Подставляя это выражение в формулу (5.41) и принимая во внимание, что $v_1^2 = v_{1n}^2 + v_{1t}^2$, получим:

$$v_{2n} = \frac{1}{v_{1n}}\left(v_{\text{кр}}^2 - \frac{k-1}{k+1} v_{1t}^2\right). \tag{5.49}$$

Здесь ве́личину $v_{\text{кр}}$ мы пишем без индекса, так как по доказанному в предыдущем параграфе она одинакова для частей струйки перед скачком и за скачком.

Из последнего равенства видно, что так как составляющая скорости, нормальная к поверхности скачка, перед скачком сверхзвуковая, то *за скачком она будет дозвуковая.* В самом деле, так как $v_{1n} > a_1$, то $v_{1n} > v_{\text{кр}}$; поэтому $\frac{v_{\text{кр}}^2}{v_{1n}} < v_{\text{кр}}$, а значит, подавно $v_{2n} < v_{\text{кр}}$ и, следовательно, $v_{2n} < a_2$. В частном случае, если скачок прямой, т. е. поверхность скачка пересекается струйкой под прямым углом, то $v_{1t} = 0$, $v_{1n} = v_1$ и формула (5.42) принимает вид

$$v_2 v_1 = v_{\text{кр}}^2. \tag{5.50}$$

Отсюда видно, что так как перед прямым скачком скорость сверхзвуковая, то за ним скорость всегда будет дозвуковой.

Из формулы (5.41) следует также, что при неограниченном возрастании M_{1n} отношение v_{2n}/v_{1n} стремится к конечной величине, равной $(k-1)/(k+1)$, которая при $k = 1{,}4$ равна $1/6$.

С возрастанием числа M_{1n} плотность за скачком, как это следует из формулы (5.42), увеличивается и при неограниченном возрастании числа M_{1n} стремится к конечному пределу, равному $(k+1)/(k-1)$, несмотря на то, что давление при этом, как видно из формулы (5.43), неограниченно возрастает; в этом состоит отличие ударного сжатия в скачке от плавного сжатия. Рассматривая выражения (5.44), (5.45) и (5.48), замечаем, что с возрастанием M_{1n} температура и скорость звука за скачком увеличиваются, а число M_2 уменьшается и при неограниченном возрастании M_{1n} температура и скорость звука неограниченно растут, а число M_2 стремится к предельному значению, равному

$$M_{2\text{пред}} = \sqrt{\frac{(k-1)^2 + (k+1)^2 \operatorname{ctg}^2 \beta}{2k(k-1)}}.$$

§ 17. Ударные волны в газовой среде. Скорость перемещения ударной волны

Мы рассматривали в предыдущих параграфах обтекание газом неподвижного тела и в связи с этим — неподвижные скачки уплотнения в газовой среде. Однако если тело движется, то вместе с ним перемещаются и скачки уплотнения. Точно так же при взрыве в газовой среде возникают взрывные или ударные волны, которые представляют собой поверхности разрыва давления и перемещаются во все стороны от места взрыва.

Для изучения перемещающихся ударных волн пригодны те же уравнения, что и для неподвижного скачка уплотнения (§ 15). Нужно лишь рассмотреть обращенное движение, т. е. представить себе, что всем частицам среды сообщена скорость, равная v_1 и противоположно ей направленная. Тогда перед ударной волной среда будет в покое, ударная волна будет перемещаться перпендикулярно к своей поверхности со скоростью v_{1n}, а за ударной волной среда будет иметь нормальную к поверхности волны скорость, равную $v_{2n} - v_{1n} = \Delta v_n$ (рис. 5.35). Движение среды за ударной волной имеет, таким образом, скорость, равную Δv_n, которая определяется из формулы (5.41) предыдущего параграфа:

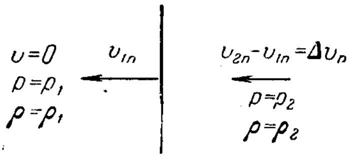

Рис. 5.35. Схема ударной волны, перемещающейся в спокойной среде.

$$\frac{\Delta v_n}{v_{1n}} = \frac{2}{k+1}\left(\frac{a_1^2}{v_{1n}^2} - 1\right) = \frac{2}{k+1}\left(\frac{1}{\mathrm{M}_{1n}^2} - 1\right).$$

Эта скорость может достигать значительной доли от скорости движения самой ударной волны.

Так, например, если ударная волна перемещается в спокойном воздухе перпендикулярно к своей поверхности со скоростью 500 *м/сек*, то скорость движения воздуха за ударной волной по нормали к ее поверхности составит 222 *м/сек*. Это движение воздуха за ударной волной называют спутным ветром или звуковым ветром.

Зная давления и плотности по обе стороны ударной волны, можно вычислить скорость ее движения. В самом деле, исключая v_{2n} из уравнения (5.39) с помощью равенства (5.30), получим:

$$p_2 - p_1 = \rho_1 v_{1n}^2 \left(1 - \frac{\rho_1}{\rho_2}\right);$$

отсюда следует, что составляющая скорости перемещения ударной волны по нормали к ее поверхности v_{1n} равна

$$v_{1n} = \sqrt{\frac{p_2 - p_1}{\rho_2 - \rho_1} \cdot \frac{\rho_2}{\rho_1}}. \tag{5.51}$$

В случае, когда ударная волна движется перпендикулярно к своей поверхности (фронту ударной волны), последняя формула определяет полную скорость ее движения относительно неподвижной среды.

Если разность давлений, а следовательно, и разность плотностей по обе стороны ударной волны бесконечно малы, то $p_2 - p_1 = dp$, $\rho_2 - \rho_1 = d\rho$, $\frac{\rho_2}{\rho_1} \to 1$ и из формулы (5.51) получается, как частный случай, известная формула для скорости распространения в газе малых колебаний давления, т. е. для скорости распространения звука:

$$a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}.$$

Следует обратить внимание на то, что *ударная волна перемещается всегда со сверхзвуковой скоростью.* Относительно нормальной составляющей скорости v_{1n} перед скачком (в данном случае — нормальной составляющей скорости распространения ударной волны) это уже было доказано в предыдущем параграфе. Следовательно, полная скорость движения ударной волны подавно больше скорости звука.

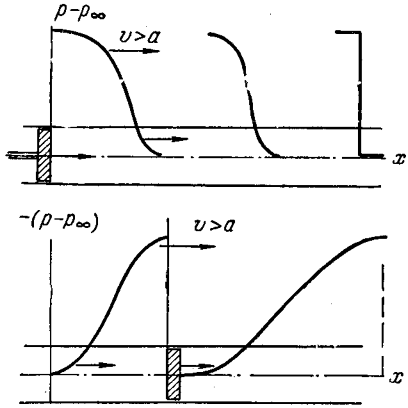

Рис. 5.36. Волна давления с течением времени переходит в ударную волну, волна разрежения — в бесконечно слабое возмущение.

Можно доказать не только относительно ударных волн, но и относительно любых конечных колебаний давления в газе, что чем больше величина этого колебания (возмущения), тем с большей скоростью оно распространяется в среде, причем эта скорость всегда больше скорости распространения малых колебаний давления, т. е. скорости звука. Из этого свойства конечных возмущений в газе следует, что, в отличие от бесконечно слабых возмущений, когда распределение давлений может оставаться с течением времени неизменным, при конечных возмущениях распределение давления вблизи места возмущения непрерывно меняется. Рассмотрим это на простейшем примере распространения колебания давления по газу, находящемуся в трубопроводе.

Представим себе, что в длинном трубопроводе, заполненном сжимаемой средой, находится поршень. Допустим, что в результате резкого смещения поршня возникла волна избыточного давления, изображенная на рис. 5.36. Так как бóльшие колебания давления распространяются с бóльшей скоростью, нежели малые, то верхние части волны будут опережать нижние и с течением времени волна давления будет становиться все более крутой. В пределе она перейдет в ударную волну, т. е. в скачок уплотнения. При резком перемещении поршня в обратную сторону, когда образуется волна разрежения, она по той же причине с течением времени растягивается до тех пор, пока давления в разных точках не выравняются. Таким образом, мы приходим к важному выводу о том, что *в сжимаемой среде скачки разрежения невозможны.* Разрывное изменение давления возможно лишь в том случае, если за поверхностью разрыва давление больше, чем перед нею, т. е. в случае скачка уплотнения.