

Однако получить закон распределения скоростей из формулы Никурадзе в аналитическом виде невозможно. Мы обратимся поэтому непосредственно к экспериментам по измерению распределения скоростей в цилиндрических круглых трубах. Наиболее полное исследование движения жидкости по цилиндрическим трубам при больших значениях числа Рейнольдса было выполнено Никурадзе<sup>1)</sup>.

Эксперименты Никурадзе охватывают весьма широкий промежуток чисел Рейнольдса (от  $R = 4 \cdot 10^3$  до  $R = 32,4 \cdot 10^5$ ). Измерение скоростей производилось с помощью микротрубки полного давления в выходном сечении трубы, что позволило измерять скорость в непосредственной близости к поверхности стенки. Большая длина испытываемых труб давала возможность вести опыт за разгонным участком<sup>2)</sup>.

Некоторые из экспериментальных кривых распределения скоростей, полученных Никурадзе, представлены на рис. 6.14. Из этого графика видно, что с возрастанием числа Рейнольдса распределение скоростей становится все более равномерным. Можно думать, что при  $R \rightarrow \infty$  распределение скоростей будет приближаться к равномерному, действие вязкости, а значит, и ламинарного слоя станет исчезающе малым.

### § 9. Турбулентное движение жидкости в круглой цилиндрической трубе. Универсальный логарифмический закон распределения скоростей

Экспериментируя в большом диапазоне чисел Рейнольдса, Никурадзе отчетливо обнаружил, что степенной закон Блазиуса для коэффициента сопротивления  $\lambda$  и степенной закон для распределения скоростей не являются универсальными; даже в пределах промежутка чисел Рейнольдса, исследованных Блазиусом, их можно рассматривать лишь как первое приближение. В частности, оказывается, что показатель степени  $n$  в формуле для распределения скоростей по степенному закону

$$\bar{v} = \bar{v}_{\max} \left( \frac{y}{r_0} \right)^n$$

непрерывно убывает при возрастании рейнольдсова числа от значения  $n = 1/6$  при  $R = 4 \cdot 10^3$  до значения  $n = 1/10$  при  $R = 32,4 \cdot 10^5$ .

Следуя изложенной в предыдущем теории турбулентности Прандтля, Никурадзе искал универсальную зависимость (т. е. пригодную для всех чисел Рейнольдса в турбулентной области) безразмерной «скорости» от безразмерного «расстояния», зависимость типа

$$\frac{\bar{v}}{v_*} = F \left( \frac{v_* y}{\nu} \right).$$

<sup>1)</sup> См. сноску на стр. 612.

<sup>2)</sup> По измерениям Никурадзе длина разгонного участка при турбулентном течении равна приблизительно 40 диаметрам трубы.

Оказалось, что если построить по результатам эксперимента  $\bar{v}/v_*$  в функции безразмерного расстояния  $v_*y/\nu$ , то, как это и должно быть по теории, получается одна кривая, на которой располагаются

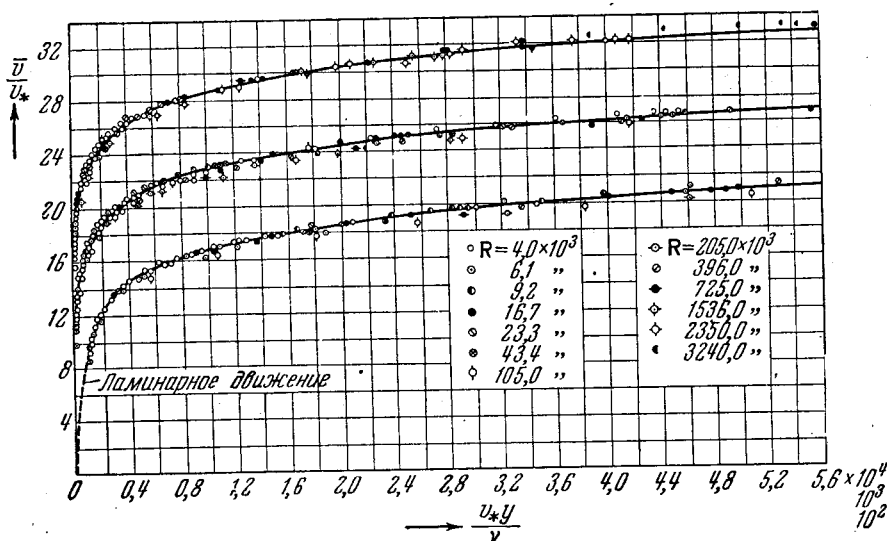


Рис. 6.15. Универсальное распределение скоростей по сечению трубы:

$$\frac{\bar{v}}{v_*} = F\left(\frac{v_*y}{\nu}\right).$$

все экспериментальные точки, относящиеся к разным числам Рейнольдса. Эта универсальная кривая изображена на рис. 6.15; три кривых на рисунке даны потому, что для разных участков кривой применен разный масштаб по оси абсцисс. Еще более ярко становится виден универсальный характер этой кривой, если перестроить ее, откладывая по оси абсцисс  $\lg(v_*y/\nu)$ ; тогда получается картина, изображенная на рис. 6.16. Этот график показывает, что при движении в трубе, так же как и при движении вдоль бесконечно длинной плоской стенки, между безразмерной «скоростью» и логарифмом безразмерного «расстояния» существует линейная зависимость, единая для всех  $R$ . Отклонения от нее, имеющие место при малых значениях  $v_*y/\nu$ , происходят от влияния вязкости, которая теорией турбулентности не учитывается.

Никурадзе дает следующее уравнение для зависимости между  $\bar{v}/v_*$  и  $\lg(v_*y/\nu)$ , охватывающее все экспериментальные точки в турбулентной области вплоть до оси трубы:

$$\frac{\bar{v}}{v_*} = 5,75 \lg \frac{v_*y}{\nu} + 5,5; \quad (6.28)$$

на рис. 6.16 эта зависимость изображена сплошной прямой линией. Для точек в турбулентной области, близких к поверхности стенки, Никурадзе дает уравнение, несколько отличное от предыдущего:

$$\frac{\bar{v}}{v_*} = 5,52 \lg \frac{v_* y}{\nu} + 5,84.$$

На рис. 6.16 эта зависимость изображена пунктирной прямой.

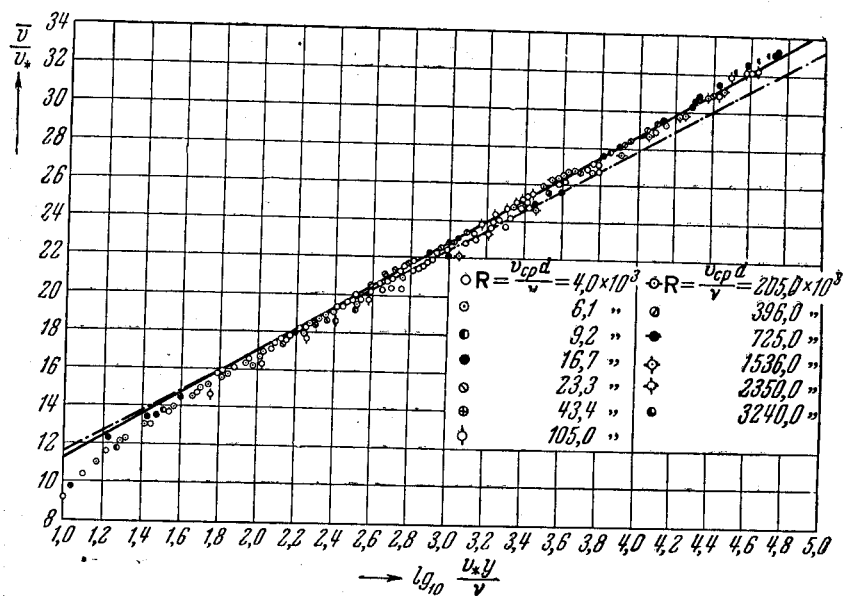


Рис. 6.16. Линейная зависимость между  $\bar{v}/v_*$  и  $\lg(v_* y/\nu)$ .

Можно, таким образом, считать установленным, что при турбулентном течении в трубе скорость распределена по сечению по логарифмическому закону.

Однако последние формулы, так же как и исходная формула логарифмического закона (6.18), неприменимы внутри ламинарного слоя и неточны вблизи него. Для того чтобы установить границы применимости последних формул и приблизительно определить толщину ламинарного слоя, можно поступить следующим образом.

Примем для ламинарного слоя, в соответствии с примечанием на стр. 602, линейный закон распределения скоростей:

$$v_x = \frac{\tau_0}{\mu} y.$$

Подставив в это равенство вместо  $\tau_0$  его выражение  $\tau_0 = \rho v_*^2$  через

скорость касательного напряжения, получим зависимость безразмерной «скорости» в ламинарном слое от безразмерного «расстояния»:

$$\frac{v_x}{v_*} = \frac{v_* y}{\nu}.$$

Если совместно решить последнее уравнение и уравнение (6.28) для турбулентной области, то получится значение безразмерного «расстояния», которое можно считать границей между ламинарным слоем и турбулентной областью; оно оказывается равным

$$\frac{v_* \delta_n}{\nu} \approx 11,$$

где  $\delta_n$  есть значение  $y$ , соответствующее границе ламинарного слоя.

Если учесть в турбулентной области составляющую касательного напряжения, происходящую от вязкости, то можно уточнить формулу (6.28) для области, непосредственно прилегающей к ламинарному слою (т. е. для области  $1,0 < \lg(v_* y/\nu) < 2,0$ ).

Зная распределение скоростей по сечению трубы и экспериментально определив потери на трение, нетрудно найти и длину пути перемешивания. В самом деле, по формуле (6.15) длина пути перемешивания равна

$$l = \frac{V\sqrt{\tau/\rho}}{d\bar{v}/dy};$$

здесь обозначено: через  $\tau$  — осредненное касательное напряжение в данной точке; через  $\bar{v}$  — осредненная местная скорость. При течении жидкости по круглой трубе касательное напряжение не остается постоянным для всех значений  $y$ , как в случае, когда жидкость движется вдоль плоской стенки, а изменяется по линейному закону, который выражается формулой (6.2)

$$\tau = \frac{p_1 - p_2}{L} \frac{r}{2}.$$

Подставляя сюда вместо  $p_1 - p_2$  его выражение через  $\tau_0$  по формуле (6.1), находим:

$$\tau = \tau_0 \frac{r}{r_0} = \tau_0 \left(1 - \frac{y}{r_0}\right).$$

Формула для длины пути перемешивания теперь примет вид

$$l = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \frac{V \sqrt{1 - \frac{y}{r_0}}}{\frac{d\bar{v}}{dy}}.$$

Она позволяет определить  $l$  как функцию  $y$ , если известны местная скорость и касательное напряжение на поверхности стенки. Восполь-

зовавшись этой формулой, Никурадзе определил  $l$  по результатам своих измерений сопротивления трубы и распределения скоростей по сечению. Оказалось, что при числах Рейнольдса, больших  $10^5$ , вязкость не влияет на распределение  $l$  и экспериментальные точки для всех чисел Рейнольдса в промежутке от  $10^5$  до  $32,4 \cdot 10^5$  располагаются на одной кривой; она изображена на рис. 6.17. Мы видим из этого графика, что длина пути перемешивания плавно нарастает при

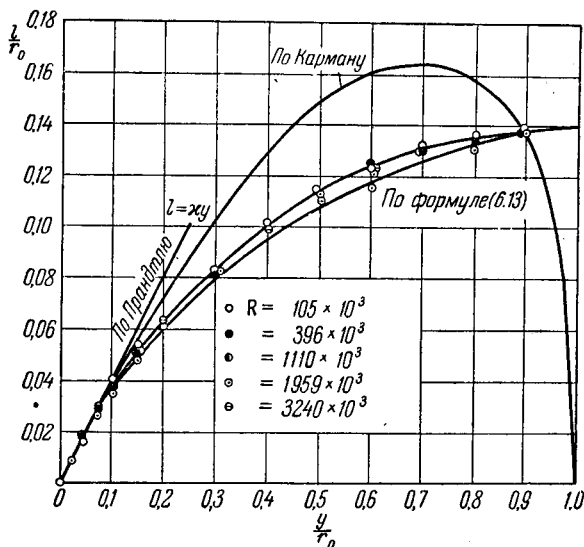


Рис. 6.17. Распределение длины пути перемешивания в случае движения жидкости по трубе при больших числах Рейнольдса.

удалении от стенки и на оси трубы достигает значения, равного 0,14 радиуса.

Теоретические предположения Прандтля и Кармана о длине пути перемешивания (формулы (6.11) и (6.12)) экспериментом не подтверждаются. Прямая линия, соответствующая гипотезе Прандтля ( $l = \chi y$ )<sup>1)</sup>, и теоретическая кривая Кармана нанесены на рис. 6.17, из которого видно, что хорошее совпадение с экспериментальными точками получается лишь для малых расстояний от стенки, не превышающих 0,1 радиуса трубы. Тем не менее окончательные выводы теории (логарифмический закон распределения скоростей), как уже указывалось выше, полностью соответствуют действительности. Наилучшее совпадение с экспериментальными данными для длины пути перемешивания получается по формуле (6.13); кривая, вычисленная по этой формуле, также нанесена на график.

<sup>1)</sup> Значение константы  $\chi$  оказывается приблизительно равным 0,4.