

сится потоком. Точка отрыва слоя при этом сдвигается вдоль контура тела по потоку. Вслед за отходом вихря вновь начинаются накопление заторможенной жидкости в пограничном слое, усиленное обратное движение, сопровождаемое сдвигом точки отрыва слоя против потока, и свертывание нового вихря.

Процесс нарастания пограничного слоя, возникновения обратного движения в слое и образования вихря ясно виден на фотографиях, изображенных на рис. 7.31—7.43. Эти фотографии представляют собой последовательные кадры из кинофильма, в котором было заснято в гидродолтке движение воды, обтекающей твердое тело. Линии тока сделаны видимыми благодаря тому, что на поверхности воды был распылен алюминиевый порошок. Из фотографий видно, что в начальный момент движения, когда оно возникает из состояния покоя, пограничный слой еще отсутствует и поток, обтекающий тело, потенциален. Постепенно нарастает пограничный слой, видно, как он утолщается в направлении потока, отходит от поверхности тела и свертывается в вихрь вместе со слоем, движущимся в обратном направлении.

### § 13. Влияние числа Рейнольдса на местоположение точки отрыва пограничного слоя. Взаимодействие пограничного слоя и внешней к нему части среды

Для того чтобы определить местоположение точки отрыва пограничного слоя, необходимо, как известно из предыдущего параграфа, найти распределение скоростей в слое или касательных напряжений по контуру тела и затем, в соответствии с формулой (7.37), — точку, в которой  $(\partial v_x / \partial y)_{y=0} = 0$  или  $\tau_0 = 0$ .

Если пограничный слой на всем своем протяжении ламинарен, то местоположение точки отрыва слоя полностью определяется градиентом давления  $dp/dx$  в потенциальном потоке, окружающем слой. В самом деле, если вместо  $y$  взять за независимую переменную  $y/\delta$ , то уравнения движения (7.4) для ламинарного пограничного слоя можно представить в виде

$$v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{v_y}{\delta} \frac{\partial v_x}{\partial \left(\frac{y}{\delta}\right)} = -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dx} + \frac{\nu}{\delta^2} \frac{\partial^2 v_x}{\partial \left(\frac{y}{\delta}\right)^2};$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial \left(\frac{v_y}{\delta}\right)}{\partial \left(\frac{y}{\delta}\right)} = 0.$$

Граничными условиями для неизвестных функций  $v_x$  и  $v_y/\delta$  здесь являются: при  $y/\delta = 0$ ,  $v_x = 0$ ,  $v_y/\delta = 0$ ; при  $y/\delta = 1$   $v_x = U$ .

Из уравнений движения и граничных условий видно, что в случае несжимаемой жидкости функции  $v_x$  и  $v_y/\delta$  определяются заданием двух величин: градиента давления  $dp/dx$  и отношения  $\nu/\delta^2$ .

Но, как известно из § 3, при ламинарном движении в пограничном слое

$$\frac{\delta}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{R}} = \sqrt{\frac{\nu}{VL}};$$

отсюда следует, что

$$\frac{\delta^2}{\nu} \sim \frac{L}{V}.$$

Таким образом, отношение  $\nu/\delta^2$  не зависит от вязкости, а значит, и от числа Рейнольдса. Величина этого отношения может быть вычислена как функция  $x$ , например, с помощью уравнения импульсов, если задан градиент давления. Итак, функции  $v_x$  и  $v_y/\delta$  определяются в конечном счете одним только градиентом давления.

Следовательно, и абсцисса точки отрыва слоя, т. е. точки, в которой  $\left[ \frac{\partial v_x}{\partial \left( \frac{y}{\delta} \right)} \right]_{y=0} = 0$ , однозначно определяется градиентом давления;

в частности, она не зависит от числа Рейнольдса (если только при изменении числа Рейнольдса не изменяется градиент давления).

Расчеты и наблюдения показывают, что, например, для кругового цилиндра точка отрыва ламинарного пограничного слоя соответствует полярному углу  $\theta$ , отсчитываемому от передней критической точки, равному  $82^\circ$ ; для эллиптического цилиндра, с отношением большой оси  $L$  к малой, приблизительно равным 3, отрыв ламинарного пограничного слоя при обтекании цилиндра вдоль большой оси имеет место в точке  $x/L \approx 1,99$  (где  $x$  отсчитывается вдоль дуги эллипса от передней критической точки).

В противоположность отмеченному свойству точки отрыва ламинарного пограничного слоя *наклон к оси абсцисс линий тока внутри слоя зависит от числа Рейнольдса*, уменьшаясь при его возрастании. В самом деле, тангенс угла наклона линии тока к оси абсцисс равен  $v_y/v_x$ ; но в ламинарном пограничном слое  $v_y \sim \frac{V}{L} \delta$ ,  $v_x \sim V$ ; следовательно,

$$\frac{v_y}{v_x} \sim \frac{\delta}{L} \sim \frac{1}{\sqrt{R}}.$$

В частности, направление, в котором движется в окружающую среду оторвавшийся от тела пограничный слой, составляет с контуром тела угол, обратно пропорциональный корню квадратному из числа Рейнольдса.

Если пограничный слой не на всем своем протяжении ламинарен, т. е. существует и участок турбулентного движения в слое, то *местоположение точки отрыва* не является фиксированным, а *зависит от числа Рейнольдса*. Это происходит главным образом оттого, что при изменении числа Рейнольдса перемещается вдоль кон-

тура точка перехода ламинарного движения в турбулентное, а также оттого, что изменяется распределение продольной скорости  $v_x$  по сечению слоя<sup>1)</sup>.

Наличие пограничного слоя изменяет потенциальное течение во внешней области. Это особенно отчетливо видно в тех случаях, когда имеют место отрыв слоя и образование вихрей.

Из фотографий обтекания, например, кругового цилиндра видно, что потенциальный поток при развитом вихревом движении за цилиндром ограничен иным контуром, нежели в начальный момент движения, когда оно безотрывное. Линии тока внешнего потока в начальный момент движения в точности следуют контуру тела; при наличии вихрей они следуют контуру тела только в передней его части, а далее входят вихревую область за телом. В связи с этим поле скоростей во внешнем потенциальном потоке здесь иное, нежели при обтекании тела идеальной жидкостью.

Мы полагали до сих пор, что поле скоростей внешнего потока задано, и ставили задачу об определении движения в пограничном слое, обусловленного внешним потоком. Однако в действительности не только внешний поток влияет на движение в пограничном слое, но имеется, как видим, и *обратное влияние пограничного слоя на движение во внешней области*; пограничный слой и внешняя область взаимодействуют друг с другом.

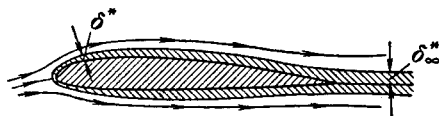


Рис. 7.44. Потенциальный поток обтекает незамкнутый контур («полутело»), образованный наращиванием на контур тела толщины вытеснения пограничного слоя.

Если обтекание тела происходит без отрыва пограничного слоя (т. е. пограничный слой сходится с поверхностью тела в хвостовой его точке), то взаимное влияние внешней области и пограничного слоя можно приближенно учесть следующим образом<sup>2)</sup>. По распределению скоростей при обтекании данного тела идеальной жидкостью следует определить движение в пограничном слое (способами, которые будут в дальнейшем изложены) и затем вычислить толщину вытеснения

$$\delta_* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{v_x}{U}\right) dy$$

или, в случае асимптотического слоя,

$$\delta_{*1} = \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{v_x}{U}\right) dy.$$

Толщина вытеснения определяет в каждом сечении пограничного слоя величину смещения вдоль оси  $y$  линий тока потенциального потока, смещения, которое происходит от торможения частиц в пограничном слое. Влияние пограничного слоя на внешний поток сводится, следовательно, к отнесению линий тока от поверхности тела на величину, равную  $\delta_*$ . Внешний поток обтекает, таким образом, поверхность, полученную из действительной поверхности тела наращиванием на нее во всех точках отрезков, расположенных вдоль нормали к поверхности и равных  $\delta_*$  (рис. 7.44). Эта поверхность

<sup>1)</sup> Более подробно об определении точки отрыва турбулентного слоя см. далее, в § 21.

<sup>2)</sup> Лойцянский Л. Г., Обратное влияние пограничного слоя на распределение давления по поверхности тела, обтекаемого реальной жидкостью, Прикладная математика и механика, т. XI, вып. 2, 1947.

незамкнутая: она проходит через спутную струю за телом и тянется вдоль потока до бесконечности. Распределение скоростей во внешнем потоке следует рассчитывать так, как будто он обтекает эту поверхность. Можно затем, действуя по методу последовательных приближений, уточнять распределение скоростей в пограничном слое, величины  $\delta_*$ , форму поверхности, обтекаемой внешним потоком, и распределение скоростей по этой поверхности.

Так как эта поверхность является незамкнутой (она ограничивает так называемое «полутело»), то хвостовая критическая точка на ней отсутствует. Оттеснение пограничным слоем линий тока наружного потока приводит к тому, что в несжимаемой среде и в дозвуковом потоке газа скорости во внешнем потоке увеличиваются по сравнению с обтеканием того же тела идеальной средой и действительные давления вблизи хвостовой точки тела оказываются всегда *меньшими*, нежели давления при обтекании тела идеальной средой; в частности, в хвостовой точке коэффициент давления не достигает значения, равного единице.

Противоположное влияние на распределение давления в хвостовой части тела оказывает пограничный слой в случае сверхзвукового потока газа. Оттеснение пограничным слоем линий тока внешнего потока приводит в данном случае к тому, что скорости на этих линиях тока уменьшаются (напомним, что в сверхзвуковом потоке уменьшение поперечного сечения струйки влечет за собой уменьшение скорости). Давления в результате этого *увеличиваются* по сравнению с давлениями при обтекании данного тела идеальной средой.

Влияние пограничного слоя на внешний поток становится особенно существенным и заметным в случае отрыва слоя, так как при этом контур, обтекаемый внешним потенциальным потоком, может значительно отличаться от контура тела. В этом случае нельзя пользоваться результатами расчета потенциального потока, обтекающего контур тела.

Для определения поля скоростей на внешней границе слоя необходимо в этом случае исходить из экспериментальных данных (например, из результатов измерения давления на поверхности тела) или задаваться для расчета потенциального потока формой замкнутой линии тока, которая совпадает с контуром тела в передней части, а далее охватывает вихревую область за телом.

Нужно, однако, сказать, что проблема обратного влияния сорванного пограничного слоя на внешний поток до настоящего времени еще не решена.

## § 14. Некоторые точные решения уравнений ламинарного пограничного слоя

Уравнения ламинарного пограничного слоя не решены до настоящего времени в общем виде, т. е. для любого распределения скорости  $U(x)$  в потенциальном потоке. Точные решения этих уравнений известны только для некоторых частных случаев функции  $U(x)$ . Одним из таких случаев является продольно обтекаемая плоская пластинка ( $U = \text{const}$ ), для которой точное решение дифференциальных уравнений пограничного слоя приведено в § 6.

Практическое значение точных решений заключается в том, что, зная профили скоростей в пограничном слое для некоторых частных случаев  $U(x)$ , можно с помощью уравнения импульсов приближенно определить движение в слое при произвольном распределении скорости  $U(x)$ . Однако плоская пластинка для этого недостаточна, так как в ее пограничном слое отсутствует продольный градиент давления ( $dp/dx = 0$ ), присущий всем другим случаям обтекания тел. Поэтому мы займемся отысканием других частных решений уравнений пограничного слоя.