к яблоковидной кривой: угол наклона касательной к оси абсцисс представляет собою величину предельного угла $\vartheta_{\text{кон}}$, т. е. наибольшего угла, при котором скачок уплотнения остается присоединенным. Если, кроме яблоковидной кривой, на чертеж нанесены ударная поляра и годографы скорости для данного значения M_1, то могут быть определены и все другие величины характеризующие кинематическую сторону движения в области между поверхностью конуса и скачком уплотнения. По ударной поляре можно найти вектор скорости потока за скачком, угол наклона скачка и угол отклонения потока в скачке; по годографу скорости для данного конуса — величину скорости и угол отклонения потока на каждом луче, исходящем из вершины конуса. Такая совокупность кривых для числа $M_1 = 2{,}73$ представлена в качестве примера на рис. 5.67. Семейство яблоковидных кривых для различных значений M_1 изображено на рис. 5.68.

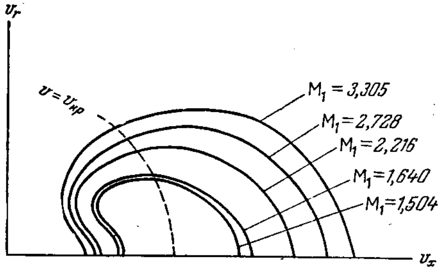

Рис. 5.68. Яблоковидные кривые для конусов при различных значениях числа M_1.

§ 25. Обтекание тонкого малоизогнутого тела потоком газа. Основные формулы теории малых возмущений (линейной теории движения газа)

Вернемся теперь к вопросу о расчете поля скоростей при обтекании тела потенциальным потоком идеального газа. Как известно из § 10, если считать газ баротропной средой, то потенциал скоростей потока должен удовлетворять уравнению (5.22) и граничным условиям на поверхности тела и в бесконечности. Однако это уравнение является нелинейным уравнением второго порядка в частных производных, и его решение при современном уровне математики весьма затруднительно. Так как на практике все же необходимо рассчитывать скорости, давления и другие величины при движении тела в газовой среде, то возникли и получили развитие различные приближенные способы решения этого уравнения. Наибольшее распространение при решении практических задач получил так называемый *метод малых возмущений*, изложению которого посвящен этот параграф.

Метод малых возмущений хорошо приспособлен к потребностям авиационной и ракетной техники, так как он разработан применительно к условиям обтекания крыльев и фюзеляжей скоростных самолетов и корпусов ракет. Для всех этих тел характерным является то, что у них поперечный размер (толщина) мал по сравнению с продольным (длиной); в дальнейшем такие тела мы будем называть *тонкими телами*. Кроме того, для всех таких тел характерна малая изогнутость. Если тонкое малоизогнутое тело движется в покоящейся среде под малым углом атаки, то скорости, которые возникают от этого движения в среде (мы будем называть их скоростями возмущения), также будут малы. Это обстоятельство позволяет значительно упростить уравнение (5.22) для потенциала скоростей, а также формулы для плотности, давления и других величин. Предположим, что скорость возмущения настолько мала, что квадратами и произведениями ее компонент можно пренебречь. Исходя из этого, мы во всех расчетных формулах аэродинамики идеальной среды оставим выражения, содержащие компоненты возмущения лишь в первой степени. Такое упрощение расчетных формул называется их *линеаризацией* (формулы приводятся к виду, линейному относительно компонент скорости).

Рассмотрим для простоты движение тонкого малоизогнутого тела в газе с постоянной скоростью или обтекание тела установившимся потоком газа, имеющим на бесконечности скорость V_∞. Направим ось x вдоль вектора V_∞ и обозначим через $\boldsymbol{v}$ малую по величине разность между скоростью в данной точке $\boldsymbol{v}$ и скоростью в бесконечности V_∞:

$$\boldsymbol{v}' = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{V}_\infty.$$

Скорость $\boldsymbol{v}'$ мы будем называть *скоростью возмущения*. Компоненты скорости $\boldsymbol{v}$ в данной точке при выбранном направлении оси x будут равны

$$v_x = V_\infty + v'_x, \quad v_y = v'_y, \quad v_z = v'_z.$$

Предполагая, что возмущения малы, вычислим скорость потока, скорость звука, давление и плотность в данной точке. Модуль скорости равен

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{(V_\infty + v'_x)^2 + v_y'^2 + v_z'^2};$$

так как $v_y'^2$ и $v_z'^2$ — величины пренебрежимо малые, то получаем:

$$v_x = V_\infty + v'_x, \quad v^2 \approx V_\infty^2 + 2V_\infty v'_x. \tag{5.75}$$

Найдем линеаризованное выражение для скорости распространения звука. На основании уравнения энергии имеем:

$$a^2 = a_0^2 - \frac{k-1}{2} v^2.$$

Подставляя значение v^2 из (5.75), находим:

$$a^2 = a_0^2 - \frac{k-1}{2} V_\infty^2 - (k-1) V_\infty v'_x = a_\infty^2 - (k-1) V_\infty v'_x,$$

откуда

$$\frac{a^2}{a_\infty^2} = 1 - (k-1) \mathrm{M}_\infty^2 \frac{v'_x}{V_\infty}. \tag{5.76}$$

Давление, как это следует из предыдущего (гл. II), можно вычислить по формуле

$$\frac{p}{p_\infty} = \left(\frac{a^2}{a_\infty^2}\right)^{k/(k-1)}.$$

Подставляя отношение a^2/a^2_∞ из (5.76), разлагая в биномиальный ряд и ограничиваясь малыми первого порядка, получим:

$$\frac{p}{p_\infty} = 1 - k\mathrm{M}^2_\infty \frac{v'_x}{V_\infty};$$

отсюда коэффициент давления получается равным

$$\bar{p} = -2\frac{v'_x}{V_\infty}. \tag{5.77}$$

Аналогично определяется плотность, если вспомнить, что

$$\frac{\rho}{\rho_\infty} = \left(\frac{a^2}{a_\infty}\right)^{1/(k-1)} \approx 1 - \mathrm{M}^2_\infty \frac{v'_x}{V_\infty}. \tag{5.78}$$

Выведенные в этом параграфе основные формулы теории малых возмущений показывают, что все величины, характеризующие движение идеального газа, могут быть легко вычислены по этой теории, если известна компонента v'_x скорости возмущения, направленная вдоль набегающего потока. Для того чтобы найти эту компоненту и вообще поле скоростей потенциального потока газа, необходимо привести к линейному виду и уравнение для потенциала скоростей.

§ 26. Линеаризация уравнения для потенциала скоростей потока газа

Приведение уравнения для потенциала скоростей потока газа к линейному виду может быть осуществлено двумя способами. Можно исходить из уравнения (5.22) и пренебречь в нем слагаемыми, которые содержат произведения или квадраты компонент возмущения. Можно также исходить из уравнения неразрывности движения для газа, привести это уравнение к виду, линейному относительно компонент скорости, и затем подставить в него выражения этих компонент через потенциал скоростей. Второй способ является менее громоздким, и поэтому мы применим именно этот способ.

Уравнение неразрывности движения для установившегося течения газа имеет вид

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0.$$

Подставим сюда вместо ρ его выражение по линейной теории движения газа (формула (5.78)). Имеем

$$\left.\begin{aligned}
\rho v_x &= \rho_\infty\left(1 - \mathrm{M}^2_\infty \frac{v'_x}{V_\infty}\right)(V_\infty + v'_x),\\
\rho v_y &= \rho_\infty\left(1 - \mathrm{M}^2_\infty \frac{v'_x}{V_\infty}\right)v'_y,\\
\rho v_z &= \rho_\infty\left(1 - \mathrm{M}^2_\infty \frac{v'_x}{V_\infty}\right)v'_z.
\end{aligned}\right\} \tag{5.79}$$