томсона.

Наблюдения показывают далее, что при всяком изменении угла атаки профиля или скорости его движения от задней кромки отходят начальные вихри, циркуляция вокруг которых одинакова по абсолютной величине и противоположна по знаку изменению циркуляции вокруг профиля. Эти вихри необходимо учитывать, например, при изучении вибраций крыльев.

Начальные вихри и вихри, которые образуются на крыле, являются, таким образом, парными вихрями в том смысле, что их суммарная интенсивность всякий раз равна нулю в соответствии с теоремой Томсона.

## § 9. Возникновение вихрей в идеальном газе

Рассмотрим теперь общий случай небаротропной среды и выясним, от каких обстоятельств зависит изменение циркуляции скорости в такой среде. Согласно кинематической теореме Томсона можем написать:

$$\frac{d\Gamma}{dt}=\oint\limits_{(L)}\left(\frac{dv_x}{dt}\,\delta x+\frac{dv_y}{dt}\,\delta y+\frac{dv_z}{dt}\,\delta z\right).$$

Подставляя сюда вместо $dv_x/dt$, $dv_y/dt$, $dv_z/dt$ их выражения по уравнениям Эйлера и предполагая, что объемные силы имеют потенциал, получим:

$$\frac{d\Gamma}{dt}=-\oint\limits_{(L)}\frac{dp}{\rho}.$$

Выразим в этой формуле плотность через давление и температуру по уравнению состояния. Возьмем это уравнение в простейшем виде, в форме уравнения Клапейрона:

$$\rho=\rho_0\frac{p}{p_0}\frac{T_0}{T}.$$

Производная от циркуляции скорости по замкнутому жидкому контуру будет иметь теперь вид

$$\frac{d\Gamma}{dt}=-\frac{p_0}{\rho_0 T_0}\oint\limits_{(L)}\frac{T}{p}\,dp.$$

Введем в рассмотрение поверхности равного давления в газе, т. е. поверхности, во всех точках которых $p=\text{const}$ (они называются изобарическими поверхностями), и поверхности равной температуры, т. е. поверхности, во всех точках которых $T=\text{const}$ (они называются изотермическими поверхностями).

Если бы эти два семейства поверхностей во всех точках совпадали, то это означало бы, что при $p = \text{const}$ $T = \text{const}$, т. е. температура в этом случае полностью определялась бы давлением: $T = f(p)$. При этом интеграл по замкнутому контуру в правой части последней формулы был бы равен нулю и, следовательно, циркуляция скорости по контуру с течением времени не изменялась.

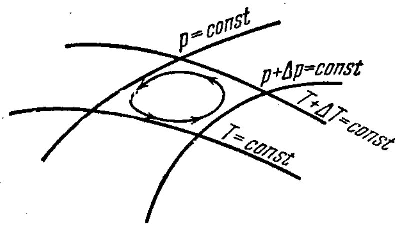

Рис. 5.8. Элементарный контур, образованный двумя соседними изобарами и двумя соседними изотермами.

Допустим, что изобарические и изотермические поверхности не совпадают. Возьмем две соседние поверхности одного семейства и две соседние поверхности другого семейства и рассмотрим элементарный контур (рис. 5.8), который получается в пересечении этих поверхностей. Вычислим по последней формуле $d\Gamma/dt$ для этого контура, обходя его в направлении, указанном стрелкой, и представляя контурный интеграл в виде суммы интегралов, распространенных на отдельные участки контура:

$$\frac{d\Gamma}{dt} \approx -\frac{p_0}{\rho_0 T_0}\left[\frac{T}{p}\,\Delta p - \frac{T+\Delta T}{p}\,\Delta p\right] = \frac{p_0}{\rho_0 T_0}\,\frac{\Delta T}{p}\,\Delta p = \frac{\Delta p}{\rho}\,\frac{\Delta T}{T}.$$

Отсюда следует, что интенсивность образования вихрей в идеальном газе, характеризуемая величиной $d\Gamma/dt$, пропорциональна при данном $\Delta p/\rho$ величине относительного изменения температуры $\Delta T/T$. Иными словами, вихри будут образовываться тем интенсивнее, чем неравномернее распределена температура вдоль данной поверхности равного давления. Неравномерность в распределении температуры по изобарическим поверхностям и является здесь причиной вращательного движения частиц.

Изложенное в этом параграфе находит себе подтверждение в образовании атмосферных циркуляционных движений. На поверхностях равного давления, приблизительно параллельных земной поверхности, возникают разности температур от неравномерного нагрева Земли Солнцем. Вследствие этого, по доказанному, получаются вращения частиц, которые суммируясь, дают циркуляционные движения. Нетрудно видеть, что направление этой циркуляции совпадает с направлением поворота от линии наибольшего возрастания давлений ($\operatorname{grad} p$) к линии наибольшего возрастания температур ($\operatorname{grad} T$).

Так, например, в результате неравномерного нагревания поверхности Земли у полюсов и на экваторе получается картина, схематично изображенная на рис. 5.9. Поверхности равного давления можно считать приблизительно параллельными поверхности Земли, тогда как поверхности равной температуры идут, опускаясь от экватора к полюсу. Так как эти поверхности пересекаются, то возникает вращение частиц, от которого получается циркуляционное движение в направлении, указанном стрелкой (от $\operatorname{grad} p$ к $\operatorname{grad} T$). Воздух движется у Земли от полюсов к экватору, у экватора поднимается, в верхних слоях течет от экватора к полюсу и у полюса опускается вниз. Ветер,

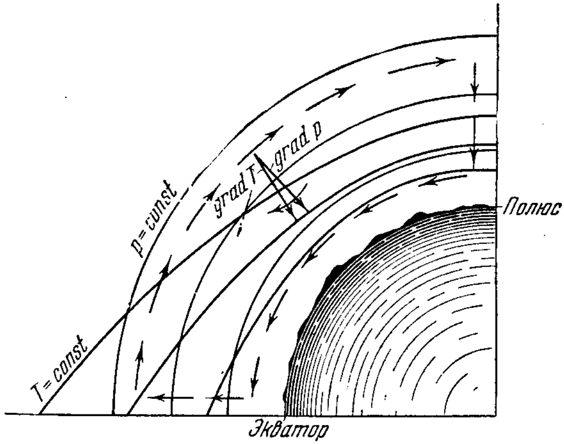


Рис. 5.9. Пересечение в атмосфере изобарических и изотермических поверхностей между полюсом и экватором и возникновение циркуляционного движения.

который происходит от этого циркуляционного движения, называется, как известно, пассатом (или антипассатом).

Аналогично происхождение муссонов, бризов и циклонов.

## § 10. Потенциальное движение идеальной баротропной жидкости. Общее уравнение для потенциала скоростей

При движении удобообтекаемого тела в жидкости или газе можно считать в большинстве случаев, что поток потенциален. Исключение составляют лишь некоторые области с весьма малой поперечной протяженностью: скачки уплотнения, пограничный слой и спутная струя за телом, где течение является вихревым.

Рассмотрим теперь потенциальное течение газа и составим уравнение для потенциала скоростей. Будем предполагать при этом среду идеальной и баротропной, а течение установившимся. Как и в случае несжимаемой жидкости, будем исходить при выводе уравнения для потенциала скоростей из уравнения неразрывности движения, которое для установившегося течения имеет вид (гл. 2, § 3):

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}=0,$$

или

$$v_x\frac{\partial\rho}{\partial x}+v_y\frac{\partial\rho}{\partial y}+v_z\frac{\partial\rho}{\partial z}+\rho\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}+\frac{\partial v_y}{\partial y}+\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)=0.$$