

§ 30. Обтекание тонкого малоизогнутого профиля крыла линеаризованным сверхзвуковым потоком газа

Рассмотрим сверхзвуковой поток, набегающий на бесконечно длинный цилиндр перпендикулярно к его образующим. Предположим, что поперечное сечение цилиндра (профиль) представляет собою тонкую малоизогнутую фигуру, имеющую заостренные носок и хвостик.

Для того чтобы найти скорости и давления на контуре такого профиля, воспользуемся результатами, полученными в предыдущем параграфе. Заменяем приближенно контур профиля вписанным в него (или описанным) многоугольником, имеющим больше число малых по величине сторон. Соответственно этому заменим тонкое цилиндрическое крыло многогранной призмой, каждые две соседние грани которой образуют друг с другом малый по величине угол. Обтекание такого угла линеаризованным сверхзвуковым потоком газа было изучено в предыдущем параграфе. Там было показано, что изменение скорости плоского сверхзвукового потока, отклоняемого на малый угол от своего первоначального направления, определяется формулами (5.95) или (5.97). Применяя формулу для v'_x к двум соседним граням верхней части поверхности призматического крыла, образующим угол $d\vartheta$, получим, что приращение скорости при переходе от первой по потоку грани ко второй равно

$$dv'_x = -V_\infty \frac{\operatorname{tg}(d\vartheta)}{\sqrt{M_1^2 - 1}} = -V_\infty \frac{d\vartheta}{\sqrt{M_1^2 - 1}},$$

где M_1 есть число M для потока на первой грани. По общим формулам линейной теории движения газа мы можем написать:

$$\frac{1}{a_1^2} = \frac{1}{a_\infty^2 \left[1 - (k-1) M_\infty^2 \frac{v'_x}{V_\infty} \right]} \approx \frac{1}{a_\infty^2} \left[1 + (k-1) M_\infty^2 \frac{v'_x}{V_\infty} \right];$$

следовательно,

$$M_\infty^2 - M_1^2 = \frac{V_\infty^2}{a_\infty^2} - \frac{v_1^2}{a_1^2} = \frac{1}{a_\infty^2} \left[V_\infty^2 - v_1^2 - (k-1) v_1^2 M_\infty^2 \frac{v'_x}{V_\infty} \right],$$

и так как

$$v_1^2 = (V_\infty + v'_x)^2 = V_\infty^2 + 2V_\infty v'_x,$$

то разность $M_\infty^2 - M_1^2$ представляет собою малую величину такого же порядка, как и v'_x . Поэтому, переходя в формуле для dv'_x от M_1^2 к M_∞^2 , будем иметь:

$$dv'_x = -\frac{V_\infty d\vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{M_\infty^2 - M_1^2}{M_\infty^2 - 1}}} \approx -\frac{V_\infty d\vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{M_\infty^2 - M_1^2}{M_\infty^2 - 1} \right).$$

Произведение малых величин $d\theta$ ($M_\infty^2 - 1$), как обычно в линейной теории, может быть отброшено, и мы получаем:

$$dv'_x = - \frac{V_\infty d\theta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}.$$

Полное изменение v'_x при переходе от невозмущенного потока к некоторой точке на контуре профиля получится в результате суммирования приращений v'_x для каждой пары соседних граней и предельного перехода от многоугольного профиля к исходному криволинейному. Интегрируя последнее равенство в пределах от точки в невозмущенном потоке перед профилем до некоторой точки на верхней части контура профиля, будем иметь:

$$v'_{xв} = - \frac{V_\infty \vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}};$$

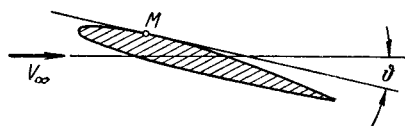


Рис. 5.78. Угол ϑ между касательной к контуру профиля в точке M и направлением набегающего потока.

здесь ϑ представляет собой угол между вектором скорости набегающего потока и касательной

к контуру профиля в данной точке (рис. 5.78), индекс «в» означает, что формула относится к верхней части контура. Для нижней части контура, в соответствии с предыдущим параграфом, получится такая же формула, но со знаком плюс:

$$v'_{xn} = \frac{V_\infty \vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}.$$

Зная v'_x , можно вычислить коэффициент давления по известной формуле линейной теории:

$$\bar{p} = - 2 \frac{v'_x}{V_\infty}.$$

Подставляя в эту формулу вместо v'_x найденную величину, получим:

$$\bar{p} = \pm \frac{2\vartheta}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}; \quad (5.99)$$

здесь знак плюс относится к нижней части крыла (точнее, к течению, где происходит сжатие потока), минус — к верхней части (где происходит расширение потока).

Из последней формулы видно, что коэффициент давления в данной точке линеаризованного сверхзвукового потока с возрастанием M_∞ по абсолютной величине убывает. Мы можем теперь, вспомнив формулу (5.88), представить себе полную картину изменения коэффициента давления с изменением числа M_∞ по теории малых возмущений

(рис. 5.79). Разумеется, что вблизи $M_\infty = 1$, где по этой теории $\bar{p} = \infty$, формула для коэффициента давления не соответствует действительности.

Следует отметить важную особенность линеаризованного сверхзвукового потока, вытекающую из последних формул: скорость и давление в какой-либо точке такого потока зависят не от формы профиля в целом, как в случае потенциального дозвукового потока, а лишь от угла наклона касательной к профилю, проведенной в этой точке. Иными словами, коэффициент давления в линеаризованном сверхзвуковом потоке может быть определен для данной точки на

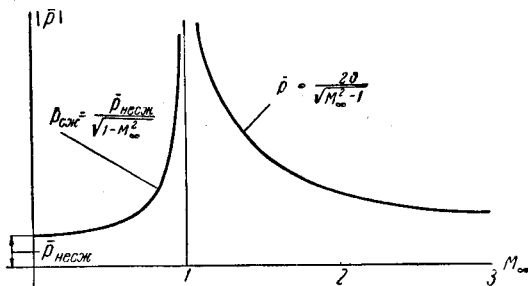


Рис. 5.79. Зависимость абсолютной величины коэффициента давления в данной точке от числа M_∞ по теории малых возмущений.

контуре профиля крыла независимо от коэффициентов давления в других точках.

Представим себе теперь на основании последних формул картину линий тока и распределение давлений по контуру данного профиля в линеаризованном сверхзвуковом потоке. Рассмотрим сначала простейший случай, когда профиль симметричен и угол атаки равен нулю. В тех местах, где линии тока образуют вогнутый угол, т. е. у носка и у хвостика профиля, возникают скачки уплотнения. На всем остальном протяжении контура имеет место обтекание выпуклых углов и, следовательно, скачки уплотнения отсутствуют. До скачков уплотнения, исходящих из носовой точки профиля (мы будем предполагать, что в носовой точке $\vartheta < \vartheta_{\text{пред}}$), линии тока представляют собой семейство прямых, параллельных V_∞ , так как поток здесь не возмущен. В скачках уплотнения происходит излом линий тока; далее за скачками линии тока повторяют форму контура профиля (рис. 5.80). Точнее говоря, каждый элемент линии тока представляет собою элемент контура профиля, сдвинутый параллельно самому себе вдоль характеристик. В хвостовых скачках уплотнения вновь происходит излом линий тока и далее они опять параллельны направлению невозмущенного потока.

Распределение скоростей вдоль контура профиля выглядит следующим образом. За носовым скачком уплотнения местная скорость

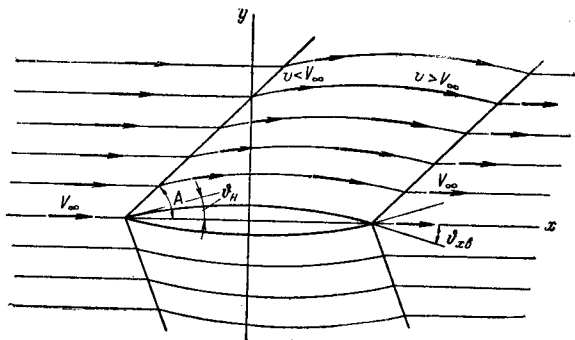


Рис. 5.80. Обтекание тонкого симметричного профиля линеаризованным сверхзвуковым потоком, направленным вдоль хорды.

становится меньше скорости набегающего потока. Ее можно вычислить методами, изложенными в теории скачков (§§ 16—20), зная M_∞ и угол ϑ для носовой точки. Так как на всем остальном протяжении контура газ обтекает выпуклые углы, то местная скорость непрерывно нарастает вдоль контура, вплоть до хвостового скачка уплотнения. Когда струйки пересекают этот скачок, скорость вновь убывает и становится равной V_∞ (рис. 5.81).

Распределение давлений по контуру профиля описывается формулой (5.99). До носовой точки $\vartheta = 0$ и $\bar{p} = 0$. В носовой точке происходит скачок давления, равный $\bar{p}_n = \frac{2\vartheta_n}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$ (индекс «н»

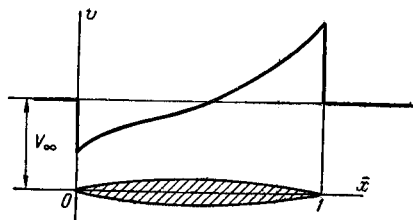


Рис. 5.81. Распределение скоростей вдоль контура тонкого симметричного профиля в линеаризованном сверхзвуковом потоке, направленном вдоль хорды.

означает, что соответствующие величины относятся к носку). При удалении от носовой точки угол ϑ , а следовательно, и \bar{p} убывают; в миделевом сечении профиля ϑ и \bar{p} обращаются в нуль; за миделевым сечением обе эти величины отрицательны по знаку (рис. 5.82). В хвостовой точке профиля происходит скачок давления, равный $\bar{p}_{хв} = \frac{2\vartheta_{хв}}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}$ (индекс «хв» означает, что соответствующие величины относятся к хвосту). За хвостовой точкой ϑ и \bar{p} равны нулю.

Как видим, распределения скоростей и давлений в сверхзвуковом потоке весьма существенно отличаются от распределений этих величин

в дозвуковом потоке. Вызванные профилем возмущения распространяются в линеаризованном сверхзвуковом потоке лишь в области между скачками уплотнения, т. е. в стороны от тела, и при этом не изменяются вплоть до бесконечности, тогда как в дозвуковом потоке вызванные телом возмущения распространяются главным образом вперед и назад и затухают при удалении от тела. Эта особенность

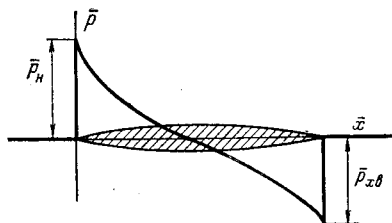


Рис. 5.82. Распределение давлений вдоль контура тонкого симметричного профиля в линеаризованном сверхзвуковом потоке, направленном вдоль хорды.

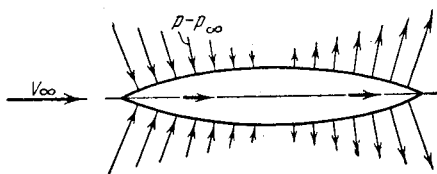


Рис. 5.83. Векторная диаграмма распределения давления по симметричному профилю в сверхзвуковом потоке. Результирующая сила, происходящая от давлений, направлена по скорости набегающего потока и представляет собой волновое сопротивление.

линеаризованного сверхзвукового потока есть результат замены точного уравнения для потенциала скоростей приближенным уравнением. Разумеется, в действительности возмущения, вызванные телом в сверхзвуковом потоке, также затухают при удалении от тела, но значительно медленнее, нежели в дозвуковом потоке.

Другим важным отличием обтекания симметричного тела сверхзвуковым потоком от его обтекания дозвуковым потоком является то, что

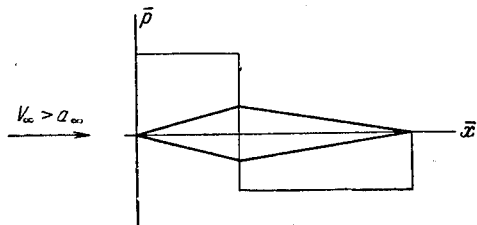


Рис. 5.84. Распределение давления по ромбовидному профилю в линеаризованном сверхзвуковом потоке.

в сверхзвуковом потоке избыточные давления в носовой части положительны по знаку, а в хвостовой части отрицательны. Эти избыточные давления представлены в виде векторной диаграммы на рис. 5.83. Если спроектировать избыточные давления $p - p_{\infty}$ на направление скорости набегающего потока,

то они не уравновесят друг друга, как в случае дозвукового потока, а приведутся к равнодействующей силе, направленной вдоль вектора V_{∞} . Эта сила представляет собой лобовое сопротивление от давлений и является волновым сопротивлением данного тела в сверхзвуковом потоке.

Следует также отметить, что в линеаризованном сверхзвуковом потоке распределение давлений, как это видно из формулы (5.99), очень сильно зависит от формы профиля. Так, например, для ромбовидного профиля распределение давления будет таким, как это представлено на рис. 5.84.

Рассмотрим теперь случай, когда угол атаки не равен нулю. Угол ϑ в этом случае можно представить как сумму двух углов: угла атаки α и угла ϑ_1 между хордой и касательной к контуру профиля:

$$\vartheta = \alpha + \vartheta_1.$$

Формула для коэффициента давления принимает поэтому вид

$$\bar{p} = \pm \left(\frac{2\vartheta_1}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} + \frac{2\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}} \right). \quad (5.100)$$

Здесь первое слагаемое отражает влияние на коэффициент давления формы профиля, уже рассмотренное ранее в случае, когда $\alpha = 0$, а второе слагаемое — влияние угла атаки. По линейной теории оба эти влияния алгебраически складываются. Аналогично может быть учтена и вогнутость профиля: она также войдет в формулу для \bar{p} линейно в составе дополнительного слагаемого.

Так как зависимость \bar{p} от ϑ_1 уже рассмотрена, то мы можем положить теперь $\vartheta_1 = 0$ и рассмотреть второе слагаемое, а затем сложить коэффициенты давления при $\vartheta_1 = 0$ и $\alpha = 0$. Профиль, для которого $\vartheta_1 = 0$, представляет собой плоскую пластинку; в этом случае

$$\bar{p} = \pm \frac{2\alpha}{\sqrt{M_\infty^2 - 1}}. \quad (5.101)$$

Как видно из этой формулы, коэффициент давления есть величина постоянная вдоль пластинки и по абсолютной величине одинаковая для верхней и нижней сторон поверхности (рис. 5.85). Равномерное распределение давления и одинаковые величины давления на верхней и нижней частях поверхности коренным образом отличают сверхзвуковое обтекание пластинки от дозвукового. При сверхзвуковом обтекании подъемная сила происходит в одинаковой мере как от давлений на нижней части поверхности, так и от подсосываний на верхней части, в то время как при дозвуковом обтекании подъемная сила



Рис. 5.85. Распределение давления по поверхности плоской пластинки, обтекаемой под углом α линеаризованным сверхзвуковым потоком.

в основном (приблизительно на две трети своей величины) образуется от подсосываний на верхней поверхности крыла. Линия действия подъемной силы при сверхзвуковом обтекании проходит на

расстоянии от носка, равном половине хорды, в то время как при дозвуковом обтекании линия действия подъемной силы проходит на расстоянии от носка приблизительно в четверть хорды.

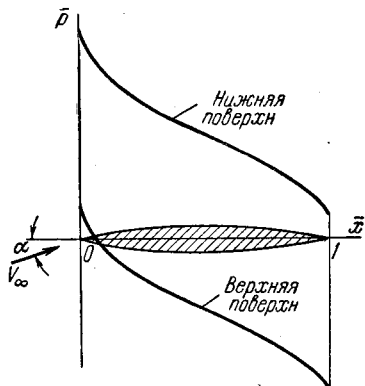


Рис. 5.86. Распределение давления вдоль контура тонкого симметричного профиля, обтекаемого под малым углом атаки линеаризованным сверхзвуковым потоком. В точках касания прямых, параллельных V_∞ , $\bar{p} = 0$.

набегающего потока и верхней частью контура, будет выпуклым, и при его обтекании произойдет плавное постепенное ускорение потока

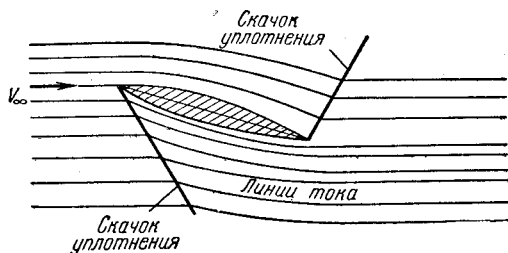


Рис. 5.87. Обтекание тонкого профиля под малым углом атаки линеаризованным сверхзвуковым потоком; случай, когда $\alpha > \vartheta_{1H}$ и $\alpha > \vartheta_{1XB}$.

и разрежение среды. Аналогичное обстоятельство будет иметь место и у хвостика профиля при $\alpha > \vartheta_{1XB}$ (рис. 5.87).

§ 31. Преобразование уравнений для потенциала скоростей и функции тока в линейные дифференциальные уравнения по способу Лежандра

Нелинейность уравнения (5.22) для потенциала скоростей является основной математической трудностью в теории потенциального движения газа. Большое значение имеют поэтому способы преобразования этого уравнения в линейное дифференциальное уравнение. Следует с самого начала подчеркнуть, что речь идет здесь не о замене уравнения (5.22) приближенным линейным уравнением, а о *точном* преобразовании уравнения (5.22) в линейное дифференциальное уравнение.