

### § 19. Угол наклона плоского скачка уплотнения

Рассмотрим плоское, установившееся течение газа сквозь скачок уплотнения и поставим задачей найти угол наклона скачка, зная скорость набегающего потока и угол отклонения потока при прохождении через скачок.

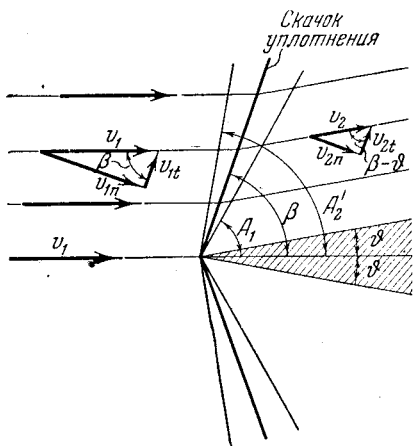


Рис. 5.39. К вычислению угла наклона скачка уплотнения в плоском сверхзвуковом потоке, обтекающем острый клин.

Представим себе для конкретности, что сверхзвуковой поток набегаёт на острый клин вдоль плоскости его симметрии (рис. 5.39). Обозначим угол между направлением потока на бесконечности и боковой поверхностью клина через  $\vartheta$ . Если величина  $\vartheta$  достаточно мала, то через острие клина будет проходить плоскость скачка уплотнения. Обозначим угол между плоскостью скачка и плоскостью симметрии клина через  $\beta$ .

В дальнейшем (§ 30) будет доказано, что за плоским скачком уплотнения поток во всех точках направлен параллельно боковой поверхности клина, т. е. вектор скорости везде в этой области составляет угол  $\vartheta$  с направлением набегающего потока. Вследствие этого, как видно из чертежа, можем написать:

$$\begin{aligned} v_{1n} &= v_1 \sin \beta, & v_{1t} &= v_1 \cos \beta, \\ v_{2n} &= v_2 \sin (\beta - \vartheta), & v_{2t} &= v_2 \cos (\beta - \vartheta). \end{aligned}$$

Поэтому

$$\operatorname{tg} (\beta - \vartheta) = \frac{v_{2n}}{v_{2t}} = \frac{v_{2n}}{v_{1n}} \frac{v_{1n}}{v_{2t}},$$

подставляя сюда вместо  $v_{2n}/v_{1n}$  и  $v_{2t}$  их выражения по формулам (5.41) и (5.38) и учитывая, что  $v_{1n}/v_{1t} = \operatorname{tg} \beta$ , получим:

$$\operatorname{tg} (\beta - \vartheta) = \operatorname{tg} \beta \left[ \frac{2 + (k - 1) M_1^2 \sin^2 \beta}{(k + 1) M_1^2 \sin^2 \beta} \right].$$

Из этого равенства можно при заданных  $M_1$  и  $\vartheta$  определить угол наклона скачка  $\beta$ . Так как решение этого уравнения относительно  $\beta$  является громоздким, то мы решим его относительно  $\vartheta$  и построим график зависимости  $\vartheta$  от  $\beta$ , по которому можно будет, зная  $\vartheta$ , определять  $\beta$ . Подставляя в последнее равенство

$$\operatorname{tg} (\beta - \vartheta) = \frac{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \vartheta}{1 + \operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \vartheta},$$

получим после преобразований

$$\operatorname{ctg} \vartheta = \operatorname{tg} \beta \left[ \frac{k+1}{2} \frac{M_1^2}{M_1^2 \sin^2 \beta - 1} - 1 \right]. \quad (5.55)$$

Эта зависимость представлена семейством кривых на рис. 5.40. Как видно из графика, каждому значению  $\vartheta$  соответствуют два возможных

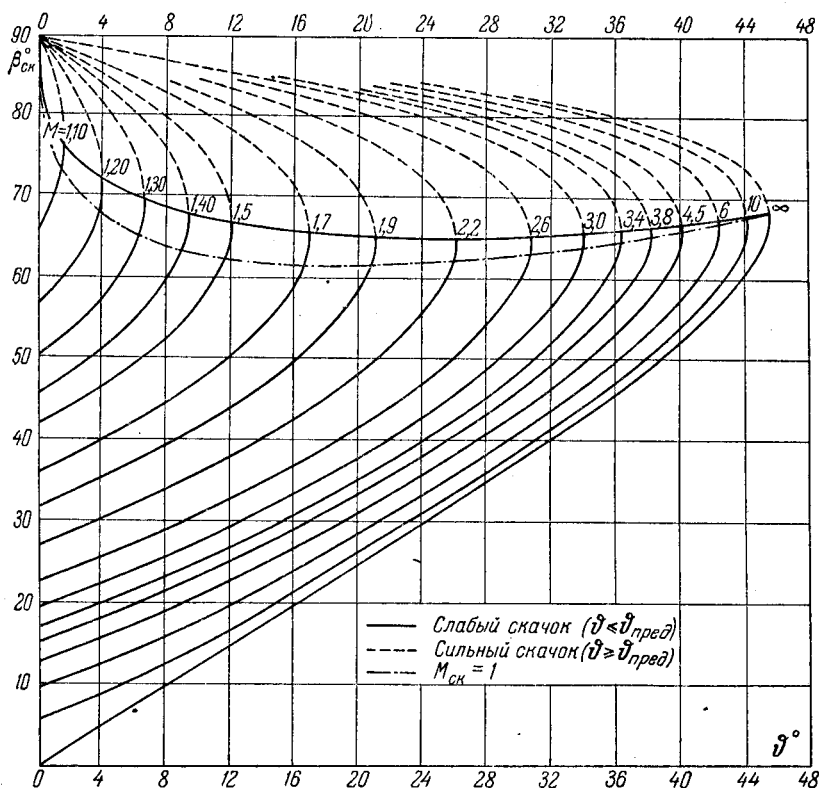


Рис. 5.40. Зависимость угла наклона  $\beta$  скачка уплотнения от угла отклонения  $\vartheta$  сверхзвукового потока при разных значениях чисел  $M_{\infty}$ .

угла наклона плоского скачка. Опыты показывают, что в случае присоединенного скачка имеет место меньший из этих двух углов.

Для того чтобы лучше представить себе, какова величина угла наклона скачка уплотнения, заметим, что, как было доказано в § 16,

$$v_{1n} = v_1 \sin \beta > a_1, \quad v_{2n} = v_2 \sin (\beta - \vartheta) < a_2.$$

Отсюда следует:

$$\sin \beta > \frac{a_1}{v_1}, \quad \sin (\beta - \vartheta) < \frac{a_2}{v_2}.$$

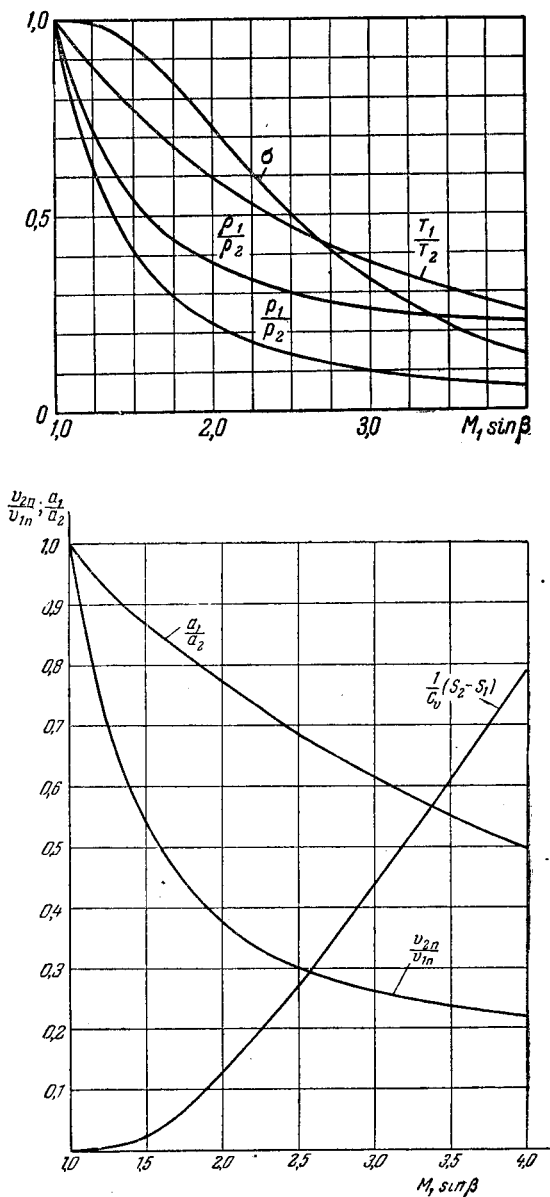


Рис. 5.41. Зависимость отношений одноименных величин по обе стороны скачка уплотнения от  $M_1 \sin \beta$  (при  $k = 1,4$ ).

Если течение за скачком является сверхзвуковым, то можем написать:  $a_2/v_2 = \sin A_2$ , и так как  $a_1/v_1 = \sin A_1$ , где  $A_1$  есть угол между набегающим потоком и образующей конуса возмущений (в данном случае, когда поток является плоским — клина возмущения), то

$$\sin \beta > \sin A_1, \quad \sin(\beta - \vartheta) < \sin A_2.$$

Следовательно,

$$A_1 < \beta < A_2 + \vartheta = A'_2.$$

Таким образом, линия скачка уплотнения (т. е. линия пересечения плоскости скачка с плоскостью течения газа) всегда составляет с набегающим потоком несколько больший угол, нежели линия распространения возмущений, исходящая из той же точки, что и линия скачка. С другой стороны, угол  $\beta - \vartheta$  не может превышать величины угла, образованного с набегающим потоком линией распространения возмущений, соответствующей скорости потока  $v_2$  за скачком.

Зная угол наклона скачка уплотнения и число  $M_1$  перед скачком, можно однозначно определить отношение одноименных величин, характеризующих поток перед скачком и за скачком по формулам (5.41)—(5.47), если в эти формулы подставить вместо  $M_{1,n}$  произведение  $M_1 \sin \beta$ . Мы видим, что  $v_{2n}/v_{1n}$ ,  $\rho_1/\rho_2$ ,  $p_1/p_2$ ,  $T_1/T_2$ ,  $a_1/a_2$  являются функциями только от  $M_1 \sin \beta$ , причем все эти функции с возрастанием  $M_1 \sin \beta$  убывают; графики этих функций, а также графики  $\sigma$  и  $\frac{1}{c_v} (S_2 - S_1)$  приведены на рис. 5.41.

## § 20. Ударная поляра для плоского скачка. Понятие о методе годографа скорости

Скорость потока за скачком уплотнения и угол наклона скачка могут быть получены не только аналитически, как это было сделано выше, но и графическим построением. Наиболее наглядное изображение геометрических и кинематических зависимостей, характеризующих скачок уплотнения, получается в том случае, если воспользоваться так называемым методом годографа скорости. Этот метод состоит в том, что поток изображается не в системе координат  $x, y, z$ , а в системе, где по осям координат отложены составляющие скорости  $v_x$  и  $v_y$ . Каждая точка плоскости в этой системе координат определяет вектор скорости, конец которого находится в этой точке, а начало — в начале координат, как в полюсе. При движении частицы жидкости вектор ее скорости описывает своим концом кривую на плоскости  $v_x v_y$ ; эта кривая, как известно из механики, называется годографом скорости. Поэтому и сама плоскость  $v_x v_y$  называется *плоскостью годографа скорости*. Дозвуковая область течения газа изобразится на плоскости годографа скорости кругом с центром в начале координат и радиусом, равным критической скорости  $v_{кр}$ .