§ 29. Обтекание линеаризованным сверхзвуковым потоком газа малого угла, образованного двумя плоскостями

Представим себе две плоскости, образующие друг с другом малый угол ϑ, и рассмотрим сверхзвуковой поток, направленный вдоль одной из этих плоскостей, перпендикулярно к линии их пересечения (рис. 5.76). Все вычисления будут относиться одновременно как

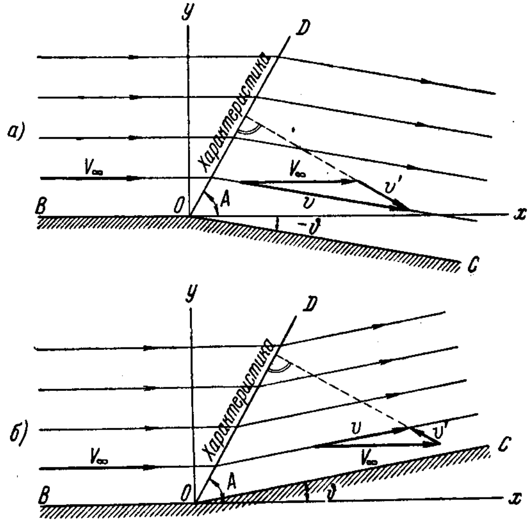

Рис. 5.76. Обтекание линеаризованным сверхзвуковым потоком малого угла, образованного двумя плоскостями. При обтекании выпуклого угла скорость потока увеличивается, при обтекании вогнутого — уменьшается.

к случаю, когда поток обтекает выпуклую сторону угла (рис. 5.76, *а*), так и к случаю, когда он обтекает вогнутую сторону (рис. 5.76, *б*).

Поместим начало координат на линии пересечения плоскостей и направим ось x вдоль набегающего потока. Проведем из начала координат характеристику; угол A, который образует характеристика с осью x, легко вычислить, зная скорость потока в бесконечности V_∞ и скорость распространения звука a_∞: $\sin A = a_\infty / V_\infty$.

Характеристика разделяет плоскость движения на две области; в первой из них, расположенной в данном случае левее характеристики, поток не возмущен; во второй, находящейся правее характеристики, поток возмущен вследствие отклонения плоскости, вдоль которой он течет, на угол ϑ. Будем предполагать, что возмущения потока малы по величине (но следует иметь в виду, что вблизи точки O это предположение не соответствует действительности). Так как граничные условия в каждой из областей различны, то придется выбирать для них по-разному и функции f и g, сумма которых дает потенциал скоростей.

В первой области, до характеристики, выходящей из точки O, поток прямолинейно-поступателен и течет вдоль оси x. Поэтому здесь можно положить, в соответствии с примером 1 предыдущего параграфа,

$$f=\frac{1}{2}V_\infty\eta_1, \quad g=\frac{1}{2}V_\infty\xi_1.$$

Во второй области, за характеристикой, исходящей из точки O, потенциал скоростей должен удовлетворять граничному условию: на плоскости OC

$$\frac{v_y}{v_x}=\operatorname{tg}\vartheta,$$

или

$$\frac{v'_y}{V_\infty+v'_x}=\operatorname{tg}\vartheta.$$

Так как v'_x и v'_y — малые величины, то левую часть последнего равенства можно представить в виде

$$\frac{v'_y}{V_\infty\left(1+\frac{v'_x}{V_\infty}\right)}=\frac{v'_y}{V_\infty}\left(1-\frac{v'_x}{V_\infty}+\ldots\right)=\frac{v'_y}{V_\infty}$$

с точностью до величин второго порядка малости. Следовательно, на плоскости OC

$$v'_y=V_\infty\operatorname{tg}\vartheta. \qquad (5.93)$$

Из предыдущего параграфа известно (формула (5.91)), что

$$v_y=(g'-f')\sqrt{M_\infty^2-1}.$$

Для того чтобы правильно выбрать вид потенциальной функции $\varphi=g(\xi_1)+f(\eta_1)$, заметим, что в данном случае возмущения от точек плоскости OC распространяются вдоль характеристик $y=\frac{x}{\sqrt{M_\infty^2-1}}+C$, т. е. вдоль линий $\eta_1=\mathrm{const}$; возмущения не могут в данном случае распространяться вдоль линий $\xi_1=\mathrm{const}$, ибо для части пространства над плоскостью OC это означало бы, что возмущения распространяются против потока, что при сверхзвуковых скоростях невозможно. Таким образом, поток возмущения зависит в данном случае только от переменной η_1; поэтому и потенциал скоростей потока возмущения φ' также должен зависеть здесь только от η_1: $\varphi'=f(\eta_1)$. Из формулы для v_y находим, что

$$f'=-\frac{v_y}{\sqrt{M_\infty^2-1}}.$$

Граничное условие (5.93) будет выполнено, если положим:

$$\varphi'=f=-\frac{V_\infty\operatorname{tg}\vartheta}{\sqrt{M_\infty^2-1}}\eta_1. \qquad (5.94)$$

Потенциал скоростей всего потока в области, расположенной правее линии OD, изобразится суммой потенциала скоростей прямолинейно-поступательного потока и потенциала скоростей потока возмущения:

$$\varphi = \frac{1}{2} V_\infty (\xi_1 + \eta_1) - \frac{V_\infty \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \eta_1.$$

Из формулы (5.94) следуют важные выводы. Компоненты скорости потока возмущения определяются на основании этой формулы следующими равенствами:

$$v'_x = -\frac{V_\infty \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}, \qquad v'_y = V_\infty \operatorname{tg} \vartheta. \tag{5.95}$$

Из этих равенств видно, что скорость возмущения $\boldsymbol{v}'$ есть величина постоянная во всей области, расположенной правее линии OD. Следовательно, и результирующая скорость $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{V}_\infty + \boldsymbol{v}'$ является постоянной величиной во всей этой области. Поэтому поток в этой области представляет собою прямолинейно-поступательный поток, текущий параллельно плоскости OC. Величина скорости $\boldsymbol{v}$, как известно из предыдущего, по линейной теории определяется суммой $V_\infty + v'_x$. Отсюда следует, что при $\vartheta > 0$, когда $v'_x < 0$, $v < V_\infty$, а при $\vartheta < 0$, когда $v'_x > 0$, $v > V_\infty$. Таким образом, *при обтекании вогнутого угла происходит торможение потока, при обтекании выпуклого угла — ускорение потока.* Давление и плотность изменяются в противоположном направлении, нежели скорость: при обтекании вогнутого угла давление и плотность нарастают, при обтекании выпуклого угла — уменьшаются.

Зная v'_x, можно вычислить и коэффициент давления в возмущенной области по известной формуле линейной теории:

$$\bar{p} = -2 \frac{v'_x}{V_\infty} = \frac{2 \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}. \tag{5.96}$$

Так как характеристики $\eta_1 = \mathrm{const}$ являются в данном случае линиями равного потенциала, то вектор $\boldsymbol{v}'$ перпендикулярен к этим характеристикам. Это замечание позволяет определять скорость $\boldsymbol{v}$ в области, расположенной правее OD, простым геометрическим построением (см. рис. 5.76). Из конца вектора $\boldsymbol{V}_\infty$ следует опустить перпендикуляр на характеристику, а из начала вектора $\boldsymbol{V}_\infty$ провести прямую, параллельную линии OC; вектор $\boldsymbol{v}$ определится как отрезок этой прямой от начала вектора $\boldsymbol{V}_\infty$ до точки пересечения этой прямой с перпендикуляром, опущенным на характеристику.

Если бы угол, образованный двумя плоскостями, обтекался сверхзвуковым потоком не в верхней полуплоскости, а в нижней (рис. 5.77), то линиями распространения возмущений являлись бы линии $\xi_1 = \mathrm{const}$. В этом случае потенциал скоростей потока возмущения представляет

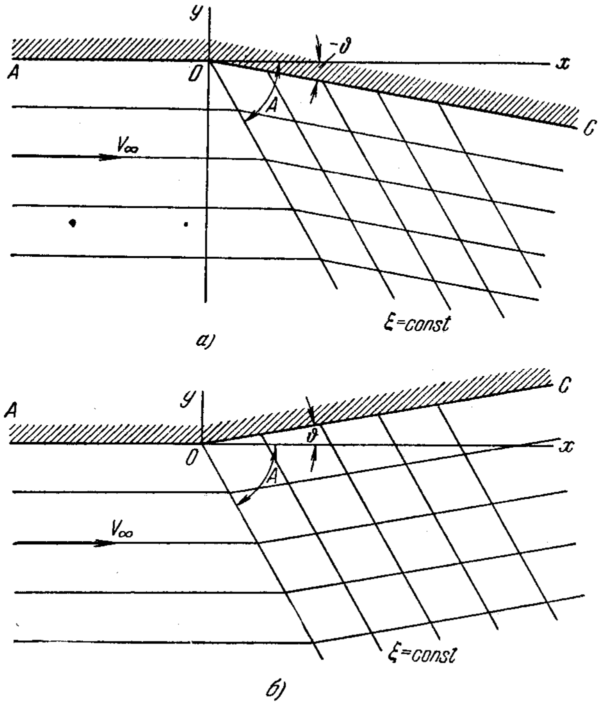

Рис. 5.77. При обтекании угла в нижней полуплоскости характеристики $\xi_1 = \mathrm{const}$ являются линиями равного потенциала.

собой функцию только ξ_1, и из формулы для v_y находим, что

$$g' = -\frac{v_y}{\sqrt{\mathrm{M}_\infty^2 - 1}}.$$

Этому уравнению и граничному условию для потенциала скоростей удовлетворяет функция

$$\varphi' = g(\xi_1) = -\frac{V_\infty \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{\mathrm{M}_\infty^2 - 1}} \xi_1.$$

Компоненты скорости получаются в этом случае равными

$$v'_x = -\frac{V_\infty \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{\mathrm{M}_\infty^2 - 1}}, \qquad v'_y = V_\infty \operatorname{tg} \vartheta, \tag{5.97}$$

а коэффициент давления в возмущенной области — равным

$$\bar{p} = -\frac{2 \operatorname{tg} \vartheta}{\sqrt{\mathrm{M}_\infty^2 - 1}}. \tag{5.98}$$