§ 15. Основные уравнения скачка уплотнения

Скачки уплотнения в газовой среде представляют собой не только интересное физическое явление, но имеют и огромное практическое значение. Дело в том, что, как будет показано в дальнейшем, сжатие газа в скачках уплотнения сопровождается необратимым переходом части его механической энергии в энергию тепловую, которая рассеивается в среде. В результате такого перехода энтропия газа при его течении сквозь скачок нарастает и, таким образом, сжатие газа в скачке не является изэнтропическим. В этом смысле мы будем говорить далее о потерях механической энергии в скачках уплотнения.

При движении тела в газовой среде потери энергии в скачках уплотнения компенсируются энергией движущегося тела. Поэтому как только появляются скачки уплотнения (т. е. при $M_\infty > M_{кр}$), лобовое сопротивление тела резко возрастает; этот прирост лобового сопротивления называется волновым сопротивлением и, в зависимости от формы тела и числа M_∞, может оказаться значительно бо́льшим, чем вся остальная часть лобового сопротивления. Появление скачков уплотнения резко изменяет также распределение давлений по поверхности тела, подъемную силу и аэродинамический момент. Поэтому изучение скачков уплотнения необходимо для расчета и конструирования всякого скоростного летательного аппарата, реактивного двигателя, газовой турбины и осевого компрессора.

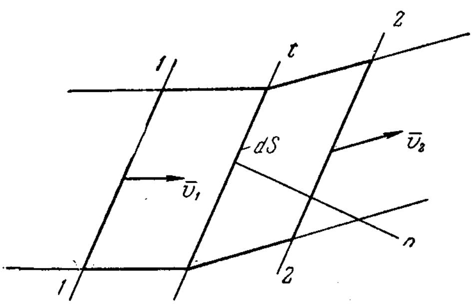

Рис. 5.34. К выводу основных уравнений для скачка уплотнения.

При изучении скачка уплотнения в идеальной среде мы будем пренебрегать его протяженностью вдоль потока, т. е. будем считать, что он не имеет толщины, а представляет собою поверхность разрыва непрерывности для скорости, давления и плотности. В действительности скачок уплотнения имеет весьма малую толщину, порядка длины свободного пробега молекул газа (как показывают экспериментальные данные, при градиентах давления в скачке порядка 10^3 *атм/мм* толщина скачка имеет величину порядка 10^{-3} *мм*).

Предположим, что нам известны все величины, характеризующие движение газа перед скачком, и поставим своей задачей вычислить эти величины за скачком. Для простоты ограничимся при этом случаем установившегося движения газа.

Выделим элементарную струйку газа, проходящую сквозь скачок, и обозначим через dS площадь сечения этой струйки поверхностью скачка. Вследствие разрыва скорости на скачке, направления линий тока перед скачком и за ним будут разными. Поэтому, если проведем из точек контура площадки dS прямые, параллельные скорости, то в области за скачком они будут иметь иное направление, чем перед скачком (рис. 5.34). Эти прямые и сечения *1* и *2* перед скачком и за ним образуют контрольную поверхность, сквозь которую течет газ. Будем обозначать величины, относящиеся к сечению *1*, буквами с индексом 1, относящиеся к сечению *2* — буквами с индексом 2.

Составим для газа, текущего через контрольную поверхность, уравнение неразрывности движения, уравнение энергии и уравнение импульсов (т. е. изменения количества движения).

Так как площади сечений *1* и *2* по построению одинаковы, то уравнение неразрывности движения имеет в данном случае вид

$$\rho_1 v_{1n} = \rho_2 v_{2n}, \tag{5.30}$$

где n есть направление нормали к поверхности скачка.

Применим теперь к массе газа, находящейся внутри контрольной поверхности, теорему импульсов. Так как поток является установившимся, то изменение количества движения этой массы, по известной из предыдущего теореме Эйлера, равно количеству движения, протекающему сквозь поверхность, ограничивающую эту массу. Проектируя изменение количества движения за единицу времени на нормаль к поверхности скачка и на плоскость, касательную к поверхности скачка, получим:

$$dJ_n = (-\rho_1 v_{1n}^2 + \rho_2 v_{2n}^2)\,dS, \qquad dJ_t = (-\rho_1 v_{1n} v_{1t} + \rho_2 v_{2n} v_{2t})\,dS.$$

Проекция сил давления, приложенных к выделенной массе жидкости, на нормаль n равна $(p_1 - p_2)\,dS$; проекция тех же сил на плоскость, касательную к скачку, равна нулю. Теорема импульсов дает в этом случае два уравнения:

$$p_1 - p_2 = \rho_2 v_{2n}^2 - \rho_1 v_{1n}^2, \tag{5.31}$$

$$\rho_1 v_{1n} v_{1t} = \rho_2 v_{2n} v_{2t}. \tag{5.32}$$

Применим теперь к сечениям *1* и *2* струйки газа закон сохранения энергии. Если предположить, что процесс является адиабатическим, т. е. что тепло извне к струйке не подводится и от нее не отводится, то уравнение энергии для струйки газа, как известно из гл. II, § 10, имеет вид

$$\frac{v_1^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{v_2^2}{2} + \frac{k}{k-1}\frac{p_2}{\rho_2}. \tag{5.33}$$

Уравнения (5.30) — (5.33) являются основными уравнениями скачка уплотнения; они позволяют определить p_2, ρ_2, v_{2n} и v_{2t}, если известны одноименные величины перед скачком. Не решая пока совместно все эти уравнения, можно из последнего уравнения сделать важные выводы.

Представим себе, что каким-либо способом адиабатически заторможен поток перед скачком и поток за скачком. В точке торможения потока $v=0$, $p=p_0$, $\rho=\rho_0$; из уравнения энергии (5.33) при этом получается:

$$\left(\frac{p_1}{\rho_1}\right)_0=\left(\frac{p_2}{\rho_2}\right)_0. \tag{5.34}$$

Так как $kp/\rho=a^2=kRT$, то из уравнения энергии (5.33) следует также:

$$a_{10}=a_{20}, \qquad T_{10}=T_{20}. \tag{5.35}$$

Если скорость потока перед скачком и за скачком увеличить до максимальной, возможной при адиабатическом процессе, то в этой точке будет: $v=v_{\max}$, $p=0$; из уравнения энергии тогда получается:

$$v_{1\max}=v_{2\max}. \tag{5.36}$$

Аналогичное соотношение имеет место и для критической скорости. Так как

$$\frac{v^2}{2}+\frac{k}{k-1}\,\frac{p}{\rho}=\frac{1}{2}\,\frac{k+1}{k-1}v_{\text{кр}}^2,$$

то из уравнения (5.33) следует:

$$v_{1\text{кр}}=v_{2\text{кр}}. \tag{5.37}$$

Последние формулы показывают, что у струйки, пересекающей скачок уплотнения, сохраняются неизменными все величины, характеризующие запас полной энергии в единице массы газа, в том числе максимальная и критическая скорости, температура торможения потока, максимальная скорость распространения звука и т. д.

Перейдем теперь к решению основных уравнений скачка уплотнения.

§ 16. Определение параметров потока газа за скачком уплотнения по параметрам потока газа перед скачком

Из уравнений (5.30) и (5.32), выведенных в предыдущем параграфе, следует, что

$$\boldsymbol{v}_{1t}=\boldsymbol{v}_{2t}. \tag{5.38}$$

Из полученного равенства следует, что векторы $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ и нормаль к поверхности скачка расположены в одной плоскости. Вместе с тем из уравнения (5.30) видно, что $v_{1n}\neq v_{2n}$, и так как $\rho_2>\rho_1$, то $v_{1n}>v_{2n}$. Таким образом, когда частица газа проходит сквозь поверхность скачка уплотнения, то касательная составляющая скорости к поверхности скачка остается без изменения, а нормальная составляющая уменьшается. При этом уменьшение нормальной составляющей скорости происходит разрывно, так же как и нарастание плотности.

Из уравнений (5.30) и (5.31) следует, что разность давлений за скачком и перед скачком равна

$$p_2-p_1=\rho_1 v_{1n}(v_{1n}-v_{2n}), \tag{5.39}$$