

высота «допустимой» шероховатости быстро убывает. Ее изменение представлено в функции числа Рейнольдса на рис. 7.24. Можно подсчитать, что, например, для пластинки длиной 3 м при скорости 400 км/час на высоте 3000 м величина k_d будет приблизительно равна 0,013 мм.

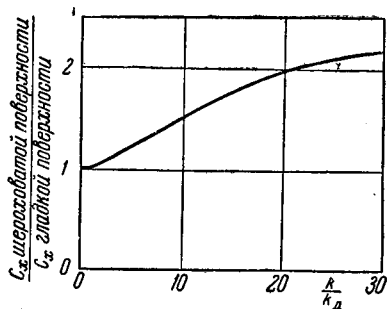


Рис. 7.25. График зависимости $c_{x \text{ шер}}/c_{x \text{ гл}} = f(k/k_d)$.

Если величину средней высоты бугорков шероховатости увеличивать сверх «допустимой» высоты, то c_x пластинки значительно возрастет. По графикам на рис. 7.23 можно определить, во сколько раз увеличивается коэффициент сопротивления шероховатой пластинки при увеличении высоты шероховатости сверх «допустимой» высоты в определенное число раз. Отношение коэффициентов сопротивления $c_{x \text{ шер}}/c_{x \text{ гл}}$ оказывается при этом функцией лишь отношения k/k_d и может считаться не зависящим от числа Рейнольдса для $10^6 < R < 10^8$. Эта функция представлена в виде графика на рис. 7.25. Из графика видно, что если $k = 10k_d$, то коэффициент сопротивления увеличивается примерно на 50%.

§ 12. Влияние продольного градиента давления на распределение касательных напряжения и скоростей в пограничном слое. Отрыв слоя и образование вихрей

Для пограничного слоя продольно обтекаемой плоской пластинки характерным является то, что давление в слое во всех сечениях, перпендикулярных к пластинке, одинаковое, т. е. $dp/dx = 0$. Рассмотрим теперь плоское, установившееся движение в пограничном слое, когда продольный градиент давления dp/dx не равен нулю. Отличие от нуля величины dp/dx может быть обусловлено кривизной обтекаемой поверхности, наличием препятствия на поверхности, изменением сечения потока (рис. 7.26) или другими причинами. Дальнейшие рассуждения относятся в одинаковой мере ко всем этим случаям.

При изучении особенностей движения в пограничном слое, возникающих вследствие того, что $dp/dx \neq 0$, будем исходить из уравнения движения

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y};$$

как известно из § 2, это уравнение пригодно и для ламинарного и для турбулентного течения в пограничном слое.

Положим в этом уравнении $y=0$, тогда $v_x = v_y = 0$ и из уравнения получается:

$$\left(\frac{\partial \tau}{\partial y}\right)_{y=0} = \frac{dp}{dx}. \quad (7.36)$$

Последнее равенство позволяет сделать важные заключения о *распределении касательных напряжений по сечению слоя*.

Если $dp/dx < 0$, как это имеет место, например, в передней части обтекаемого тела (рис. 7.26, а), то из последнего равенства следует, что

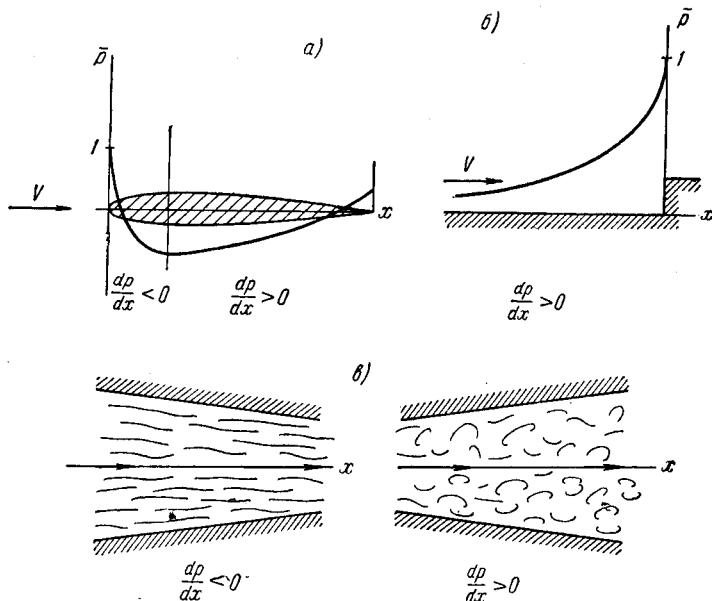


Рис. 7.26. Продольный градиент давления может быть обусловлен: а) кривизной поверхности; б) наличием препятствия; в) изменением сечения потока; при $dp/dx < 0$ движение частиц ускоренное, при $dp/dx > 0$ — замедленное.

в пограничном слое $(\partial \tau / \partial y)_{y=0} < 0$; следовательно, касательное напряжение τ при удалении от поверхности тела убывает (рис. 7.27, а). Если $dp/dx = 0$, то и $(\partial \tau / \partial y)_{y=0} = 0$, т. е. в этом случае касательная к эпюре $\tau = f(y)$ в точке $y = 0$ параллельна оси y (рис. 7.27, б). Если $dp/dx > 0$, как это имеет место, например, в хвостовой части обтекаемого тела, то и $(\partial \tau / \partial y)_{y=0} > 0$. Это означает, что касательное напряжение при удалении от поверхности тела сначала возрастает, а затем, в силу того, что на внешней границе слоя касательное напряжение во всех случаях равно нулю, оно должно в некоторой точке внутри слоя иметь максимум, пройдя через который начинает убывать (рис. 7.27, в). В этом случае касательное напряжение τ_0 на поверхности тела не является максимальным в данном сечении слоя.

Перейдем от распределения касательных напряжений к *распределению продольных скоростей* по сечению слоя. В непосредственной

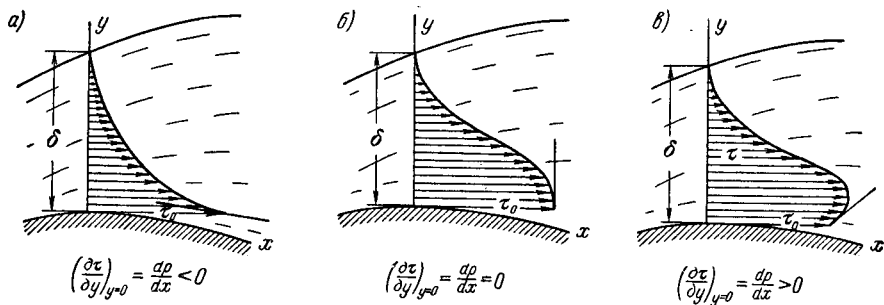


Рис. 7.27. Типичные кривые распределения касательных напряжений по сечению слоя: а) в случае ускоренного движения; б) в случае движения без ускорения; в) в случае замедленного движения.

близости к поверхности тела движение всегда ламинарно, следовательно, по закону Ньютона, $\tau = \mu \partial v_x / \partial y$ и

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = \mu \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}.$$

Равенство (7.36) можно поэтому записать в следующем виде:

$$\left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right)_{y=0} = \frac{1}{\mu} \frac{d\rho}{dx}.$$

Отсюда видно, что если $d\rho/dx = 0$, то $\partial^2 v_x / \partial y^2 = 0$ и, следовательно, кривизна кривой распределения скоростей в точке $y = 0$ равна нулю

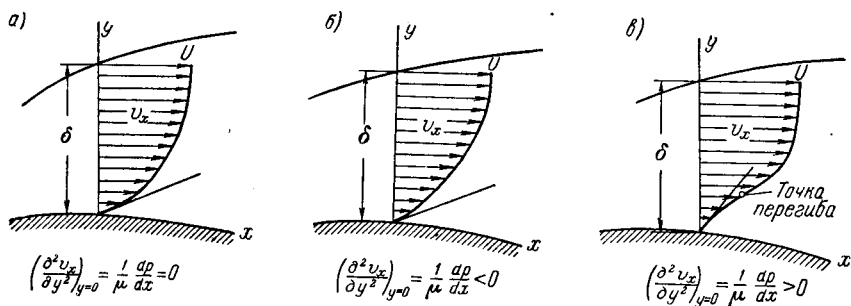


Рис. 7.28. Типичные профили скоростей в пограничном слое: а) в случае ускоренного движения; б) в случае движения без ускорения; в) в случае замедленного движения.

(рис. 7. 28, а). Если $d\rho/dx < 0$, то $(\partial^2 v_x / \partial y^2)_{y=0} < 0$, т. е. кривая распределения скоростей в точке $y = 0$ обращена выпуклостью вниз (рис. 7. 28, б); если $d\rho/dx > 0$, то в точке $y = 0$ кривая обращена выпуклостью

вверх (рис. 7.28, в). Так как в части пограничного слоя, прилегающей к внешней границе, кривая распределения скоростей всегда обращена выпуклостью вниз, то можно заключить, что в случае $dp/dx > 0$ на кривой распределения скоростей должна быть точка перегиба. В разных сечениях слоя эта точка может находиться на разных расстояниях от поверхности тела. Можно доказать, что наличие точек перегиба на кривой распределения скоростей влечет за собой неустойчивость движения.

Рассмотрим теперь влияние продольного градиента давления на распределение касательных напряжений и скоростей *вдоль* пограничного слоя. Для этого лучше всего обратиться к уравнению импульсов, записанному, например, в форме (7.9),

$$\frac{d\delta}{dx} + \frac{U'\delta}{U} \left(2 + \frac{\delta_*}{\delta} \right) = \frac{\tau_0}{\rho U^2}.$$

Если в потоке имеется продольный градиент давления, то, в зависимости от знака dp/dx , второе слагаемое будет представлять собой положительную или отрицательную величину. Так как по уравнению (7.7)

$$\frac{dp}{dx} = -\rho U U',$$

то при $dp/dx < 0$ второе слагаемое есть величина по знаку положительная, а при $dp/dx > 0$ — величина по знаку отрицательная. Отсюда следует, что при прочих равных условиях касательные напряжения τ_0 в случае $dp/dx < 0$ больше, нежели на плоской пластинке, а в случае $dp/dx > 0$ — меньше, нежели на плоской пластинке. Чем больше тормозящее действие нарастающего вдоль потока давления, тем интенсивнее убывает *вдоль* потока касательное напряжение. Может оказаться поэтому в случае обтекания криволинейной поверхности, что в области, где $dp/dx > 0$, второе слагаемое в левой части уравнения (7.9) станет равным по абсолютной величине первому слагаемому, а при дальнейшем возрастании x — и больше первого слагаемого. При этом τ_0 , убывая, станет равным нулю и затем — отрицательным по знаку.

Величина τ_0 связана с распределением продольной компоненты скорости в прилегающем к поверхности тела слое жидкости. В самом деле,

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0};$$

следовательно, $(\partial v_x / \partial y)_{y=0}$ убывает, становится равным нулю и отрицательным одновременно с τ_0 . Геометрически $(\partial v_x / \partial y)_{y=0}$ представляет собой тангенс угла между нормалью к контуру тела и касательной, проведенной в начальной точке нормали к кривой распределения скоростей (рис. 7.29). В точке O контура тела, где $(\partial v_x / \partial y)_{y=0} = 0$, этот угол равен нулю, т. е. кривая распределения скоростей в пограничном слое соприкасается с нормалью к контуру. Распределение

продольной скорости в окрестности этой точки выглядит так, как это изображено на рис. 7.30. До сечения, соответствующего точке O , скорости всех частиц в пограничном слое направлены в ту же сторону, что и поток вне пограничного слоя. В сечениях за этой точкой, для которых $(\partial v_x / \partial y)_{y=0}$ есть величина по знаку отрицательная, скорости частиц, находящихся в непосредственной близости к контуру тела, направлены в сторону, противоположную направлению движения вне пограничного слоя.

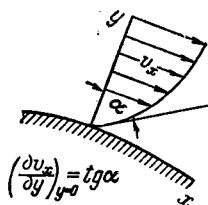


Рис. 7.29. Касательное напряжение на поверхности тела пропорционально тангенсу угла между нормалью к контуру тела и касательной к кривой распределения скоростей при $y=0$.

По изменению продольной компоненты скорости v_x можно составить представление и об изменении поперечной к поверхности тела компоненты v_y . Так как v_x при приближении к точке O уменьшается, то $\partial v_x / \partial x$ есть величина отрицательная по знаку; из уравнения неразрывности течения для плоского потока несжимаемой жидкости

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

следует, что при этом $\partial v_y / \partial y$ есть величина положительная по знаку. Это означает, что v_y при удалении от поверхности тела нарастает. Чем меньше при приближении к точке O становится величина $\partial v_x / \partial x$, тем больше будет $\partial v_y / \partial y$. Таким образом, линии тока вблизи этой точки отклоняются от поверхности тела в сторону окружающей среды.

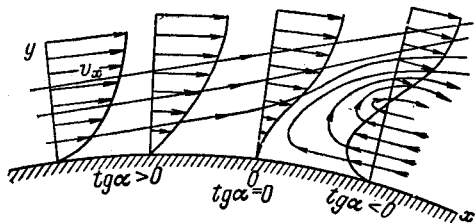


Рис. 7.30. Распределение продольной составляющей скорости и линии тока в области отрыва пограничного слоя.

На рис. 7.30 изображены также линии тока для соответствующей части пограничного слоя. Сечение, проведенное из точки O , разграничивает вблизи контура тела линии тока, направленные вдоль внешнего потока,

и линии тока, направленные *против* внешнего потока. За сечением, соответствующим точке O , линии тока, направленные вдоль внешнего потока, уже не следуют очертанию контура тела, ибо между ними и контуром тела находится область обратного течения жидкости. В точке O линии тока пограничного слоя, направленные вдоль наружного потока, отходят от поверхности тела в окружающую среду и затем становятся как бы неуправляемыми поверхностью тела. Это явление называется *отрывом пограничного слоя*, а точка O , в которой

$$\tau_0 = \mu \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)_{y=0} = 0, \quad (7.37)$$

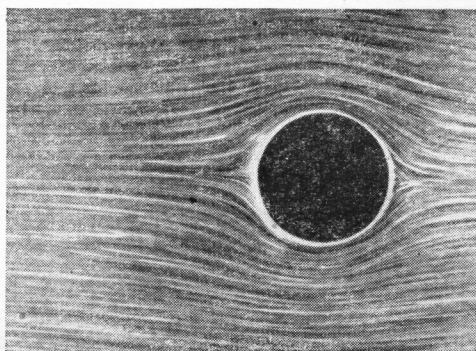


Рис. 7.31. Обтекание кругового цилиндра. Начальный момент движения. Поток, обтекающий цилиндр, — потенциальный.

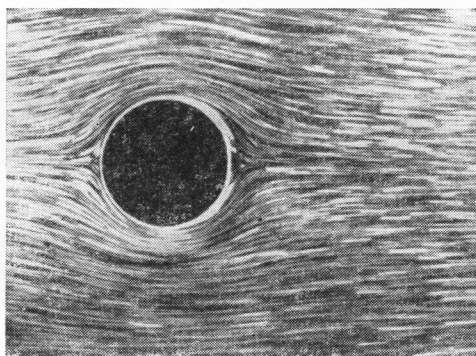


Рис. 7.32. Вдоль контура цилиндра нарастает пограничный слой.

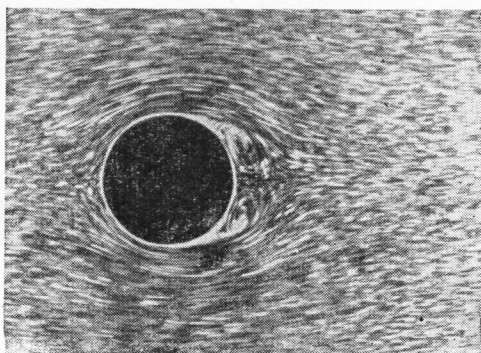


Рис. 7.33. Пограничный слой отрывается от поверхности цилиндра; за точками отрыва в пограничном слое возникает обратное движение. Оторвавшийся пограничный слой свертывается, давая начало вихрям.

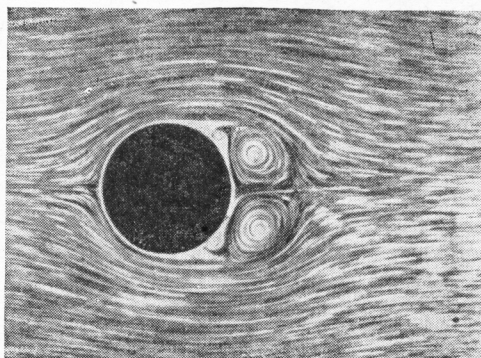


Рис. 7.34. Вихри, возникшие в результате отрыва пограничного слоя, разрастаются.

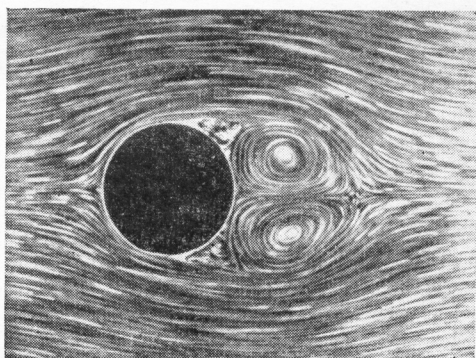


Рис. 7.35. Окончательно сформировавшаяся пара вихрей за цилиндром.

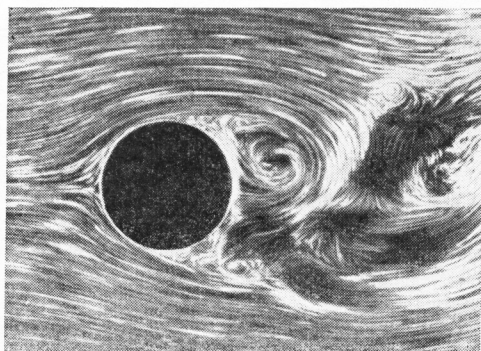


Рис. 7.36. Симметрия пары вихрей нарушается, начинает развиваться один из вихрей, который затем уносится набегающим потоком,

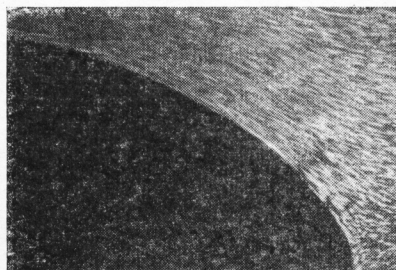


Рис. 7.37. Обтекание кормовой части тела. Начальный момент движения. Поток, обтекающий тело,—потенциальный.



Рис. 7.38. Возникновение пограничного слоя.

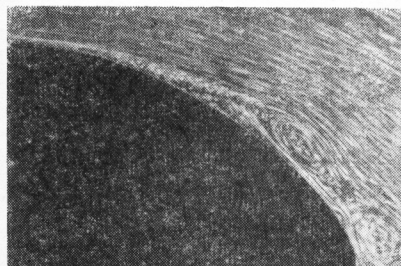


Рис. 7.39. Пограничный слой утолщается в направлении движения.

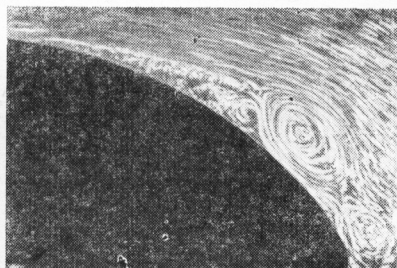


Рис. 7.40. Возникновение обратного движения в слое.

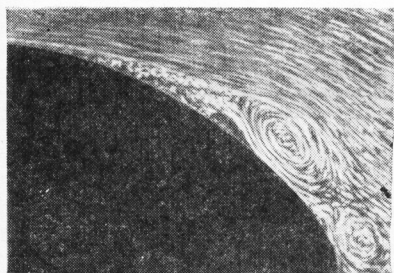


Рис. 7.41. Свертывание пограничного слоя в виде вихря.

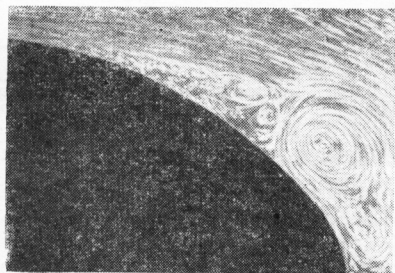


Рис. 7.42. Разрастание вихря. Линии тока внешнего лотка в связи с наличием пограничного слоя и вихря изменяют свое направление (по сравнению с начальным моментом движения).

называется *точкой отрыва пограничного слоя*. На поверхности тела эти точки составляют *линию отрыва*.

Следует подчеркнуть, что отрыв пограничного слоя происходит отнюдь не в результате наличия выступа на поверхности тела или острия; речь идет здесь об обтекании тела с гладкой поверхностью, и отрыв слоя является лишь следствием того, что в кормовой части тела скорость вне слоя вдоль контура убывает, давление нарастает и частицы поэтому имеют отрицательное ускорение.

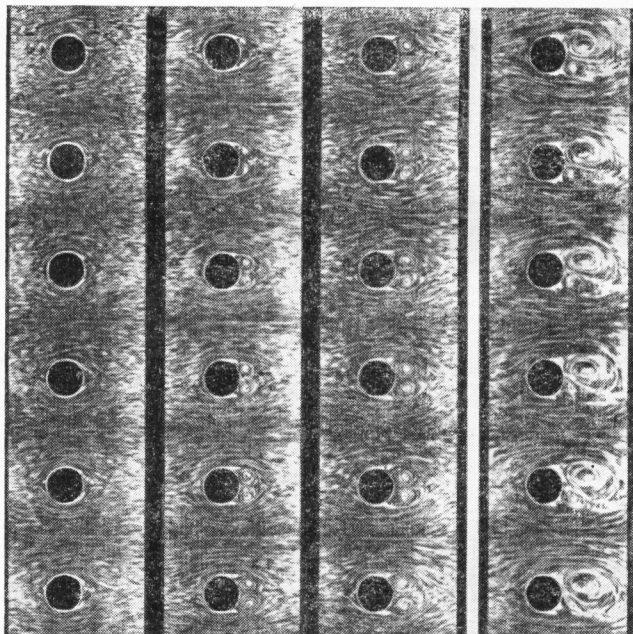


Рис. 7.43. Кадры из кинофильма, в котором было заснято обтекание кругового цилиндра. На последних кадрах виден распад симметричной пары вихрей за цилиндром.

За точкой отрыва возникает в пограничном слое в непосредственной близости к поверхности тела обратное движение жидкости. При этом слой жидкости, движущийся в направлении, обратном внешнему потоку, отходит от поверхности тела, так же как слой, который движется в направлении внешнего потока, и эти два слоя свертываются, давая начало вихрю. Таким образом, *вихрь* (точнее, ядро вихря) *образуется из частиц пограничного слоя* в результате отрыва слоя и его закручивания.

Движение жидкости в области отрыва пограничного слоя является движением неустановившимся. После того как определенная масса жидкости закручивается в виде вихря, вихрь отходит от тела и уно-

сится потоком. Точка отрыва слоя при этом сдвигается вдоль контура тела по потоку. Вслед за отходом вихря вновь начинаются накопление заторможенной жидкости в пограничном слое, усиленное обратное движение, сопровождаемое сдвигом точки отрыва слоя против потока, и свертывание нового вихря.

Процесс нарастания пограничного слоя, возникновения обратного движения в слое и образования вихря ясно виден на фотографиях, изображенных на рис. 7.31—7.43. Эти фотографии представляют собой последовательные кадры из кинофильма, в котором было заснято в гидродолтке движение воды, обтекающей твердое тело. Линии тока сделаны видимыми благодаря тому, что на поверхности воды был распылен алюминиевый порошок. Из фотографий видно, что в начальный момент движения, когда оно возникает из состояния покоя, пограничный слой еще отсутствует и поток, обтекающий тело, потенциален. Постепенно нарастает пограничный слой, видно, как он утолщается в направлении потока, отходит от поверхности тела и свертывается в вихрь вместе со слоем, движущимся в обратном направлении.

§ 13. Влияние числа Рейнольдса на местоположение точки отрыва пограничного слоя. Взаимодействие пограничного слоя и внешней к нему части среды

Для того чтобы определить местоположение точки отрыва пограничного слоя, необходимо, как известно из предыдущего параграфа, найти распределение скоростей в слое или касательных напряжений по контуру тела и затем, в соответствии с формулой (7.37), — точку, в которой $(\partial v_x / \partial y)_{y=0} = 0$ или $\tau_0 = 0$.

Если пограничный слой на всем своем протяжении ламинарен, то местоположение точки отрыва слоя полностью определяется градиентом давления dp/dx в потенциальном потоке, окружающем слой. В самом деле, если вместо y взять за независимую переменную y/δ , то уравнения движения (7.4) для ламинарного пограничного слоя можно представить в виде

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{v_y}{\delta} \frac{\partial v_x}{\partial \left(\frac{y}{\delta}\right)} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\nu}{\delta^2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial \left(\frac{y}{\delta}\right)^2};$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{v_y}{\delta}\right)}{\partial \left(\frac{y}{\delta}\right)} = 0.$$

Граничными условиями для неизвестных функций v_x и v_y/δ здесь являются: при $y/\delta = 0$, $v_x = 0$, $v_y/\delta = 0$; при $y/\delta = 1$ $v_x = U$.

Из уравнений движения и граничных условий видно, что в случае несжимаемой жидкости функции v_x и v_y/δ определяются заданием двух величин: градиента давления dp/dx и отношения ν/δ^2 .