

Подставляя в уравнение (7.48) вместо F его приближенное выражение, получим:

$$\frac{df}{dx} = \left(\frac{U''}{U'} - b \frac{U''}{U'} \right) f + a \frac{U'}{U}.$$

Это есть линейное дифференциальное уравнение первого порядка. Интегрируя его и подставляя вместо a и b указанные выше численные значения, будем иметь:

$$f = \frac{0,45U'}{U^{5,35}} \int_0^x U^{4,35} dx.$$

Точность этой формулы оказывается вполне достаточной для практических целей. Определив по этой формуле f как функцию x , можно затем с помощью таблицы найти характерные для слоя толщины δ_* и δ , касательные напряжения τ_0 и место отрыва слоя; все эти величины определяются теперь как функции x .

Следует заметить, что весь расчет можно было бы провести аналогичным образом, используя другие семейства точных решений уравнений пограничного слоя. Например, можно было бы воспользоваться точным решением для семейства линейных распределений скорости в потенциальном потоке: $U = b \cdot x + c$. В предыдущем параграфе было установлено, что в этом случае профили скоростей в пограничном слое определяются формулой

$$v_x = U\Phi(y, b).$$

Они зависят от одного параметра b , который при произвольном распределении U вдоль контура тела можно считать функцией x и приближенно определить $b(x)$ из уравнения импульсов аналогично тому, как это было сделано выше для $\beta(x)$.

На использовании профилей скорости в пограничном слое для случая линейного изменения U вдоль контура построен так называемый метод Хоуэрза¹⁾. Для приближенного расчета пограничного слоя с помощью уравнения импульсов можно также задать профиль скорости в слое в виде полинома или в виде тригонометрических функций. Однако все же наиболее простым и вместе с тем наиболее точным является изложенный выше метод Кочина—Лойцянского.

§ 16. Переход в пограничном слое криволинейной поверхности ламинарного движения в турбулентное

Переход от ламинарного течения в пограничном слое к турбулентному происходит в общем случае криволинейной поверхности в том же порядке, что и для плоской пластинки. Вблизи передней критической точки всегда имеет место ламинарное движение в слое; за ламинарным участком расположен переходный и далее по потоку — участок турбулентного пограничного слоя. Обычно переход-

¹⁾ Howarth L., On the solution of the laminar boundary layer equations, *Proceed. Royal Soc., ser. A*, № 919, 1938.

ный участок считают малым по длине и для упрощения заменяют его точкой перехода.

На положение точки перехода при обтекании криволинейной поверхности влияют, во-первых, обстоятельства, уже отмеченные в § 8 для плоской пластинки; к ним относятся: степень турбулентности набегающего потока и состояние поверхности тела. Во-вторых, на положение точки перехода в случае криволинейной поверхности существенно влияет продольный градиент давления; он вызывает дополнительные ускорения частиц жидкости в пограничном слое, положительные по знаку в носовой части тела (до сечения, в котором $dp/dx = 0$) и отрицательные — в хвостовой (за этим сечением). Наличие этих ускорений частиц может значительно сместить точку перехода по сравнению с ее положением на плоской пластинке.

Из предыдущей главы уже известно, что если частицы движутся с положительным ускорением, то ламинарное движение можно «затянуть» до весьма больших значений числа Рейнольдса. Наоборот, при замедленном движении начинается размывание струек и поперечное перемешивание частиц при значениях числа Рейнольдса, меньших критического для неускоренного движения (при прочих равных условиях).

Частицы пограничного слоя испытывают положительное по знаку ускорение в области от носовой точки до точки минимума давления. Поэтому если оттянуть назад по потоку точку минимума давления, то, вообще говоря, сместится в том же направлении и точка перехода ламинарного движения в слое в турбулентное (если только градиент давления останется при этом достаточным для поддержания ламинарного движения в слое).

Местоположение минимума давления определяется формой тела; таким образом, возникает возможность *управлять* в известных пределах *местоположением точки перехода*, изменяя форму тела так, чтобы сместилась назад точка минимума давления (например, перемещая назад миделево сечение тела).

Эта возможность имеет огромное практическое значение, в частности, при конструировании профилей крыльев и обводов фюзеляжей; чем дальше от передней критической точки удастся «затянуть» переход ламинарного движения в турбулентное, тем большая часть поверхности тела будет покрыта ламинарным пограничным слоем и тем меньше будет лобовое сопротивление тела. Таким путем можно уменьшить сопротивление трению крыла и фюзеляжа в весьма широких пределах; это обстоятельство тем более интересно, что до недавнего времени сопротивление трению рассматривалось как неизбежное и неуправляемое. Профили крыльев и обводы тел вращения с оттянутой назад точкой перехода называются *«ламинаризованными»*.

Местоположение точки перехода служило предметом многочисленных экспериментальных исследований, проведенных как в лаборатории,

так и в полете. Наиболее удобно оказалось определять в эксперименте местоположение точки перехода по величине касательного напряжения на поверхности тела или, что все равно, по величине градиента скорости $(\partial v_x / \partial y)_{y=0}$. За точкой перехода градиент скорости у поверхности тела быстро возрастает, и это служит признаком, по которому судят о месте перехода. Для определения градиента скорости у поверхности применяется так называемая поверхностная трубка; она представляет собой приемник полного давления, находящийся внутри испытуемого тела и лишь слегка возвышающийся над его поверхностью. Кроме того, для определения градиента скорости у поверхности применяется также тепловой электроанемометр.

Экспериментальные исследования перехода ламинарного движения в пограничном слое в турбулентное показывают, что, как правило, точка перехода находится за точкой минимума давления, при этом весьма близко от нее. В частности, для современных профилей крыльев точка перехода находится обычно за точкой минимума давления на расстоянии от нее, приблизительно равном $3 - 5\%$ хорды. При возрастании степени турбулентности набегающего потока критическое значение числа Рейнольдса убывает и точка перехода перемещается против потока, т. е. к носовой критической точке. Аналогично влияние шероховатости поверхности на точку перехода.

Теоретические исследования устойчивости ламинарного движения и условий его перехода в турбулентное¹⁾ показывают, что большое значение для возникновения турбулентности имеет характер профиля скорости в ламинарном потоке. Оказывается, что наличие на профиле скорости перегибов, характерных, как известно (§ 13), для области нарастающего давления и, в частности, для области отрыва пограничного слоя, сильно снижает его устойчивость. Переход ламинарного движения, имеющего профиль скорости с перегибами, в турбулентное происходит при значительно меньших числах Рейнольдса, нежели для профиля скорости без перегибов. Можно по-видимому, считать, что в пограничном слое при переходе ламинарного движения в турбулентное поперечное перемешивание всегда наступает в результате возникновения перегибов на кривой распределения скоростей.

Однако исследования устойчивости ламинарного движения в пограничном слое не дают еще в настоящее время достаточно простых и легко сравнимых с опытом критериев перехода, не говоря уже о том, что неустойчивый ламинарный слой не является, вообще говоря, турбулентным слоем и, следовательно, критерий устойчивости не есть еще критерий перехода ламинарного движения в турбулентное.

¹⁾ Tollmien W., Ein allgemeines Kriterium der Unstabilität laminarer Geschwindigkeitsverteilung, Göttingen Nachrichten, т. I, № 5, 1935; Петров Г. И., О распространении колебаний в вязкой жидкости и возникновении турбулентности, Труды ЦАГИ, вып. 345, 1938; Lin C. C., On the stability of two-dimensional parallel flows, Quarterly Appl. Mathem., т. 3, № 2, 3, 4, 1945 — 1946.

Поэтому мы не останавливаемся на исследовании устойчивости ламинарного пограничного слоя, а изложим лишь наиболее простой, полуэмпирический способ расчета положения точки перехода, предложенный Дородницким и Лойцянским¹⁾. Этот способ основан на следующих соображениях.

Так как в набегающем на тело потоке всегда имеются возмущения, которые проходят и в пограничный слой, и, кроме того, в самом слое возникают возмущения от шероховатости поверхности тела, то действительное движение в ламинарном пограничном слое является неустановившимся. Возмущения, попадая в пограничный слой, заставляют пульсировать скорости в слое, а вместе с тем заставляют пульсировать и величину производной $\partial v_x / \partial y$ вблизи поверхности тела. При этом производная $\partial v_x / \partial y$ может получить и отрицательные значения, что соответствует, как известно из § 13, возникновению местного обратного течения жидкости и началу вихреобразования. Такие мгновенные местные отрывы слоя создают мелкие вихри, которые заполняют пограничный слой и делают его турбулентным. Начало этих местных отрывов зависит от степени турбулентности набегающего потока, числа Рейнольдса для пограничного слоя и других обстоятельств; оно может в связи с этим находиться значительно выше по потоку, нежели точка отрыва ламинарного пограничного слоя.

Для количественной характеристики местоположения начала мгновенных отрывов Дородницкий и Лойцянский применяют в несколько измененном виде параметр $f = U^{\frac{1}{2}} \sqrt{\gamma}$, который, как известно из предыдущего параграфа, используется в приближенном расчете ламинарного пограничного слоя.

Этот параметр можно представить в виде

$$f = \frac{U^{\frac{1}{2}} U^{\frac{2}{3}}}{U^2 \sqrt{\gamma^2}} = \frac{U^{\frac{1}{2}}}{U^2} R_0^{\frac{2}{3}}.$$

Множитель $U^{\frac{1}{2}}/U^2$ Дородницкий и Лойцянский заменяют суммой $U^{\frac{1}{2}}/U^2 + \gamma$, где γ есть некоторая безразмерная величина, определяемая характером возмущений в набегающем потоке, и записывают условие перехода ламинарного слоя в турбулентный в виде равенства

$$\left(\frac{U^{\frac{1}{2}}}{U^2} + \gamma \right) R_0^{\frac{2}{3}} = \text{const.} \quad (7.50)$$

Значение постоянной в правой части принимается здесь таким же, как и для параметра f в точке отрыва ламинарного слоя. Численное значение величины γ должно быть определено опытным путем; оно разное в разных аэродинамических трубах в связи с различием в степени турбулентности потока. Приближенно можно считать, как показывает обработка опытов, что $\gamma = -1,3 \cdot 10^{-7}$.

Для определения точки перехода по способу Дородницкого и Лойцянского (точнее, начала переходной области) следует рассчитать ламинарный

¹⁾ Дородницкий А. А. и Лойцянский Л. Г., Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный и ламинарные профили, Труды ЦАГИ, № 563, 1945.

пограничный слой на заданном контуре (см. предыдущий параграф), вычислить сумму

$$f + \gamma R_0^{\frac{3}{2}},$$

находящуюся в левой части формулы (7.50), и найти точку на контуре, в которой эта сумма имеет значение $-0,0681$, характерное для f в точке отрыва слоя.

Обработка опытных данных и расчеты по изложенному способу показывают, что для каждого данного контура точка перехода с возрастанием числа Рейнольдса перемещается против потока, асимптотически приближаясь к некоторой точке, зависящей от формы данного контура.

§ 17. Влияние перехода ламинарного движения в пограничном слое в турбулентное на местоположение точки отрыва слоя

При малых значениях числа Рейнольдса пограничный слой на всем протяжении ламинарен, вплоть до точки отрыва. После отрыва пограничный слой, двигаясь против нарастающего давления в окружающую среду, быстро турбулизируется. Точка перехода ламинарного движения в турбулентное находится здесь за точкой отрыва.

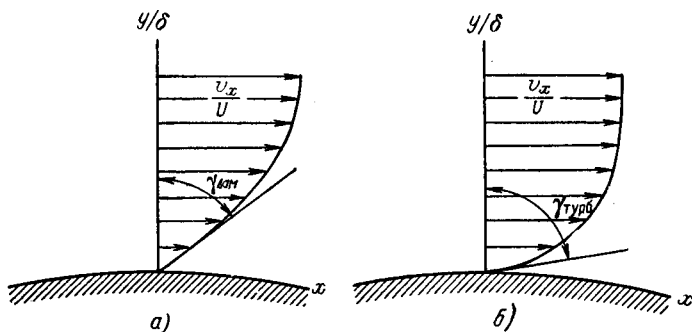


Рис. 7.46. Типичное распределение безразмерной скорости v_x/U в пограничном слое при ламинарном (а) и при турбулентном (б) движении. Градиент скорости на поверхности тела, характеризующийся углом γ , при турбулентном движении больше, нежели при ламинарном: $\gamma_{турб} > \gamma_{лам}$.

При возрастании числа Рейнольдса точка перехода приближается к точке отрыва и, наконец, совмещается с ней. Появление на поверхности тела участка турбулентного пограничного слоя сопровождается резким перемещением точки отрыва слоя вдоль по потоку; при этом точка перехода располагается перед точкой отрыва.

Причина перемещения точки отрыва слоя заключается в том, что при переходе ламинарного движения в турбулентное градиент скорости у поверхности тела, а следовательно, и касательное напряжение τ_0 резко увеличиваются (рис. 7.46). Точка отрыва слоя, как известно (§ 13), характеризуется тем, что в ней $(\partial v_x / \partial y)_{y=0}$ или, что все равно, $\tau_0 = 0$. Имея начальное значение $(\partial v_x / \partial y)_{y=0}$ или τ_0 большим при турбулентном движении, нежели при ламинарном, струйка