

Сравнивая это выражение с (7.10), можно сделать вывод, что коэффициент распространения в волноводе для волн типа Т равен коэффициенту распространения в неограниченной среде с параметрами $\mu_a \epsilon_a$:

$$\gamma_{\text{в}} = \gamma. \quad (12.91)$$

В случае волн типа Т справедливы формулы (7.26), (7.27), (7.28). Групповая скорость определяется соотношением (12.48). При соблюдении условия $g=0$

$$v_{\text{гр}} = c. \quad (12.92)$$

Для волн типа Т групповая скорость равна скорости света в среде, заполняющей волновод.

Формулы перехода, связывающие поперечные составляющие поля с продольными, для волн типа Т не могут быть использованы ввиду равенства нулю продольных составляющих.

Соотношения (12.38), (12.42), (12.43) в случае волн типа Т при соблюдении равенства $g=0$ приводят к следующим результатам:

$$\omega_{\text{кр}} = 0, \quad f_{\text{кр}} = 0, \quad \lambda_{\text{кр}} \rightarrow \infty. \quad (12.93)$$

Критическая частота равна нулю. Это означает, что колебания всех частот, включая постоянный ток, могут распространяться в волноводных системах, использующих волны типа Т. Это является важным преимуществом волн подобного типа.

ГЛАВА 13 ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

§ 13.1. Решение основного уравнения для продольных составляющих поля в прямоугольном волноводе

В качестве основного для волн электрического типа следует использовать уравнение (12.9). Очевидно, при анализе прямоугольных электродинамических систем целесообразно применять декартову систему координат. Расположим координатные оси так, как показано на рис. 13.1. Выберем следующее соответствие криволинейных и декартовых координат:

$$\begin{aligned} \xi &\rightarrow x, \quad \eta \rightarrow y, \quad \zeta \rightarrow z, \\ h_{\xi} &= h_{\eta} = 1. \end{aligned} \quad (13.1)$$

Координатная система удовлетворяет ограничениям (11.36) и, следовательно, воз-

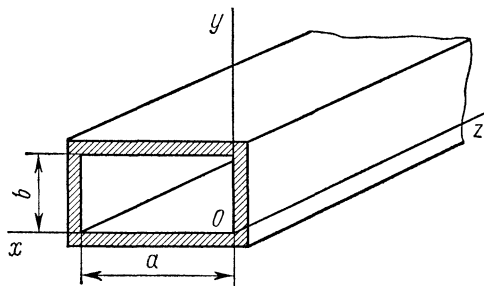


Рис. 13.1

можно использование основных уравнений (12.9), (12.10) и формул перехода (12.53)—(12.62).

В декартовой системе координат основное уравнение записывается в форме

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial y^2} + g^2 \dot{E}_{z0} = 0. \quad (13.2)$$

В такой же форме записывается уравнение для продольной составляющей магнитного поля:

$$\frac{\partial^2 \dot{H}_{z0}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{H}_{z0}}{\partial y^2} + g^2 \dot{H}_{z0} = 0. \quad (13.3)$$

Решение этих уравнений проводят по методу Фурье. Положим

$$\dot{E}_{z0} = XY. \quad (13.4)$$

Функция X зависит от координаты x и не зависит от координаты y . Функция Y зависит от координаты y и не зависит от координаты x . Подставляя выражение (13.4) в уравнение (13.2), получаем

$$Y \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + X \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + g^2 XY = 0.$$

Разделим это уравнение на XY :

$$\frac{1}{X} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + \frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -g^2.$$

Первое слагаемое является функцией только координаты x , второе — функцией только координаты y . Их сумма может равняться постоянному числу $-g^2$ лишь тогда, когда каждое слагаемое в отдельности равно постоянному числу. Положим

$$\frac{1}{X} \cdot \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} = -g_x^2, \quad \frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} = -g_y^2, \quad (13.5)$$

где

$$g_x^2 + g_y^2 = g^2. \quad (13.6)$$

Уравнения (13.5) представляют собой дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Поэтому частные производные можно заменить обыкновенными производными и записать уравнения в виде

$$\frac{d^2 X}{dx^2} + g_x^2 X = 0, \quad (13.7)$$

$$\frac{d^2 Y}{dy^2} + g_y^2 Y = 0. \quad (13.8)$$

Электромагнитное поле распространяется в волноводе, многократно отражаясь от его стенок, вследствие чего в результате интерференции возникают стоячие волны вдоль координат x и y ,

как было показано в § 10.4, при анализе двухплоскостного волновода. В силу этого решение уравнений (13.7), (13.8) запишется

$$X = A_1 \cos(g_x x) + A_2 \sin(g_x x), \quad (13.9)$$

$$Y = B_1 \cos(g_y y) + B_2 \sin(g_y y). \quad (13.10)$$

В соответствии с формулой (13.4)

$$\dot{E}_{z_0} = \{A_1 \cos(g_x x) + A_2 \sin(g_x x)\} \{B_1 \cos(g_y y) + B_2 \sin(g_y y)\}. \quad (13.11)$$

Решение уравнения (13.3) проводят аналогично:

$$\dot{H}_{z_0} = \{A_3 \cos(g_x x) + A_4 \sin(g_x x)\} \{B_3 \cos(g_y y) + B_4 \sin(g_y y)\}. \quad (13.12)$$

До настоящего момента анализ не зависит от того, исследуются ли волны типа E или H. Для определения постоянных необходимо применение граничных условий, записываемые по-разному для волн различных типов. Поэтому дальнейшее рассмотрение должно осуществляться для каждого из типов волн в отдельности.

§ 13.2. Волны электрического типа

В случае волн электрического типа составляющая поля \dot{E}_{z_0} касательна ко всем четырем стенкам волновода. Считая металл стенок идеальным, обладающим бесконечной проводимостью γ_s , можно использовать граничные условия у поверхности идеального металла (8.19). При этом можно написать

$$\dot{E}_{z_0} = 0 \quad (\text{у стенок волновода}). \quad (13.13)$$

В соответствии с рис. 13.1 и формулой (13.11) у правой боковой стенки волновода при $x=0$

$$A_1 \{B_1 \cos(g_y y) + B_2 \sin(g_y y)\} = 0,$$

откуда

$$A_1 = 0. \quad (13.14)$$

У левой боковой стенки волновода при $x=a$ с учетом выражения (13.14) справедливо соотношение

$$A_2 \sin(g_x a) \{B_1 \cos(g_y y) + B_2 \sin(g_y y)\} = 0.$$

Коэффициент A_2 не может равняться нулю, поскольку при этом исчезает продольная составляющая поля \dot{E}_{z_0} [см. выражение (13.11)]. Следовательно,

$$\sin(g_x a) = 0 \quad (13.15)$$

и

$$g_x a = m\pi,$$

где m — ряд целых чисел.

Ряд m не может начинаться с нуля, так как при $m=0$ $g_x=0$, и продольная составляющая поля \dot{E}_{z0} исчезает. Таким образом,

$$g_x = \frac{m\pi}{a} \quad (m = 1, 2, 3 \dots). \quad (13.16)$$

Подставляя выражения (13.14) и (13.16) в формулу (13.11), получаем

$$\dot{E}_{z0} = A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \{B_1 \cos(g_y y) + B_2 \sin(g_y y)\}. \quad (13.17)$$

У нижней стенки волновода при $y=0$ должно соблюдаться равенство

$$A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) B_1 = 0,$$

откуда

$$B_1 = 0. \quad (13.18)$$

У верхней стенки волновода при $y=b$ справедливо соотношение

$$A_2 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) B_2 \sin(g_y b) = 0.$$

Коэффициент B_2 не может равняться нулю, так как с учетом равенства (13.18) продольная составляющая поля \dot{E}_{z0} [см. выражение (13.17)] исчезает. Следовательно,

$$\sin(g_y b) = 0 \text{ и } g_y b = n\pi,$$

где n — ряд целых чисел.

Символ n вместо m выбран здесь потому, что целые числа m и n не обязательно должны совпадать.

Ряд n не может начинаться с нуля, так как при $n=0$ $g_y=0$, и продольная составляющая поля \dot{E}_{z0} исчезает.

Тогда

$$g_y = \frac{n\pi}{b} \quad (n = 1, 2, 3 \dots) \quad (13.19)$$

и выражение (13.17) записывается в окончательном виде:

$$\dot{E}_{z0} = C_1 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right), \quad (13.20)$$

где

$$C_1 = A_2 B_2. \quad (13.21)$$

Поперечное волновое число g определяется выражениями (13.6), (13.16) и (13.19):

$$g^2 = g_{mn}^2 = g_x^2 + g_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \quad (13.22)$$

$$g = g_{mn} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (13.23)$$

С помощью граничных условий найдены все постоянные, за исключением амплитудной постоянной C_1 , которую в данной постановке задачи нельзя определить, поскольку в исходных уравнениях Максвелла сторонние токи \mathbf{J}_a и \mathbf{J}_m , определяющие амплитуду поля, были положены равными нулю.

Как следует из выражения (13.20), возможно бесконечное число значений продольной составляющей поля \dot{E}_{z0} в зависимости от значений чисел m и n . Каждые конкретные значения чисел m и n определяют волну конкретного типа, обозначаемую E_{mn} . Так, при $m=1$ и $n=2$ возникает волна типа E_{12} и т. д.

Зная продольную составляющую электрического поля, нетрудно найти поперечные составляющие поля с помощью формул перехода (12.53)—(12.57). Считая диэлектрик внутри волновода идеальным и стенки волновода бесконечно проводящими, т. е. соблюдая условия (12.64), можно записать эти формулы в декартовой системе координат. Используя соответствие (13.1), получаем

$$\dot{E}_x = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial x} e^{-jhz}, \quad (13.24)$$

$$\dot{E}_y = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial y} e^{-jhz}, \quad (13.25)$$

$$\dot{H}_x = j \frac{\omega \varepsilon_a}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial y} e^{-jhz}, \quad (13.26)$$

$$\dot{H}_y = -j \frac{\omega \varepsilon_a}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial x} e^{-jhz}, \quad (13.27)$$

$$\dot{H}_z = 0. \quad (13.28)$$

Подставляя в эти выражения значение \dot{E}_{z0} (13.20) и учитывая соотношения (12.51), (13.23), можно написать

$$\dot{E}_x = j \frac{h}{g_{mn}^2} C_1 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.29)$$

$$\dot{E}_y = j \frac{h}{g_{mn}^2} C_1 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.30)$$

$$\dot{E}_z = C_1 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.31)$$

$$\dot{H}_x = -j \frac{\omega \varepsilon_a}{g_{mn}^2} C_1 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.32)$$

$$\dot{H}_y = j \frac{\omega \varepsilon_a}{g_{mn}^2} C_1 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.33)$$

$$\dot{H}_z = 0. \quad (13.34)$$

Полученные соотношения позволяют найти все составляющие поля для волн типа E_{mn} .

Продольное волновое число h определяется с помощью выражения (12.26). В рассматриваемом случае оно может быть записано в виде

$$h = h_{mn} = \sqrt{\omega^2 \mu_a \varepsilon_a - g_{mn}^2}. \quad (13.35)$$

§ 13.3. Волны магнитного типа

В случае волн магнитного типа тангенциальными к стенкам волновода являются составляющие электрического поля \dot{E}_x и \dot{E}_y , определяемые формулами перехода (12.58) — (12.62). Запишем эти формулы в декартовой системе координат, используя соотношения (13.1) и (12.64):

$$\dot{H}_x = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial x} e^{-jhz}, \quad (13.36)$$

$$\dot{H}_y = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial y} e^{-jhz}, \quad (13.37)$$

$$\dot{E}_x = -j \frac{\omega \mu_a}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial y} e^{-jhz}, \quad (13.38)$$

$$\dot{E}_y = j \frac{\omega \mu_a}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial x} e^{-jhz}, \quad (13.39)$$

$$\dot{E}_z = 0. \quad (13.40)$$

Найдем составляющие \dot{E}_x , \dot{E}_y , подставляя в формулы (13.38), (13.39) выражение (13.12):

$$\begin{aligned} \dot{E}_x = & -j \frac{\omega \mu_a}{g^2} e^{-jhz} \{A_3 \cos(g_x x) + A_4 \sin(g_x x)\} \times \\ & \times \{-B_3 g_y \sin(g_y y) + B_4 g_y \cos(g_y y)\}, \end{aligned} \quad (13.41)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_y = & j \frac{\omega \mu_a}{g^2} e^{-jhz} \{-A_3 g_x \sin(g_x x) + A_4 g_x \cos(g_x x)\} \times \\ & \times \{B_3 \cos(g_y y) + B_4 \sin(g_y y)\}. \end{aligned} \quad (13.42)$$

В соответствии с граничными условиями $\dot{E}_x = 0$, $\dot{E}_y = 0$ у стенок волновода

$$\dot{E}_y = 0 \quad (\text{при } x=0 \text{ и } x=a), \quad (13.43)$$

$$\dot{E}_x = 0 \quad (\text{при } y=0 \text{ и } y=b). \quad (13.44)$$

С учетом выражения (13.42) и условия (13.43) получаем

$$j \frac{\omega \mu_a}{g^2} e^{-jhz} A_4 g_x \{B_3 \cos(g_y y) + B_4 \sin(g_y y)\} = 0,$$

откуда $A_4 g_x = 0$.

Условие $g_x = 0$, как будет показано далее, выполняется лишь в частных случаях. Более общим условием является

$$A_4 = 0. \quad (13.45)$$

При $x=a$ из выражения (13.42) и условия (13.43) следует

$$-j \frac{\omega \mu_a}{g^2} e^{-jhz} A_3 g_x \sin(g_x a) \{B_3 \cos(g_y y) + B_4 \sin(g_y y)\} = 0.$$

Условие $g_x = 0$, как указывалось, выполняется только в частных случаях. Коэффициент A_3 не может равняться нулю, так как при

соблюдении условия (13.45) продольная составляющая поля \dot{H}_{z0} [см. формулу (13.12)] исчезает и, следовательно, исчезают остальные составляющие поля в волноводе. Остается предположить, что

$$\sin(g_x a) = 0. \quad (13.46)$$

Отсюда $g_x a = m\pi$, где m — ряд целых чисел.

Если этот ряд начать с нуля, то при $m=0$ $g_x=0$. При этом в выражении (13.12) исчезает зависимость поля от координаты x и сохраняется зависимость от координаты y . В соответствии с формулой (13.38) составляющая электрического поля \dot{E}_x при этом существует. Составляющая поля E_y обращается в нуль. Таким образом, можно написать

$$g_x = \frac{m\pi}{a} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (13.47)$$

Видно, что величина g_x может быть равна нулю только в частном случае — при $m=0$.

Были использованы граничные условия (13.43). Переходя к граничным условиям (13.44), запишем выражение (13.41) для составляющей поля \dot{E}_x с учетом соотношений (13.45) и (13.47):

$$\dot{E}_x = -j \frac{\omega \mu_a}{g^2} e^{-jhz} A_3 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \{-B_3 g_y \sin(g_y y) + B_4 g_y \cos(g_y y)\}. \quad (13.48)$$

Используем граничные условия (13.44). При $y=0$

$$\dot{E}_x = -j \frac{\omega \mu_a}{g^2} e^{-jhz} A_3 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) B_4 g_y = 0,$$

откуда $B_4 g_y = 0$.

Как будет показано далее, величина g_y может быть равна нулю только в частном случае. Следовательно,

$$B_4 = 0. \quad (13.49)$$

При $y=b$

$$\dot{E}_x = j \frac{\omega \mu_a}{g^2} e^{-jhz} A_3 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) B_3 g_y \sin(g_y b) = 0.$$

Коэффициент B_3 не может быть равен нулю, так как с учетом выражения (13.49) составляющая \dot{H}_{z0} в формуле (13.12) исчезает, исчезают и остальные составляющие поля. Остается предположить, что $\sin(g_y b) = 0$, $g_y b = n\pi$, где n — ряд целых чисел. При $n=0$ $g_y=0$. В этом случае составляющая поля \dot{H}_{z0} не зависит от координаты y и если g_x не равно нулю, то сохраняется зависимость поля от координаты x . В соответствии с формулой (13.39) возникает составляющая электрического поля \dot{E}_y , и такое поле может существовать. Следовательно, поочередно либо g_x , либо g_y могут быть равны нулю, одновременное равенство нулю этих постоянных невозможно. При этом продольная составляющая поля H_{z0} не являлась бы функцией координат x и y и остальные составляющие поля не существовали бы.

Таким образом, ряд чисел n может начинаться с нуля

$$g_y = \frac{n\pi}{b} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (13.50)$$

Поперечное волновое число g для волн магнитного типа определяется так же, как и для волн электрического типа, с помощью соотношения (13.23).

Учитывая соотношения (13.23), (12.63), (13.45), (13.47), (13.49), (13.50), используя формулы (13.12), (13.36)—(13.40) и положив

$$A_3 B_3 = C_2, \quad (13.51)$$

можно написать следующие выражения для составляющих поля волны магнитного типа:

$$\dot{H}_x = j \frac{h}{g_{mn}^2} C_2 \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.52)$$

$$\dot{H}_y = j \frac{h}{g_{mn}^2} C_2 \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.53)$$

$$\dot{H}_z = C_2 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.54)$$

$$\dot{E}_x = j \frac{\omega\mu_a}{g_{mn}^2} C_2 \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.55)$$

$$\dot{E}_y = -j \frac{\omega\mu_a}{g_{mn}^2} C_2 \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{-jhz}, \quad (13.56)$$

$$\dot{E}_z = 0, \quad (13.57)$$

которые позволяют получить все составляющие поля для волн типа H_{mn} . Продольное волновое число h определяется формулой (13.35).

§ 13.4. Фазовая скорость, длина волны в волноводе, критическая длина волны, критическая частота. Волны основных типов в прямоугольном волноводе

Выражение (12.28), определяющее фазовую скорость в волноводах быстрых волн, можно упростить с помощью соотношений (12.29), (12.43) и формул

$$\lambda = c/f, \quad (13.58)$$

$$\frac{g^2}{\omega^2 \mu_a \epsilon_a} = \frac{g^2 c^2}{4\pi^2 f^2} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2. \quad (13.59)$$

Здесь λ —длина волны в свободном пространстве с параметрами μ_a , ϵ_a .

Подставляя выражение (13.59) в (12.28), находим фазовую скорость в волноводе:

$$v_{\Phi} = \frac{c}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}. \quad (13.60)$$

Групповую скорость можно получить с помощью формулы (12.48) либо равенства (12.49), из которого следует, что $v_{гр} = c^2/v_{ф}$.

Используя соотношение (13.60), получаем

$$v_{гр} = c \sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}. \quad (13.61)$$

Введем обозначение длины волны в волноводе:

$$\lambda_{в} = v_{ф}/f. \quad (13.62)$$

С учетом формулы (13.58) получаем

$$\lambda_{в} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - (\lambda/\lambda_{кр})^2}}. \quad (13.63)$$

Длина волны в волноводе быстрых волн больше длины волны в свободном пространстве. Найдем выражения для критической длины волны и критической частоты в прямоугольном волноводе.

Критическая длина волны определяется соотношением (12.43), а поперечное волновое число g — формулой (13.23).

Отсюда следует, что

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}},$$

или

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}. \quad (13.64)$$

Критическую угловую частоту можно получить из соотношения (12.38). Используя формулу (13.23), находим

$$\omega_{кр} = c \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}. \quad (13.65)$$

Критическую частоту колебаний, определяемую формулой (12.42), можно записать в виде

$$f_{кр} = c/2 \sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}. \quad (13.66)$$

Полученные соотношения для фазовой скорости, длины волны в волноводе, критической длины волн и критической частоты справедливы для волн как электрического, так и магнитного типов.

При исследовании волноводов вводят понятие волн основных типов. Под основным типом волны понимают колебание, у которого критическая длина волны имеет наибольшее значение.

Из выражения (13.64) следует, что основному типу волны соответствуют наименьшие возможные значения m и n . В случае волн электрического типа в соответствии с формулами (13.16), (13.19) такими наименьшими значениями являются $m = 1$, $n = 1$. Соответ-

ствующую волну обозначают E_{11} . Ее критическая длина волны определяется соотношением

$$\lambda_{\text{кр}}(E_{11}) = \frac{2}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}}}. \quad (13.67)$$

Тип E_{11} является основным для волн электрического типа.

В случае волн магнитного типа в соответствии с выражениями (13.47), (13.50) наименьшими возможными значениями m и n являются две допустимые комбинации: $m=0, n=1$; $m=1, n=0$.

Как было установлено в § 13.3, эти коэффициенты одновременно не могут равняться нулю. Из анализа выражения (13.64) можно сделать следующий вывод.

Размер a условились считать соответствующим широкой стенке волновода, размер b — узкой. Следовательно, $a > b$ и при одинаковых значениях m и n $m/a < n/b$.

Вследствие этого для получения наибольшего значения $\lambda_{\text{кр}}$ целесообразно максимально уменьшить отношение n/b , что соответствует $n=0$. При этом основной волне магнитного типа будет соответствовать комбинация $m=1, n=0$.

Такую волну обозначают H_{10} . Критическая длина волны этого колебания определяется формулой

$$\lambda_{\text{кр}} = \frac{2}{\sqrt{1/a^2}}, \text{ или } \lambda_{\text{кр}}(H_{10}) = 2a. \quad (13.68)$$

Забегая вперед, скажем, что обычно выбирают

$$b \approx a/2. \quad (13.69)$$

При этом

$$\lambda_{\text{кр}}(E_{11}) = \frac{2}{\sqrt{1/a^2 + 4/a^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} a = 0,91a. \quad (13.70)$$

Сравнивая формулы (13.68) и (13.70), можно написать следующее неравенство:

$$\lambda_{\text{кр}}(E_{11}) < \lambda_{\text{кр}}(H_{10}). \quad (13.71)$$

Из всех возможных волн наибольшей критической длиной волны обладает основная волна магнитного типа H_{10} .

С помощью формулы (13.64) определим критические длины волн некоторых характерных колебаний:

$$\lambda_{\text{кр}}(H_{20}) = a, \quad (13.72)$$

$$\lambda_{\text{кр}}(H_{01}) = 2b. \quad (13.73)$$

Заметим, что

$$\lambda_{\text{кр}}(H_{20}) > \lambda_{\text{кр}}(E_{11}). \quad (13.74)$$

Продольное волновое число h можно выразить через критическую длину волны заданного типа.

Для этого используем соотношение (12.26), которое можно за-

писать в ином виде:

$$h = \omega \sqrt{\mu_a \varepsilon_a} \sqrt{1 - \frac{g^2}{\omega^2 \mu_a \varepsilon_a}}.$$

Применяя формулы (12.29), (13.58), (13.59), получаем

$$\begin{aligned} h &= \frac{2\pi f}{c} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}, \\ h &= \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}. \end{aligned} \quad (13.75)$$

Эти выражения будут использованы при определении условий существования волн заданного типа.

§ 13.5. Условия существования волн различных типов в прямоугольном волноводе

Условие существования волны заданного типа определяется неравенством (12.44). Подставляя значения $\lambda_{кр}$ из формулы (13.64), получаем

$$\lambda < \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}}. \quad (13.76)$$

Таким образом, волна типа H_{10} существует, если

$$\lambda < 2a. \quad (13.77)$$

Волна типа H_{20} на основании соотношения (13.76) будет существовать, если

$$\lambda < a. \quad (13.78)$$

Если обеспечивается неравенство (13.78), то одновременно выполняется и неравенство (13.77). Таким образом, если обеспечивается условие существования волны более высокого типа, обладающей большими значениями m и n , то одновременно выполняется условие существования волны более низкого типа с меньшими значениями m и n . Другими словами, невозможно обеспечить существование волны более высокого типа в единственном числе путем подбора размеров волновода. Одновременно создаются условия существования волн более низких типов. В то же время возможно создание таких условий, при которых будет существовать волна заданного типа и все более низкие типы волн и не смогут существовать волны более высоких типов. Поясним сказанное на примере основной волны магнитного типа H_{10} . Для ее существования необходимо соблюдение неравенства (13.77). Для того чтобы прохождение волны типа H_{20} стало невозможным, в соответствии с условием затухания (12.45) следует потребовать, чтобы

$$\lambda > \lambda_{кр}(H_{20}). \quad (13.79)$$

Используя соотношения (13.77), (13.79), (13.72), получаем условие существования волны H_{10} и затухания волн типа H_{m0} со зна-

чениями $m = 2, 3, 4 \dots$:

$$2a > \lambda > a. \quad (13.80)$$

При соблюдении этого неравенства выполняется неравенство

$$\lambda > 0,91a = \lambda_{кр(E_{11})}.$$

Следовательно, неравенство (13.80) обеспечивает затухание любой волны электрического типа.

В неравенство (13.80) входит только размер a волновода.

Размер b определяет критические длины волн для волн типа H_{0n} . Оба размера (a и b) определяют критические длины волн для волн типа H_{mn} со значениями m и n , отличными от нуля, и для волн типа E_{mn} . Основной среди волн типа H_{0n} является волна типа H_{01} с критической длиной волны, равной $2b$. Для исключения волны типов H_{0n} с $n \geq 1$ достаточно потребовать соблюдение неравенства

$$\lambda > 2b = \lambda_{кр(H_{01})}. \quad (13.81)$$

Запишем условия (13.80) и (13.81) совместно:

$$2a > \lambda > a, \quad \lambda > 2b. \quad (13.82)$$

Неравенства (13.82) обеспечивают условия единственности существования основной волны типа H_{10} . При их соблюдении невозможно возникновение волн других типов, как электрических, так и магнитных.

При решении практических задач важно знать структуру поля в волноводах для волн различных типов. Покажем, как можно определить картины поля без детального математического анализа, с помощью граничных условий у поверхности идеального металла. После этого будет приведена строгая методика построения картин поля.

§ 13, 6. Определение картин поля в прямоугольном волноводе с помощью граничных условий у поверхности идеального металла

Предлагаемая здесь методика построения картин поля не является строгой и носит скорее мнемонический характер. Она базируется на следующих основных положениях:

а) волны электрического типа обладают продольной составляющей электрического поля, ориентированной вдоль оси распространения; магнитное поле расположено в поперечной плоскости;

б) волны магнитного типа обладают продольной составляющей магнитного поля, ориентированной вдоль оси распространения; электрическое поле расположено в поперечной плоскости.

в) электрические силовые линии подходят нормально к поверхности идеального металла; у поверхности металла не может быть тангенциального электрического поля;

г) магнитные силовые линии подходят тангенциально к поверхности идеального металла и представляют собой замкнутые петли;

д) индекс m типа волны показывает число вариаций поля между стенками волновода в направлении оси x ;

е) индекс n типа волны показывает число вариаций поля между стенками волновода в направлении оси y ;

ж) магнитные и электрические силовые линии ортогональны.

Основываясь на этих общих положениях, покажем построение картин поля в случае волн электрического типа. Прежде всего выясним возможность существования волн с нулевыми индексами, т. е. волн типов E_{00} , E_{10} , E_{01} .

Волна электрического типа должна обладать продольной составляющей электрического поля. Рассмотрим поперечное сечение волновода в координатах x , y (рис. 13.2).

В средней части сечения изобразим продольную составляющую электрического поля, ориентированную вдоль оси z . В плоскости поперечного сечения след этой составляющей обозначим крестиком. В случае волны типа E_{00} не существует вариаций поля вдоль осей x и y . Следовательно, аналогичные продольные составляющие электрического поля должны без изменения интенсивности поля возникнуть у боковых и у горизонтально расположенных стенок волновода (крестики на рис. 13.2). При этом электрическое поле у поверхности металла было бы расположено тангенциально, что невозможно. Значит, волна типа E_{00} возникнуть не может. По аналогичным соображениям невозможны волны типов E_{01} и E_{10} .

Таким образом, основной волной электрического типа является волна E_{11} , обладающая одной вариацией поля вдоль оси x и одной вариацией вдоль оси y . В такой волне магнитное поле расположено в плоскости поперечного сечения. Изобразим его в виде пунктирных замкнутых петель (рис. 13.3).

Магнитное поле формируется за счет составляющих H_x и H_y . Петля подходит тангенциально к стенкам волновода, что согласуется с граничными условиями. Каждая из составляющих поля достигает максимума в средней части стенок и спадает к их краям. На рис. 13.3 показаны эпюры составляющих H_x и H_y . Каждая из них дает одну вариацию поля вдоль оси x и y , что соответствует индексам исследуемой волны. По мере продвижения от стенок волновода к середине сечения густота магнитных силовых линий уменьшается до нуля. Таким образом, если рассматривать, например, изменение составляющей поля H_x вдоль оси y , то поле от максимального значения у верхней стенки уменьшится

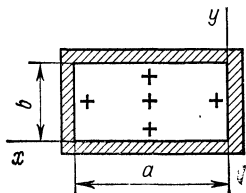


Рис. 13.2

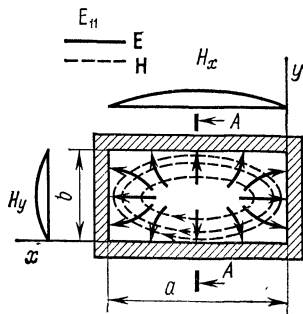


Рис. 13.3

до нуля при $y = b/2$ и далее возрастет до максимального значения при $y = 0$.

Следовательно, имеет место одна вариация поля H_x вдоль оси y . Аналогично изменяется составляющая поля H_y вдоль оси x .

Изображенное магнитное поле удовлетворяет поставленным условиям. Электрические силовые линии должны быть ортогональны магнитным, подходить нормально к стенкам волновода и иметь продольную составляющую. Руководствуясь этим, можно изобразить это поле на рис. 13.3 в виде сплошных линий, представляющих собой полупетли уходящие вдоль оси z . Задав произвольным направлением поля \mathbf{H} , следует выбрать направление поля \mathbf{E} исходя из того, что волна распространяется вдоль оси z и вдоль этой оси должен быть ориентирован вектор Пойнтинга. Как известно, последний определяется выражением $\mathbf{\Pi} = [\mathbf{E} \mathbf{H}]$ и представляет собой векторное произведение вектора \mathbf{E} на вектор \mathbf{H} . Ориентацию векторного произведения определяют по правилу движения правоходового винта, рукоятка которого поворачивается по кратчайшему пути от вектора \mathbf{E} к вектору \mathbf{H} . На рис. 13.4 волна типа E_{11} показана в другой проекции — в координатах x, z .

Рис. 13.4 соответствует сечению AA на рис. 13.3. Точки и крестики представляют собой следы магнитных силовых линий. Картина поля перемещается вдоль оси z с фазовой скоростью v_{ϕ} , определяемой выражением (13.60). Расстояние между точками одинаковой фазы представляет собой длину волны в волноводе λ_b , которая может быть рассчитана с помощью формулы (13.63).

После построения картины поля волны типа E_{11} нетрудно построить картины поля электрической волны любого типа. Допустим, желательнее получить картину поля волны E_{23} . Эта волна должна обладать двумя вариациями поля вдоль оси x и тремя вариациями поля вдоль оси y .

Разобьем пространство между боковыми стенками вдоль оси x на две равные части и пространство вдоль оси y на три равные части. В результате на рис. 13.5 поперечное сечение волновода будет разбито на шесть отсеков.

В каждом отсеке независимо построим картину поля волны типа E_{11} , первоначально не указывая направления силовых линий. Пос-

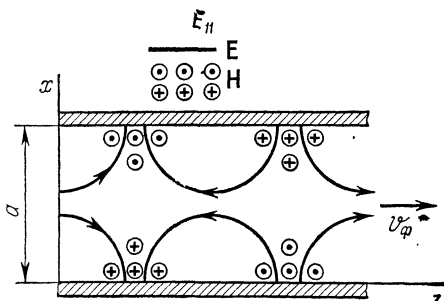


Рис. 13.4

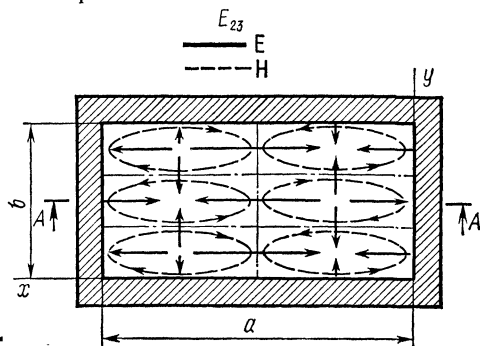


Рис. 13.5

ле этого в каком-либо из отсеков определим направление силовых линий так, как было сделано при построении картины поля волны типа E_{11} . Все соседние силовые линии в других отсеках должны быть направлены в одну сторону, так как в противном случае они уничтожали бы друг друга.

На рис. 13.6 это поле, показанное в координатах x, z , соответствует сечению AA на рис. 13.5. При построении поля волны типа E_{mn} с любыми значениями индексов следует разбить пространство между боковыми стенками на m равных частей и пространство между верхней и нижней стенками на n равных частей. Далее в каждом отсеке нужно построить картину поля волны типа E_{11} .

Затем перейдем к построению картин поля волн магнитного типа. Определим возможность существования волны с двумя нулевыми индексами, т. е. волны типа H_{00} . Электрическое поле в волнах магнитного типа располагается в плоскости поперечного сечения, т. е. в координатах x, y . Попробуем обеспечить отсутствие вариации поля вдоль координаты y за счет ориентации электрических силовых линий вдоль оси y (см. рис. 13.7) и создания одинаковой их густоты вдоль оси x во избежание изменения поля вдоль этой оси. В этом случае должны существовать электрические силовые линии у боковых стенок волновода так, как показано на рисунке. При этом должно существовать тангенциальное электрическое поле у боковых стенок волновода, что невозможно.

Второй вариант показан на рис. 13.8, где электрическое поле нормально к боковым стенкам волновода и обеспечивается отсутствие его вариации вдоль координаты x . При этом нельзя обеспечить отсутствия вариации поля вдоль координаты y , так как возникли

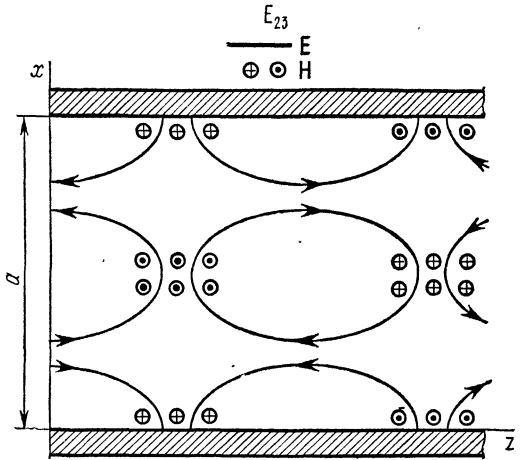


Рис. 13.6

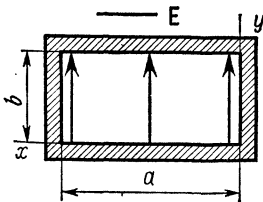


Рис. 13,7

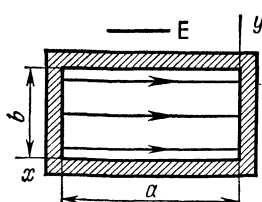


Рис. 13,8

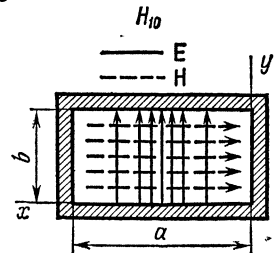


Рис. 13,9

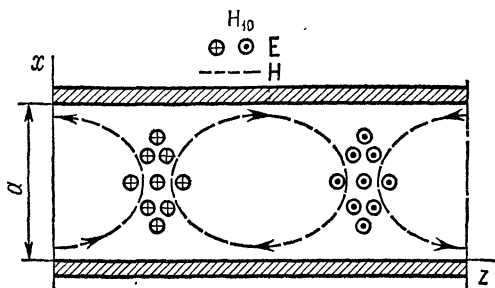


Рис. 13.10

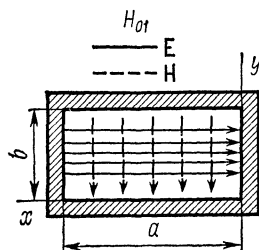


Рис. 13.11

бы тангенциальные составляющие электрического поля у нижней и верхней стенок волновода, показанные на рисунке. Таким образом, волна типа H_{00} существовать не может.

Рассмотрим волну типа H_{10} , имеющую одну вариацию поля вдоль оси x и нуль вариаций поля вдоль оси y . Расположим электрические силовые линии вдоль оси y и сделаем так, чтобы густота их уменьшалась по мере приближения к боковым стенкам волновода (рис. 13.9). У боковых стенок электрическое поле должно уменьшаться до нуля для обеспечения граничных условий. На рисунке электрические силовые линии подходят нормально к верхней и нижней стенкам.

Магнитное поле имеет продольную составляющую и должно быть ортогонально электрическому полю. Таким образом, магнитное поле представляет собой горизонтальные петли, расположенные в координатах x, z . На рис. 13.9 пунктиром показаны торцевые части этих петель. Густота петель вдоль оси y одинаковая, они подходят тангенциально к стенкам волновода, что соответствует граничным условиям у поверхности идеального металла. На рис. 13.10 показано поле волны типа H_{10} в координатах x, z . Крестиками и точками обозначены следы электрических силовых линий. После выбора направления магнитных линий направление электрических силовых линий выбирают так, чтобы вектор Пойнтинга был направлен в сторону положительных значений оси z . Соседние силовые линии направлены в одну сторону.

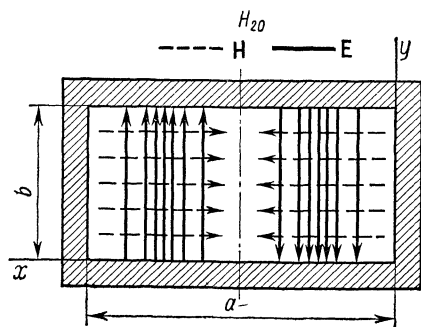


Рис. 13.12

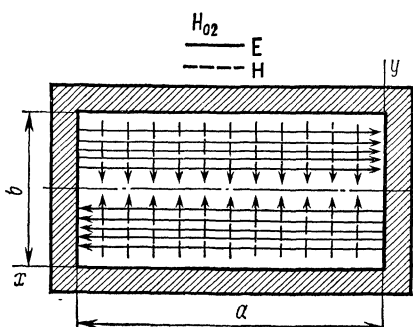


Рис. 13.13

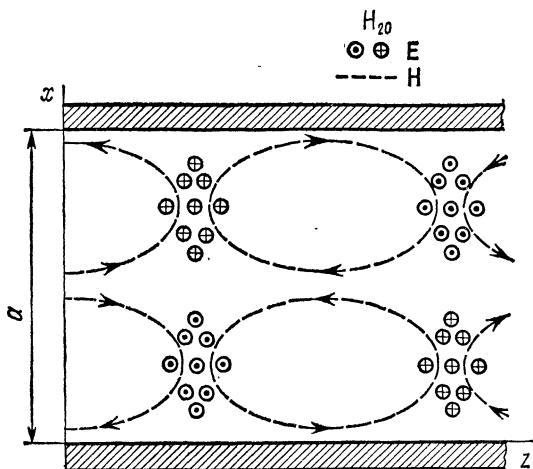


Рис. 13.14

Картину поля волны типа H_{01} строят аналогично. Она отличается от картины поля волны типа H_{10} тем что оси x и y как бы меняются местами. Эту картину легко получить путем поворота поля волны типа H_{10} в плоскости поперечного сечения на 90° по часовой стрелке или против нее. Картина поля волны типа H_{01} в плоскости поперечного сечения показана на рис. 13.11.

Зная картины поля волн H_{10} и H_{01} , можно построить картины поля волн типа H_{m0} или H_{0n} . В случае волны типа H_{m0} расстояние между боковыми стенками волновода разбивают на m частей и в каждом из образовавшихся отсеков независимо строят картину поля волны типа H_{10} . В случае волны типа H_{0n} расстояние между нижней и верхней стенками волновода разбивают на n частей и в отсеках строят картину поля волны типа H_{01} .

На рис. 13.12 дана картина поля волны типа H_{20} , а на рис. 13.13 — волны типа H_{02} . На рис. 13.14 показана картина поля волны типа H_{20} в координатах x, z . Поле волны H_{11} должно обладать одной вариацией вдоль оси x и одной вариацией вдоль оси y . Электрическое поле находится в плоскости x, y . Магнитное поле обладает продольной составляющей. Электрические силовые линии должны подходить нормально к стенкам волновода. Очевидно, для обеспечения вариации поля электрические силовые линии не могут идти вдоль оси x или y и должны претерпевать изгиб, как показано на рис. 13.15. Поле \mathbf{H} ортогонально полю \mathbf{E} . Поле действительно имеет одну вариацию вдоль осей x и y . Магнитное поле обладает продольной составляющей и ортогонально электрическому полю. Торцевые части петель показаны на рисунке пунктирными линиями. Взаимное направление электрических и магнитных силовых линий выбирают так, чтобы вектор Пойнтинга был ориентирован вдоль оси z . Соседние силовые линии направлены в одну сторону.

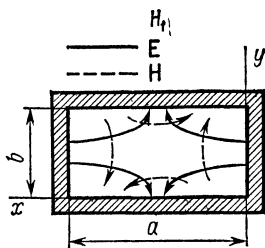


Рис. 13.15

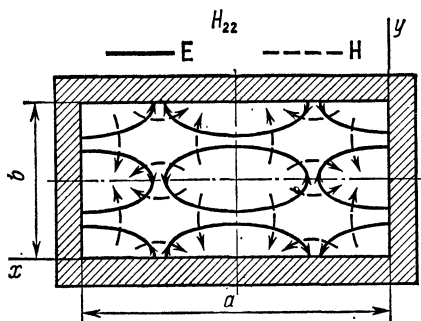


Рис. 13.16

Построение картин поля волн типа H_{mn} с ненулевыми индексами m и n производят по принципу, изложенному ранее. Расстояние между боковыми стенками волновода разбивают на m частей, а расстояние между нижней и верхней стенками — на n частей. В каждом из отсеков независимо строят картину поля волны типа H_{11} . Пример такого построения дан на рис. 13.16, на котором показана картина поля волны типа H_{22} в координатах x, y . В поле волны типа H_{22} , так же как в поле волны типа E_{23} (см. рис. 13.6), электрические силовые линии образуют не только полупетли, опирающиеся на стенки, но и замкнутые петли, как и магнитные силовые линии.

Изложенная методика построения картин поля не является строгой. На примере картины поля волны типа H_{10} будет показан аналитический метод построения подобных картин.

§ 13.7. Аналитический метод построения картин поля в прямоугольном волноводе

Метод целесообразно показать на примере построения конкретного поля, например поля основной волны типа H_{10} . Формулы (13.52) — (13.57) позволяют определить составляющие поля волн магнитного типа. Для рассматриваемого типа волны $m=1, n=0$. Подставляя эти значения в указанные формулы, получим выражения для составляющих поля:

$$\dot{H}_x = j \frac{h}{g_{mn}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-jhz}, \quad (13.83)$$

$$\dot{H}_y = 0, \quad (13.84)$$

$$H_z = C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-jhz}, \quad (13.85)$$

$$\dot{E}_x = 0, \quad (13.86)$$

$$\dot{E}_y = -j \frac{\omega \mu_a}{g_{mn}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-jhz}, \quad (13.87)$$

$$\dot{E}_z = 0. \quad (13.88)$$

Введем обозначения

$$\frac{h}{g_{mn}^2} C_2 \frac{\pi}{a} = A_1, \quad \frac{\omega \mu_a}{g_{mn}^2} C_2 \frac{\pi}{a} = A_2. \quad (13.89)$$

С учетом этих обозначений отличные от нуля составляющие поля запишутся в следующем виде:

$$\dot{H}_x = j A_1 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-jhz}, \quad (13.90)$$

$$\dot{H}_z = C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-jhz}, \quad (13.85)$$

$$\dot{E}_y = -j A_2 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{-jhz}. \quad (13.91)$$

Приведенные выражения дают комплексные амплитуды поля. Картина поля в волноводе перемещается с фазовой скоростью. Для получения картины поля следует сделать как бы мгновенную его фотографию. Другими словами, надо от комплексных амплитуд поля перейти к мгновенным значениям и далее зафиксировать время. Переход осуществляют с помощью формул (1.157). Тогда можно написать

$$\left. \begin{aligned} H_x(t) &= \text{Re}(\dot{H}_x e^{j\omega t}), \\ H_z(t) &= \text{Re}(\dot{H}_z e^{j\omega t}), \\ E_y(t) &= \text{Re}(\dot{E}_y e^{j\omega t}). \end{aligned} \right\} \quad (13.92)$$

Подставляя в эти выражения значения \dot{H}_x , \dot{H}_z , \dot{E}_y из формул (13.90), (13.85), (13.91), получаем

$$\begin{aligned} H_x(t) &= \text{Re} \left\{ j A_1 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{j(\omega t - hz)} \right\} = \\ &= \text{Re} \left\langle j A_1 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \{ \cos(\omega t - hz) + j \sin(\omega t - hz) \} \right\rangle, \\ H_z(t) &= \text{Re} \left\{ C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{j(\omega t - hz)} \right\} = \\ &= \text{Re} \left\langle C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \{ \cos(\omega t - hz) + j \sin(\omega t - hz) \} \right\rangle, \\ E_y(t) &= \text{Re} \left\{ -j A_2 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) e^{j(\omega t - hz)} \right\} = \\ &= \text{Re} \left\langle -j A_2 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \{ \cos(\omega t - hz) + j \sin(\omega t - hz) \} \right\rangle. \end{aligned}$$

Отбрасывая мнимые части, можно написать выражения для мгновенных значений составляющих поля:

$$\left. \begin{aligned} H_x(t) &= -A_1 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin(\omega t - hz), \\ H_z(t) &= C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos(\omega t - hz), \\ E_y(t) &= A_2 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin(\omega t - hz). \end{aligned} \right\} \quad (13.93)$$

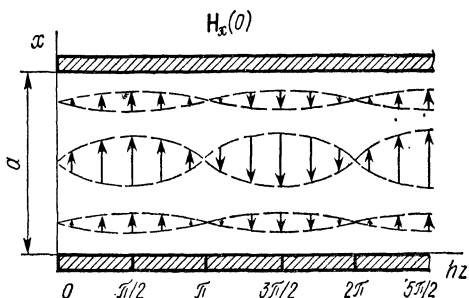


Рис. 13.17

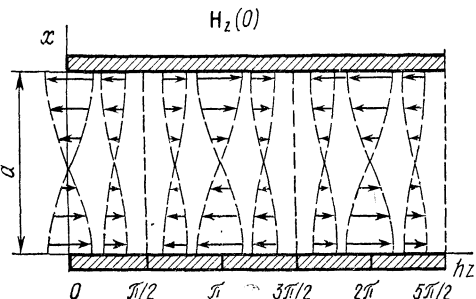


Рис. 13.18

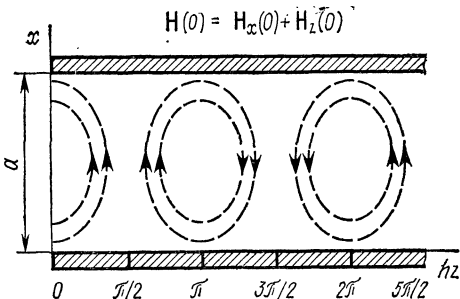


Рис. 13.19

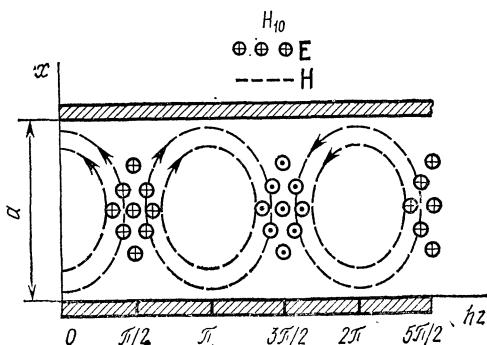


Рис. 13.20

Далее следует зафиксировать время. Для простоты выберем время $t = 0$. При этом выражения (13.93) запишутся в виде

$$H_x(0) = A_1 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin(hz), \quad (13.94)$$

$$H_z(0) = C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos(hz), \quad (13.95)$$

$$E_y(0) = -A_2 \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin(hz). \quad (13.96)$$

Полученные составляющие поля не зависят от координаты y и являются функциями координат x и z .

Изобразим на рис. 13.17 картину изменения вектора $\mathbf{H}_x(0)$ в плоскости x, hz , используя формулу (13.94). Построим на рис. 13.18 картину изменения вектора $\mathbf{H}_z(0)$, используя формулу (13.95). Суммарное магнитное поле будет определяться суммой векторов $\mathbf{H}_x(0)$ и $\mathbf{H}_z(0)$. В результате сложения полей возникают замкнутые силовые линии, показанные на рис. 13.19. Вектор $E_y(0)$ ориентирован вдоль оси y . Его изменение определяется формулой (13.96). В плоскости x, hz этот вектор можно по-

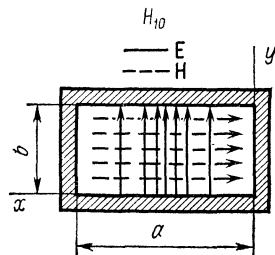


Рис. 13.21

казать в виде крестиков и точек, густота которых изменяется по синусоидальному закону вдоль осей x и hz .

Суммарное электромагнитное поле в плоскости $x, (hz)$ показано на рис. 13.20, а в плоскости x, y — на рис. 13.21. Эти рисунки аналогичны рис. 13.10 и 13.9, построенным без строгого математического анализа, на основании общих положений. Аналогично могут быть получены аналитические выражения для строгого построения картин поля волн любых типов.

ГЛАВА 14 КРУГЛЫЙ ВОЛНОВОД

§ 14.1. Решение основного уравнения для продольных составляющих поля в круглом волноводе

Запишем основное уравнение для волн электрического типа (12.9):

$$\frac{1}{h_{\xi} h_{\eta}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_{\eta}}{h_{\xi}} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_{\xi}}{h_{\eta}} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \eta} \right) \right\} + g^2 \dot{E}_{z0} = 0.$$

При анализе круглых цилиндрических систем целесообразно использовать цилиндрическую систему координат, расположив их так, как показано на рис. 14.1. Выберем следующее соответствие цилиндрических и криволинейных координат:

$$\xi \rightarrow r, \quad \eta \rightarrow \varphi, \quad \zeta \rightarrow z, \quad h_{\xi} = 1, \quad h_{\eta} = r. \quad (14.1)$$

Координатная система удовлетворяет ограничениям (11.36), и использование основного уравнения и формул перехода возможно. Применяя соотношения (14.1), получаем уравнение (12.9) в виде

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \varphi} \right) \right\} + g^2 \dot{E}_{z0} = 0. \quad (14.2)$$

В аналогичной форме может быть записано основное уравнение для продольной составляющей \dot{H}_{z0} в случае волны магнитного типа:

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial \varphi} \right) \right\} + g^2 \dot{H}_{z0} = 0. \quad (14.3)$$

Дальнейшее решение основных уравнений покажем на примере волн электрического типа. Раскроем скобки в уравнении (14.2):

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial \varphi^2} + g^2 \dot{E}_{z0} = 0. \quad (14.4)$$

Умножим уравнение на r^2 , чтобы освободить вторую производную по φ от членов, содержащих r :

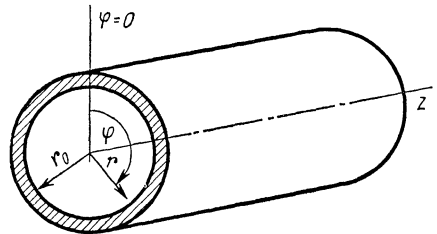


Рис. 14.1