годографа провести касательную к соответствующей ударной поляре (рис. 5.45). Угол, составляемый касательной с осью абсцисс, представляет собою предельный угол отклонения потока при данной скорости перед скачком.

Если препятствие имеет носок, у которого $\vartheta > \vartheta_{\text{пред}}$ для данной скорости набегающего потока, то получается отсоединенный скачок, линия которого проходит перед препятствием, плавно огибает его и, удаляясь, переходит в линию, вдоль которой распространяются малые возмущения в данном потоке (рис. 5.46). В отсоединенном скачке угол наклона проходит через все значения от прямого угла (прямой скачок уплотнения), которому соответствует точка A на ударной поляре (рис. 5.45), до $\vartheta_{\text{пред}}$ и меньших углов, вплоть до угла, равного углу наклона линии распространения возмущений. Этому углу наклона соответствует точка C на ударной поляре; его величина может быть найдена, если провести касательную к ударной поляре в точке C и опустить на нее перпендикуляр из начала координат. Таким образом, в отсоединенном скачке уплотнения имеют место условия, соответствующие всем точкам ударной поляры, а в присоединенном скачке — условия, соответствующие только участку BC.

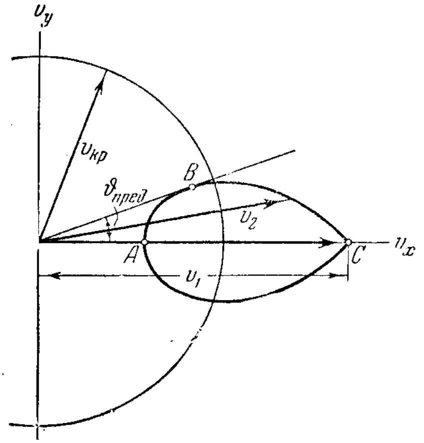

Рис. 5.45. Каждому значению скорости потока перед скачком соответствует определенная величина предельного угла отклонения потока.

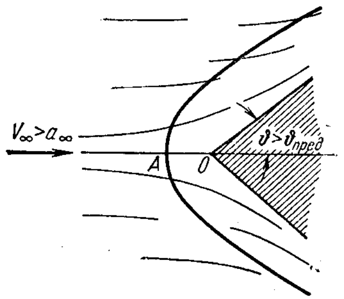

Рис. 5.46. Отсоединенный скачок уплотнения в случае $\vartheta > \vartheta_{\text{пред}}$.

§ 21. Давление торможения за прямым скачком. Измерение скорости движения газа

При обтекании сверхзвуковым потоком закругленных спереди препятствий всегда имеет место отсоединенный скачок уплотнения, который перед препятствием является прямым скачком. В связи с этим возникает вопрос о величине давления потока в точке торможения за прямым скачком. Этот вопрос имеет большое практическое значение для правильного определения скорости сверхзвукового потока с помощью скоростной трубки.

Рассмотрим струйку в сверхзвуковом потоке газа, проходящую сквозь отсоединенный скачок в точке A (рис. 5.46) и набегающую на тело в критической точке O. Между точками A и O имеет место дозвуковое адиабатическое движение газа. Поэтому давление торможения можно вычислить по формуле (2.48):

$$\frac{p_{20}}{p_2}=\left(1+\frac{k-1}{2}M_2^2\right)^{k/(k-1)}; \tag{5.57}$$

здесь p_2 есть давление непосредственно за точкой A, а число M_2 равно отношению скорости движения к скорости распространения звука в этом же месте. Давление p_2 и число M_2 за скачком могут быть вычислены по формулам (5.43) и (5.47). Так как рассматриваемая струйка пересекает прямой скачок, то в этих формулах следует положить $M_{1n}=M_1$, $\beta=\pi/2$; тогда получим:

$$\frac{p_2}{p_1}=\frac{2kM_1^2-(k-1)}{k+1}, \qquad M_2^2=\frac{2+(k-1)M_1^2}{2kM_1^2-(k-1)}. \tag{5.58}$$

Подставляя эти выражения в формулу для p_{20}, находим:

$$\frac{p_{20}}{p_1}=\frac{k-1}{k+1}\left[\frac{(k+1)^2}{2(k-1)}\right]^{\frac{k}{k-1}}\frac{M_1^2}{\left(\frac{2k}{k-1}-\frac{1}{M_1^2}\right)^{\frac{1}{k-1}}}. \tag{5.59}$$

Последнее выражение при $k=1{,}4$ можно записать в виде

$$\frac{p_{20}}{p_1}=\frac{166{,}7M_1^2}{\left(7-\frac{1}{M_1^2}\right)^{2{,}5}}.$$

Эти формулы называются формулами Рэлея; они позволяют вычислять давление в точке торможения сверхзвукового потока ($M_1>1$), когда перед точкой торможения находится отсоединенный скачок уплотнения.

Давление в точке торможения получается по формуле Рэлея меньшим, чем в случае, если скачок отсутствует. Коэффициент давления в точке адиабатического торможения потока, в случае, если скачок отсутствует, по формуле (2.48) будет равен

$$\bar{p}_{10}=\frac{p_{10}-p_1}{\frac{\rho_1 v_1^2}{2}}=\frac{\left(1+\frac{k-1}{2}M_1^2\right)^{\frac{k}{k-1}}-1}{\frac{\rho_1 v_1^2}{2p_1}}=\frac{2}{k}\,\frac{\left(1+\frac{k-1}{2}M_1^2\right)^{\frac{k}{k-1}}-1}{M_1^2}, \tag{5.60}$$

и, следовательно, с возрастанием числа M_1 быстро возрастает, стремясь к бесконечности. Коэффициент давления в точке торможения за скачком уплотнения равен

$$\bar{p}_{20} = \frac{p_{20} - p_1}{\frac{\rho_1 v_1^2}{2}} = \frac{2}{k\mathsf{M}_1^2}\left(\frac{p_{20}}{p_1} - 1\right).$$

Подставляя сюда выражение p_{20}/p_1 по формуле (5.59), получим:

$$\bar{p}_{20} = \frac{2}{k\mathsf{M}_1^2}\left\{\frac{k-1}{k+1}\left[\frac{(k+1)^2}{2(k-1)}\right]^{\frac{k}{k-1}} \frac{\mathsf{M}_1^2}{\left(\frac{2k}{k-1} - \frac{1}{\mathsf{M}_1^2}\right)^{\frac{1}{k-1}}} - 1\right\}; \qquad (5.61)$$

эта величина при возрастании M_1 также возрастает, но при $\mathsf{M}_1 \to \infty$ стремится к конечному пределу, равному

$$\lim_{\mathsf{M}_1 \to \infty} \bar{p}_{20} = \frac{(k+1)^{(k+1)/(k-1)}}{k(4k)^{1/(k-1)}}$$

(для воздуха при $k = 1{,}4$ этот предел приблизительно равен 1,83).

Изменение коэффициента давления в точке торможения потока при изменении числа M_1 представлено в виде графика на рис. 5.47.

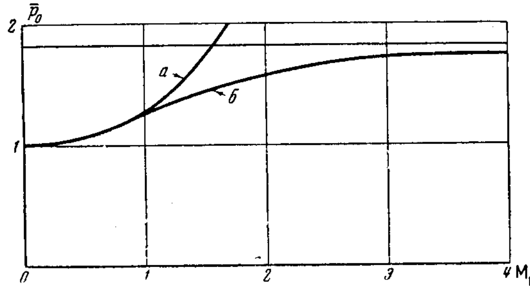

Рис. 5.47. Зависимость коэффициента давления в точке торможения газового потока от числа M:

а — в случае изоэнтропического процесса; *б* — при наличии скачка уплотнения перед точкой торможения. Разность ординат кривых *а* и *б* представляет собой коэффициент потерь давления в прямом скачке.

Кривая *а* изображает коэффициент давления по формуле (5.60), т. е. в случае отсутствия скачка уплотнения, кривая *б* — действительное изменение коэффициента давления (формула (5.61)), когда перед точкой торможения потока располагается прямой скачок уплотнения. Разница в давлениях по обеим формулам представляет собой потерю давления в прямом скачке, происходящую в результате того, что сжатие газа в скачке не является изоэнтропическим. Потеря давления в скачке, как видно из рис. 5.47, возрастает при увеличении числа M_1.

Формула Рэлея в случае сверхзвукового движения газа и формула (2.48) в случае дозвукового движения позволяют определить скорость потока газа и число M путем измерения давлений. Рассмотрим отдельно каждый из упомянутых случаев.

Если газ движется с дозвуковой скоростью, то для определения M_∞ и V_∞ при помощи скоростной трубки следует пользоваться формулой (2.48). Решая ее относительно M_∞, получим:

$$M_\infty = \sqrt{\frac{2}{k-1}\left[\left(\frac{p_0}{p_\infty}\right)^{(k-1)/k} - 1\right]}. \tag{5.62}$$

Отсюда видно, что, измерив p_0 и p_∞, можно определить $M_\infty = V_\infty / a_\infty$, причем величина M_∞ не зависит от плотности воздуха, а следовательно, и от высоты полета.

Формула для скорости дозвукового потока газа может быть получена из формулы (5.62), если в нее подставить вместо a_∞ известные выражения для скорости звука при адиабатическом процессе:

$$a_\infty = \sqrt{k\frac{p_\infty}{\rho_\infty}} = \sqrt{kRT_\infty}.$$

В результате будем иметь:

$$V_\infty = \sqrt{\frac{2k}{k-1}\frac{p_\infty}{\rho_\infty}\left[\left(\frac{p_0}{p_\infty}\right)^{(k-1)/k} - 1\right]} = \sqrt{\frac{2k}{k-1}\left[\left(\frac{p_0}{p_\infty}\right)^{(k-1)/k} - 1\right]RT_\infty}.$$

Из последних равенств видно, что для определения скорости дозвукового потока газа с помощью скоростной трубки необходимо знать, кроме p_0 и p_∞, также величину плотности ρ_∞ или температуры газа T_∞ в набегающем потоке.

Если газ движется со сверхзвуковой скоростью, то для определения числа M_∞ и скорости движения V_∞ с помощью скоростной трубки следует пользоваться формулой Рэлея. Так как скоростная трубка воспринимает в этом случае давление за скачком, то в формуле Рэлея нужно перейти от p_1 к p_2. Однако здесь удобнее получить эту зависимость непосредственно, воспользовавшись соотношением (5.57), в которое следует подставить M_2 из (5.58); тогда получим:

$$\frac{p_{20}}{p_2} = \left[\frac{(k+1)^2 M_1^2}{4kM_1^2 - 2(k-1)}\right]^{k/(k-1)}.$$

Отсюда находим:

$$M_1 = \sqrt{\frac{2(k-1)\left(\frac{p_{20}}{p_2}\right)^{(k-1)/k}}{4k\left(\frac{p_{20}}{p_2}\right)^{(k-1)/k} - (k+1)^2}}. \tag{5.63}$$

Величина скорости V_∞ может быть вычислена по значению числа M_1, аналогично тому, как это было сделано в случае дозвукового движения.