

диапазоне чисел Рейнольдса можно считать фиксированным: точка перехода здесь расположена вблизи точки минимума давления,

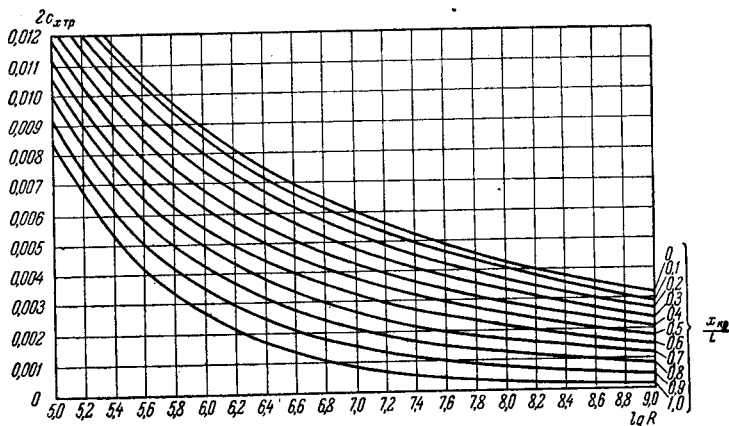


Рис. 7.21. Зависимость удвоенного коэффициента сопротивления плоской пластинки от положения точки перехода ламинарного слоя в турбулентный и числа Рейнольдса (по гипотезе равенства толщин потери импульса в точке перехода).

непосредственно за ней. Поэтому $x_{кр}$ для каждого крыла можно считать величиной заданной и практически постоянной, как это предположено на рис. 7.21.

§ 11. Влияние шероховатости пластинки на распределение касательных напряжений и сопротивление. Величина допустимой шероховатости

Перейдем теперь к выяснению влияния шероховатости на величину касательных напряжений и сопротивление трению плоской пластинки. При этом будем исходить из предположения о том, что распределение скоростей в пограничном слое шероховатой пластинки такое же, как и распределение скоростей вблизи шероховатой стенки трубы. Эта гипотеза позволяет применить к случаю «внешней» задачи (обтеканию пластинки) результаты экспериментальных исследований течения жидкости по шероховатым трубам (см. гл. VI, § 11). Напомним кратко, что если жидкость течет по шероховатой трубе, то в зависимости от значения числа Рейнольдса возможен один из трех режимов обтекания бугорков, образующих шероховатую поверхность. Первый из этих режимов соответствует ламинарному течению, при котором бугорки обтекаются плавно, без отрыва вихрей. Сопротивление трению при этом такое же, как и для гладкой поверхности. С возрастанием числа Рейнольдса ламинарный слой становится все более тонким, верхушки бугорков выходят за пределы ламинарного слоя и обтекаются с отрывом вихрей. При этом втором режиме сопротивление определяется

не только вязкостью (или, точнее, числом Рейнольдса), но зависит также от формы и густоты бугорков. Наконец, третий режим имеет место при больших числах Рейнольдса, когда бугорки почти полностью находятся в турбулентном потоке и обтекаются с отрывом вихрей. При этом сопротивление, происходящее непосредственно от вязкости, пренебрежимо мало, а основным является сопротивление от давлений, приложенных к бугоркам. Оно зависит исключительно от параметров, определяющих шероховатость поверхности, и не зависит от числа Рейнольдса.

Каждый из указанных трех режимов имеет место не только при течении жидкости по трубам, но и в пограничном слое. Отличие от движения жидкости по трубам заключается в случае «внешней» задачи в том, что в трубе на всем ее протяжении за разгонным участком существует лишь один из указанных режимов, тогда как при обтекании находящихся в потоке тел толщина пограничного слоя и касательное напряжение изменяются вдоль контура тела и вследствие этого *в разных частях поверхности тела могут иметь место разные режимы обтекания бугорков*. В самом деле, движение жидкости за разгонным участком в трубе с равномерно распределенной зернистой шероховатостью определяется, как известно из гл. VI, § 12, двумя параметрами: относительной шероховатостью $\epsilon = k/r_0$ и числом Рейнольдса, которое в этом случае выражается в виде $v_* k/\nu$. Вдоль данной трубы эти величины постоянны. При переходе к внешнему обтеканию радиус трубы в выражении для ϵ должен быть заменен, в соответствии с принятой нами гипотезой, толщиной пограничного слоя δ . Таким образом, по этой гипотезе движение в пограничном слое шероховатой поверхности определяется относительной шероховатостью $\epsilon = k/\delta$ и числом Рейнольдса $v_* k/\nu$. Так как δ и v_* изменяются вдоль контура, то изменяется и режим течения, несмотря на то, что абсолютная шероховатость, характеризуемая средней высотой бугорков, остается постоянной.

При обтекании плоской пластинки смена режимов течения в области турбулентного пограничного слоя происходит в следующем порядке: вблизи входной кромки, где ламинарный подслой еще очень тонок, средняя высота бугорков шероховатости может значительно превышать толщину подслоя; так как число Рейнольдса $v_* k/\nu$ здесь имеет наибольшие значения (ибо τ_0 в этой области — максимальное по величине), то здесь имеет место третий режим. По мере удаления от входной кромки толщина ламинарного подслоя нарастает, бугорки шероховатости постепенно погружаются в него, величина числа Рейнольдса $v_* k/\nu$ уменьшается и наступает последовательно второй и затем первый режимы. Наличие разных режимов в пределах одной и той же пластинки весьма осложняет здесь использование результатов, относящихся к движению по трубам, ибо для определения касательных напряжений и сопротивления трению шероховатой пластинки приходится для разных ее участков исходить из различных зависимостей,

Не приводя здесь подробно вычисления касательных напряжений, укажем вкратце лишь общую последовательность этих вычислений и их результаты.

Будем исходить из универсального закона для распределения скоростей по сечению шероховатой трубы (формула (6.35))

$$\frac{v_x}{v_*} = 5,75 \lg \frac{y}{k} + f\left(\frac{v_* k}{\nu}\right). \quad (7.34)$$

Вид функции $f(v_* k/\nu)$ выберем, в соответствии с экспериментально установленной зависимостью (рис. 6.24), следующим образом:

$$f(v_* k/\nu) = 5,75 \lg(v_* k/\nu) + 5,5 \text{ для } v_* k/\nu \leq 7,08;$$

$$f(v_* k/\nu) = 9,58 \text{ для } 7,08 \leq v_* k/\nu \leq 14,1;$$

$$f(v_* k/\nu) = 11,50 - 1,62 \lg(v_* k/\nu) \text{ для } 14,1 \leq v_* k/\nu \leq 70,8;$$

$$f(v_* k/\nu) = 8,48 \text{ для } v_* k/\nu \geq 70,8.$$

Первая из этих зависимостей соответствует числам Рейнольдса, при которых шероховатость не влияет на сопротивление трению; эта зависимость такая же, как и в случае гладкой поверхности (формула (6.34)). Последняя зависимость соответствует большим числам Рейнольдса, при которых сопротивление следует квадратичному закону (формула (6.33)). Вторая и третья зависимости дают в области переходных чисел Рейнольдса приближенное изображение универсальной кривой, представленной на рис. 6.24.

Полагая в формуле (7.34) $y = \delta$ и принимая во внимание, что при этом $v_x = V$, получаем:

$$\frac{V}{v_*} = 5,75 \lg(\delta/k) + f(v_* k/\nu). \quad (7.35)$$

Мы имеем, таким образом, два равенства (7.34) и (7.35), которые содержат неизвестные v_x , δ и v_* . Решая их совместно с уравнением импульсов, аналогично тому как это было сделано для случая гладкой пластинки, можно найти все эти неизвестные величины и, в частности, наиболее интересующую нас здесь величину v_* , которая определяет касательное напряжение. В результате этих вычислений получаются для коэффициента касательного напряжения зависимости, изображенные на рис. 7.22.

Наклонные линии изображают зависимость $\bar{\tau}_0$ от числа Рейнольдса Vx/ν при постоянном значении параметра Vk/ν , горизонтальные линии — зависимость $\bar{\tau}_0$ от числа Рейнольдса Vx/ν , при постоянном значении параметра x/k . Иными словами, наклонные линии изображают распределение касательного напряжения по длине шероховатой пластинки, причем каждая из кривых этого семейства, соответствует определенной величине абсолютной шероховатости k . Горизонтальные линии дают изменение коэффициента касательного напряжения в данной точке пластинки при изменении числа Рейнольдса, причем здесь

в отличие от зависимостей, изображаемых наклонными линиями, изменение числа Рейнольдса происходит не от изменения x , а от изменения скорости V при постоянном x . График показывает, между прочим, что если абсолютная шероховатость нарастает вдоль пластинки пропорционально расстоянию от входной кромки (т. е. так, что $x/k = \text{const}$), то касательное напряжение остается приблизительно постоянным.

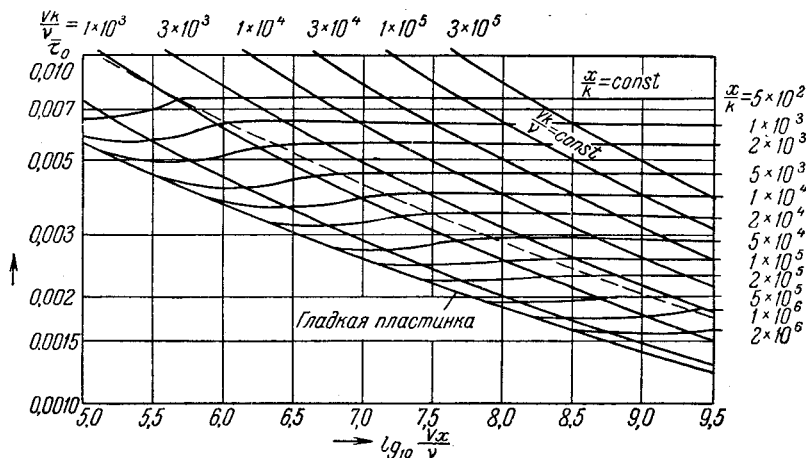


Рис. 7.22. Зависимость коэффициента касательного напряжения от числа Рейнольдса и шероховатости при продольном обтекании шероховатой пластинки.

Зная распределение касательных напряжений по длине пластинки, можно определить коэффициент суммарного сопротивления пластинки по формуле

$$c_x = \int_0^1 \bar{\tau}_0 d(x/L).$$

Если предположить, что пограничный слой — турбулентный на всем протяжении пластинки, то получаются коэффициенты сопротивления, изображенные на рис. 7.23. Зависимость c_x от числа Рейнольдса дана в виде кривых, построенных по тем же параметрам, что и кривые для $\bar{\tau}_0$. Здесь следует обратить внимание на кривые, изображающие изменение c_x для пластинок с одинаковой относительной шероховатостью ($k/L = \text{const}$) при изменении числа Рейнольдса. Каждая из этих кривых до некоторого числа Рейнольдса (тем большего, чем меньше шероховатость) сливается с кривой для гладкой пластинки, затем отходит от нее и при дальнейшем возрастании числа Рейнольдса становится почти горизонтальной. Из этого видно, что разность между коэффициентами сопротивления шероховатой пластинки и такой же по размерам гладкой (или сокращенно «надбавка

на шероховатость») неодинакова при разных скоростях. При малых скоростях надбавка на шероховатость равна нулю, затем, когда скорость, увеличиваясь, становится больше некоторой определенной

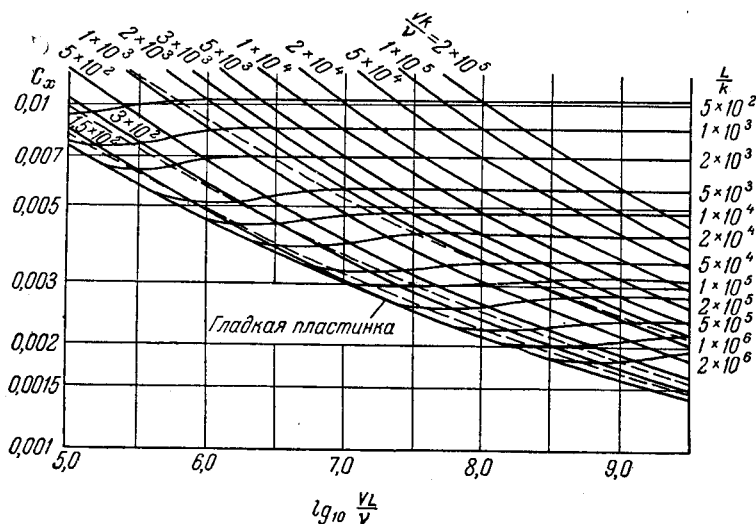


Рис. 7.23. Зависимость коэффициента сопротивления шероховатой пластинки от числа Рейнольдса и шероховатости.

величины, надбавка на шероховатость весьма интенсивно возрастает. Это обстоятельство объясняет, почему с возрастанием скорости полета приобретает все большее значение гладкость поверхности самолета.

Для того чтобы составить себе численное представление о роли шероховатости при разных скоростях полета, рассмотрим следующий пример.

Пусть пластинка, которая имеет длину вдоль потока $L = 2$ м и равномерно распределенную шероховатость со средней высотой бугорка $k = 0,04$ мм, движется вдоль своей плоскости. Вычислим надбавку на шероховатость для движения со скоростью 50 м/сек (180 км/час) и для движения со скоростью 175 м/сек (630 км/час). В первом случае число Рейнольдса $R = 6,9 \cdot 10^4$, $\lg R = 6,839$ и по формуле (7.36) находим, что гладкая пластинка имела бы при этих условиях $c_{xтр} = 0,00322$. Величина L/k равна в данном примере $\frac{2000}{0,04} = 5 \cdot 10^4$. По соответствующей кривой (рис. 7.23) определяем коэффициент сопротивления шероховатой пластинки; он равен $c_{xшер} = 0,00334$. Надбавка на шероховатость при скорости 180 км/час составляет, таким образом, $\frac{c_{xшер} - c_{xтр}}{c_{xтр}} = \frac{0,00014}{0,00322} = 4,35\%$. Во втором случае число Рейнольдса $R = 2,42 \cdot 10^5$, $\lg R = 7,384$ и по формуле (7.36) получается, что гладкая пластинка имела бы при этих условиях $c_{xтр} = 0,00277$. Следовательно, надбавка на шероховатость при скорости 630 км/час равна $\frac{0,00334 - 0,00277}{0,00277} = \frac{0,00057}{0,00277} = 20,6\%$,

т. е. в 4,5 раза больше, чем в первом случае.

Кривые, изображенные на рис. 7.22 и 7.23, весьма удобны для быстрого определения надбавки на шероховатость. Однако для области, где $\bar{\tau}_0$ и c_x не зависят от числа Рейнольдса, можно более точно определить коэффициенты касательного напряжения и сопротивление шероховатой пластинки по следующим интерполяционным формулам:

$$\bar{\tau}_0 = (2,87 + 1,58 \lg(x/k))^{-2,5}; \quad c_x = (1,89 + 1,62 \lg(x/k))^{-2,5}.$$

Конечно, прежде чем применять эти формулы, следует по величине числа Рейнольдса убедиться в том, что имеет место обтекание шероховатой поверхности, при котором $\bar{\tau}_0$ и c_x не зависят от числа Рейнольдса.

С помощью графиков, изображенных на рис. 7.22 и 7.23, может быть решена также задача о величине «допустимой» шероховатости для каждого конкретного случая обтекания плоской пластинки. Под высотой «допустимой» шероховатости мы будем понимать такую наибольшую высоту ее, при уменьшении которой сопротивление пластинки не уменьшается. Если высоты бугорков шероховатости не превышают «допустимой» высоты, то поверхность пластинки можно считать аэродинамически гладкой.

Из графиков видно, что каждому числу Рейнольдса Vx/ν соответствует определенная величина шероховатости k/x , при которой кривая коэффициента касательного напряжения или коэффициента сопротивления шероховатой пластинки отходит от соответствующей кривой для гладкой пластинки. Эта шероховатость и является «допустимой» при данном числе Рейнольдса: при всех шероховатостях, меньших «допустимой», кривые для шероховатой пластинки сливаются с соответствующими кривыми для гладкой. Высота «допустимой» шероховатости k_d может быть определена также с помощью следующей интерполяционной формулы¹⁾:

$$\frac{k_d}{x} = \frac{4,0}{R \sqrt{\bar{\tau}_0}}.$$

Если коэффициент местного касательного напряжения $\bar{\tau}_0$ заменить здесь коэффициентом сопротивления пластинки $c_{xтр}$, то получится формула средней для данной пластинки высоты «допустимой» шероховатости. Нетрудно видеть, что с возрастанием числа Рейнольдса

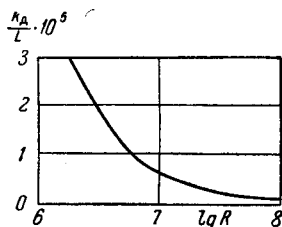


Рис. 7.24. Изменение высоты допустимой шероховатости плоской пластинки при изменении числа Рейнольдса.

¹⁾ Юнг А. Д., Влияние состояния поверхности на летные данные самолета, Engineering, № 127, 1939. Русский перевод в сборнике статей «К вопросу о максимальной скорости самолета», Оборонгиз, 1941.

высота «допустимой» шероховатости быстро убывает. Ее изменение представлено в функции числа Рейнольдса на рис. 7.24. Можно подсчитать, что, например, для пластинки длиной 3 м при скорости 400 км/час на высоте 3000 м величина k_d будет приблизительно равна 0,013 мм.

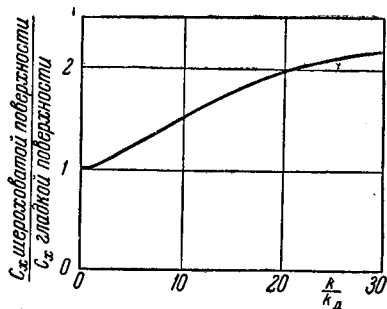


Рис. 7.25. График зависимости $c_{x \text{ шероховатой}} / c_{x \text{ гладкой}} = f(k/k_d)$.

Если величину средней высоты бугорков шероховатости увеличивать сверх «допустимой» высоты, то c_x пластинки значительно возрастет. По графикам на рис. 7.23 можно определить, во сколько раз увеличивается коэффициент сопротивления шероховатой пластинки при увеличении высоты шероховатости сверх «допустимой» высоты в определенное число раз. Отношение коэффициентов сопротивления $c_{x \text{ шероховатой}} / c_{x \text{ гладкой}}$ оказывается при этом функцией лишь отношения k/k_d и может считаться не зависящим от числа Рейнольдса для $10^6 < R < 10^8$. Эта функция представлена в виде графика на рис. 7.25. Из графика видно, что если $k = 10k_d$, то коэффициент сопротивления увеличивается примерно на 50%.

§ 12. Влияние продольного градиента давления на распределение касательных напряжений и скоростей в пограничном слое. Отрыв слоя и образование вихрей

Для пограничного слоя продольно обтекаемой плоской пластинки характерным является то, что давление в слое во всех сечениях, перпендикулярных к пластинке, одинаковое, т. е. $dp/dx = 0$. Рассмотрим теперь плоское, установившееся движение в пограничном слое, когда продольный градиент давления dp/dx не равен нулю. Отличие от нуля величины dp/dx может быть обусловлено кривизной обтекаемой поверхности, наличием препятствия на поверхности, изменением сечения потока (рис. 7.26) или другими причинами. Дальнейшие рассуждения относятся в одинаковой мере ко всем этим случаям.

При изучении особенностей движения в пограничном слое, возникающих вследствие того, что $dp/dx \neq 0$, будем исходить из уравнения движения

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y};$$

как известно из § 2, это уравнение пригодно и для ламинарного и для турбулентного течения в пограничном слое.