

казать в виде крестиков и точек, густота которых изменяется по синусоидальному закону вдоль осей x и hz .

Суммарное электромагнитное поле в плоскости $x, (hz)$ показано на рис. 13.20, а в плоскости x, y — на рис. 13.21. Эти рисунки аналогичны рис. 13.10 и 13.9, построенным без строгого математического анализа, на основании общих положений. Аналогично могут быть получены аналитические выражения для строгого построения картин поля волн любых типов.

ГЛАВА 14 КРУГЛЫЙ ВОЛНОВОД

§ 14.1. Решение основного уравнения для продольных составляющих поля в круглом волноводе

Запишем основное уравнение для волн электрического типа (12.9):

$$\frac{1}{h_{\xi} h_{\eta}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{h_{\eta}}{h_{\xi}} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \xi} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{h_{\xi}}{h_{\eta}} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \eta} \right) \right\} + g^2 \dot{E}_{z0} = 0.$$

При анализе круглых цилиндрических систем целесообразно использовать цилиндрическую систему координат, расположив их так, как показано на рис. 14.1. Выберем следующее соответствие цилиндрических и криволинейных координат:

$$\xi \rightarrow r, \quad \eta \rightarrow \varphi, \quad \zeta \rightarrow z, \quad h_{\xi} = 1, \quad h_{\eta} = r. \quad (14.1)$$

Координатная система удовлетворяет ограничениям (11.36), и использование основного уравнения и формул перехода возможно. Применяя соотношения (14.1), получаем уравнение (12.9) в виде

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \varphi} \right) \right\} + g^2 \dot{E}_{z0} = 0. \quad (14.2)$$

В аналогичной форме может быть записано основное уравнение для продольной составляющей \dot{H}_{z0} в случае волны магнитного типа:

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial \varphi} \right) \right\} + g^2 \dot{H}_{z0} = 0. \quad (14.3)$$

Дальнейшее решение основных уравнений покажем на примере волн электрического типа. Раскроем скобки в уравнении (14.2):

$$\frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial \varphi^2} + g^2 \dot{E}_{z0} = 0. \quad (14.4)$$

Умножим уравнение на r^2 , чтобы освободить вторую производную по φ от членов, содержащих r :

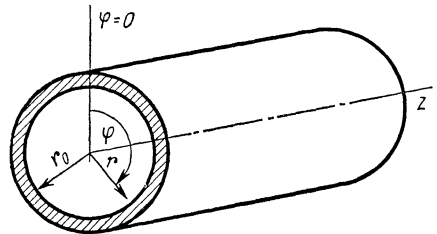


Рис. 14.1

$$r^2 \frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial r^2} + \frac{r^2}{r} \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial r} + g^2 r^2 \dot{E}_{z0} + \frac{\partial^2 \dot{E}_{z0}}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (14.5)$$

Следуя методу Фурье, положим

$$\dot{E}_{z0} = R(r) \Phi(\varphi), \quad (14.6)$$

где $R(r)$ — функция только координаты r ; $\Phi(\varphi)$ — функция только координаты φ .

Подставим выражение (14.6) в уравнение (14.5) и осуществим дифференцирование:

$$\Phi r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \Phi \frac{r^2}{r} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + g^2 r^2 R \Phi + R \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (14.7)$$

Разделим это уравнение на произведение $R\Phi$:

$$\frac{r^2}{R} \cdot \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{r^2}{Rr} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + g^2 r^2 + \frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = 0. \quad (14.8)$$

Первые три слагаемых в полученном уравнении являются функцией только координаты r и не зависят от координаты φ . Последнее слагаемое является функцией только координаты φ и не зависит от координаты r .

В результате можно сказать, что сумма двух функций, одна из которых зависит от координаты r , а вторая — от координаты φ , равна нулю. Подобное положение возможно только тогда, когда первая и вторая функции в отдельности равны одному и тому же постоянному числу, причем, если в первом равенстве взят определенный знак перед этим числом, то во втором равенстве знак должен быть изменен на обратный. Из этих соображений уравнение (14.8) можно разбить на два независимых соотношения:

$$\frac{r^2}{R} \cdot \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{r^2}{Rr} \cdot \frac{\partial R}{\partial r} + g^2 r^2 = m^2, \quad (14.9)$$

$$\frac{1}{\Phi} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = -m^2. \quad (14.10)$$

Умножив соотношение (14.9) на R и разделив на r^2 , получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для функции R :

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR}{dr} + \left(g^2 - \frac{m^2}{r^2} \right) R = 0. \quad (14.11)$$

Умножив уравнение (14.10) на Φ и перегруппировав члены, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение для функции Φ :

$$\frac{d^2 \Phi}{d\varphi^2} + m^2 \Phi = 0. \quad (14.12)$$

Электромагнитная волна распространяется вдоль оси z и в плоскости поперечного сечения вследствие интерференции колебаний, пришедших разными путями в одну точку, возникают стоячие волны, В одной и той же точке поперечного сечения в один и тот же момент

времени не может быть различных полей. Кроме того, поле в любой точке волновода должно быть конечным. Поэтому функция Φ должна быть конечной, периодической по φ , а функция R — конечной при изменении радиуса r от нуля до r_0 .

С учетом сказанного запишем решение уравнения (14.12)

$$\Phi = A_1 \cos(m\varphi) + A_2 \sin(m\varphi). \quad (14.13)$$

Поскольку при исследовании распространения волн в круглом волноводе выбор начала отсчета угла φ произволен, без нарушения общности анализа можно положить

$$A_2 = 0. \quad (14.14)$$

Тогда функция

$$\Phi = A_1 \cos(m\varphi). \quad (14.15)$$

Число m может принимать любое целое значение, начиная с нуля.

Уравнение (14.11) исследовалось Бесселем [8,9]. Решение этого уравнения записывается в виде

$$R = B_1 J_m(gr) + B_2 N_m(gr). \quad (14.16)$$

Первое независимое решение $J_m(gr)$ называют функцией Бесселя первого рода порядка m . Следует учитывать, что порядок функции m представляет собой коэффициент, входящий в решение (14.15) для функции Φ . Он определяет число вариаций поля по углу φ .

Таблицы и графики функций $J_m(gr)$ имеются в многочисленных справочниках [24]. Графики функций трех первых порядков показаны на рис. 14.2.

Как следует из рисунка, характер функций $J_m(gr)$ при изменении аргумента затухающий, колебательный. В пределах всего диапазона изменения аргумента функции $J_m(gr)$ остаются конечными.

Второе независимое решение $N_m(gr)$ называют функцией Бесселя второго рода порядка m , или функцией Неймана порядка m . Порядок, так же как и в функциях Бесселя первого рода, определяет число вариаций поля по углу φ . Функции Бесселя второго рода сходны с функциями Бесселя первого рода, за исключением точки

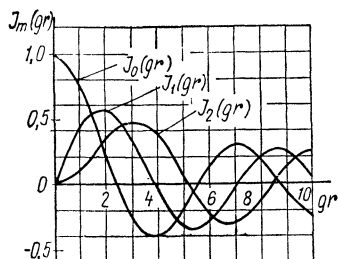


Рис. 14,2

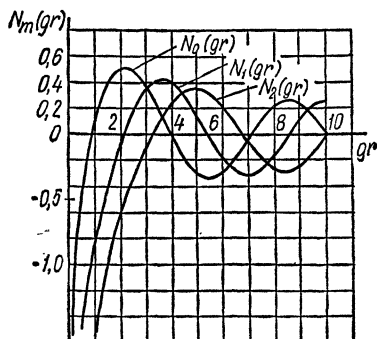


Рис. 14,3

$gr=0$, где эти функции устремляются к $-\infty$. Графики указанных функций первых трех порядков приведены на рис. 14.3. Постоянные интегрирования B_1, B_2 в выражении (14.16) могут принимать различные значения в том числе мнимые, в зависимости от конкретных условий решаемой задачи. При этом решение записывается в виде

$$R_1 = B_3 \{J_m(gr) + jN_m(gr)\} = B_3 H_m^{(1)}(gr), \quad (14.17)$$

или

$$R_1 = B_4 \{J_m(gr) - jN_m(gr)\} = B_4 H_m^{(2)}(gr). \quad (14.18)$$

Функции $H_m^{(1)}(gr)$, $H_m^{(2)}(gr)$ называют соответственно функциями Бесселя третьего и четвертого рода порядка m , или функциями Ханкеля первого и второго рода порядка m . Если при исследованиях взят временной множитель $e^{j\omega t}$ (а не $e^{-j\omega t}$), то решение (14.18) соответствует цилиндрической бегущей волне, распространяющейся от оси z в радиальном направлении и затухающей до нуля в бесконечности. Решение (14.17) соответствует цилиндрической волне, распространяющейся из бесконечности к оси z ; его можно рассматривать как цилиндрическую волну, отраженную от цилиндрического препятствия, симметричного относительно оси z . При временном множителе $e^{-j\omega t}$ возникает обратная ситуация — функция $H_m^{(1)}(gr)$ соответствует падающей волне, а функция $H_m^{(2)}(gr)$ — отраженной волне.

В круглом волноводе не могут существовать радиальные волны. Поле распространяется вдоль оси z . В силу этого решения с функциями Ханкеля должны быть отброшены.

Также не имеет физического смысла решение, использующее функцию Неймана. В реальных волноводных системах не могут существовать бесконечно большие поля в пределах всего пространства волновода, занятого полем. В круглом волноводе ось волновода, соответствующая значениям $r=0$, является частью пространства, в котором существует поле. Следовательно, при исследовании процессов в круглом волноводе в решении (14.16) следует положить

$$B_2 = 0. \quad (14.19)$$

С учетом этого на основании формул (14.6), (14.15), (14.16) можно найти продольную составляющую электрического поля:

$$\dot{E}_{z0} = C_1 I_m(gr) \cos(m\varphi), \quad (14.20)$$

где

$$C_1 = B_1 A_1. \quad (14.21)$$

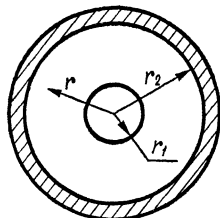


Рис. 14.4

Следует сказать, что при рассмотрении волн волноводного типа в коаксиальном волноводе, сечение которого показано на рис. 14.4, необходимо учитывать, что в случае идеально проводящих сте-

нок электромагнитное поле может существовать в пространстве, находящемся между радиусами r_1 и r_2 . Таким образом, в этой системе текущее значение радиуса может изменяться от r_1 до r_2 и значения $gr=0$ в пространстве, занятом полем, не существует. Следовательно, в решении (14.16) нет оснований приравнять коэффициент B_2 нулю. В диапазоне изменения аргумента бесселевых функций от gr_1 до gr_2 функция Неймана конечна, и ее не следует отбрасывать.

В силу того что основное уравнение (14.3) для продольной составляющей магнитного поля \dot{H}_{z0} аналогично основному уравнению (14.2) для \dot{E}_{z0} , решение для \dot{H}_{z0} следует написать в форме (14.20):

$$\dot{H}_{z0} = C_2 J_m(gr) \cos(m\varphi). \quad (14.22)$$

Полученные формулы для продольных составляющих поля дают возможность провести полный анализ волн электрического и магнитного типов.

§ 14.2. Волны электрического типа

В случае волны электрического типа составляющая \dot{E}_{z0} касательна к стенкам волновода, и граничные условия у поверхности идеального металла записываются в виде

$$\dot{E}_{z0} = 0 \quad (\text{при } r = r_0). \quad (14.23)$$

Применяя выражение (14.20), получаем

$$C_1 J_m(gr_0) \cos(m\varphi) = 0,$$

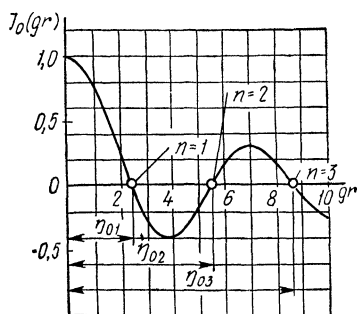
откуда

$$J_m(gr_0) = 0. \quad (14.24)$$

Как следует из графиков функций Бесселя (см. рис. 14.2), функция каждого порядка обладает бесконечно большим числом значений аргумента gr , при котором функция обращается в нуль. Эти значения называют корнями функций Бесселя и обозначают η_{mn} , где m — порядок функции; n — порядковый номер корня, начиная со значений gr , отличных от нуля. Рис. 14.5 иллюстрирует сказанное. В табл. 14.1 приведены некоторые значения корней η_{mn} функций $J_m(gr)$.

Таблица 14.1

n	m		
	0	1	2
1	2,405	3,832	5,135
2	5,520	7,016	8,417
3	8,654	10,174	11,620



Таким образом, условие (14.24) выполняется, если справедливо соотношение $gr_0 = \eta_{mn}$.

Поскольку значения η зависят от индексов mn , целесообразно эти же индексы приписать поперечному волновому числу:

$$g_{mn}r_0 = \eta_{mn}, \quad g_{mn} = \eta_{mn}/r_0. \quad (14.25)$$

При этом вместо выражения (14.20) для составляющей \dot{E}_{z0} можно написать

$$\dot{E}_{z0} = C_1 J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi). \quad (14.26)$$

Далее можно определить составляющие поля в круглом волноводе в случае волны электрического типа. Используя формулы перехода (12.51), (12.53)—(12.57), выполняя условия (12.64) и соответствие координат (14.1), получаем следующие соотношения:

$$\dot{E}_r = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial r} e^{-jhz}, \quad (14.27)$$

$$\dot{E}_\varphi = -j \frac{h}{rg^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \varphi} e^{-jhz}, \quad (14.28)$$

$$\dot{E}_z = \dot{E}_{z0} e^{-jhz}, \quad (14.29)$$

$$\dot{H}_r = j \frac{\omega \varepsilon_a}{rg^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial \varphi} e^{-jhz}, \quad (14.30)$$

$$\dot{H}_\varphi = -j \frac{\omega \varepsilon_a}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z0}}{\partial r} e^{-jhz}, \quad (14.31)$$

$$\dot{H}_z = 0. \quad (14.32)$$

Для получения окончательных выражений используем формулы (14.25) и (14.26):

$$\dot{E}_r = -j \frac{hr_0}{\eta_{mn}} C_1 J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.33)$$

$$\dot{E}_\varphi = j \frac{hr_0}{r\eta_{mn}} C_1 m J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.34)$$

$$\dot{E}_z = C_1 J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.35)$$

$$\dot{H}_r = -j \frac{\omega \varepsilon_a r_0^2}{r\eta_{mn}} C_1 m J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.36)$$

$$\dot{H}_\varphi = -j \frac{\omega \varepsilon_a r_0}{\eta_{mn}} C_1 J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.37)$$

$$\dot{H}_z = 0. \quad (14.38)$$

Здесь

$$J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) = \frac{\partial}{\partial \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right)} \left\{ J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \right\}. \quad (14.39)$$

Продольное волновое число h определяется из формулы (13.35). Подставляя в нее значение g_{mn} (14.25), получаем

$$h = h_{mn} = \sqrt{\omega^2 \mu_a \varepsilon_a - \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0}\right)^2}. \quad (14.40)$$

§ 14.3. Волны магнитного типа

В случае волны магнитного типа составляющие поля определяются соотношениями (12.58) — (12.63), которые при соблюдении условий (12.64) и соответствия координат (14.1) могут быть записаны в таком виде:

$$\dot{H}_r = -j \frac{h}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial r} e^{-jhz}, \quad (14.41)$$

$$\dot{H}_\varphi = -j \frac{h}{rg^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial \varphi} e^{-jhz}, \quad (14.42)$$

$$\dot{H}_z = \dot{H}_{z0} e^{-jhz}, \quad (14.43)$$

$$\dot{E}_r = -j \frac{\omega \mu_a}{rg^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial \varphi} e^{-jhz}, \quad (14.44)$$

$$\dot{E}_\varphi = j \frac{\omega \mu_a}{g^2} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z0}}{\partial r} e^{-jhz}, \quad (14.45)$$

$$\dot{E}_z = 0. \quad (14.46)$$

Тангенциальной к стенкам волновода является составляющая поля \dot{E}_φ . Найдем ее с помощью выражений (14.45) и (14.22):

$$\dot{E}_\varphi = j \frac{\omega \mu_a}{g^2} C_2 g J'_m(gr) \cos(m\varphi) e^{-jhz}. \quad (14.47)$$

Граничные условия у поверхности идеального металла имеют вид

$$\dot{E}_\varphi = 0 \quad (\text{при } r = r_0) \quad (14.48)$$

или

$$j \frac{\omega \mu_a}{g^2} C_2 g J'_m(gr_0) \cos(m\varphi) e^{-jhz} = 0,$$

откуда

$$J'_m(gr_0) = 0. \quad (14.49)$$

Производная функции Бесселя по аргументу равна нулю при $r = r_0$. Так как функция Бесселя первого рода носит колебательный характер, ее производная также будет колебательной функцией.

На рис. 14.6 приведены функция $J_0(gr)$ и ее производная.

Как следует из рисунка, граничное условие (14.49) удовлетворяется при бесконечно большом числе дискретных значений аргумента gr . Каждое такое значение аргумента соответствует при заданном радиусе волновода определенному поперечному волновому числу g и, следовательно, определенному типу волны.

Обозначим значения корней производной функций Бесселя μ_{mn} , где m —порядок функции; n —порядковый номер корня, начиная со значений gr , отличных от нуля. Тогда граничные условия (14.49) будут удовлетворены при $gr_0 = \mu_{mn}$. Каждому значению индексов m, n будет соответствовать определенное значение g . Поэтому следует написать

$$g_{mn} r_0 = \mu_{mn},$$

откуда

$$g_{mn} = \mu_{mn}/r_0. \quad (14.50)$$

В табл. 14.2 приведены некоторые значения корней μ_{mn} производной функций Бесселя.

Таблица 14.2

n	m		
	0	1	2
1	3,832	1,840	3,054
2	7,016	5,335	6,705
3	10,174	8,536	9,965

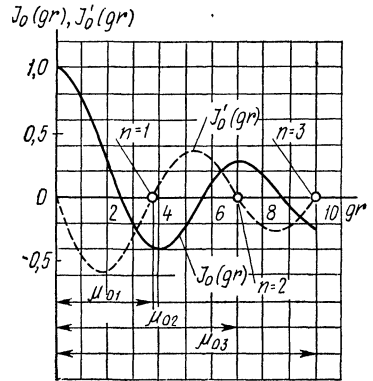


Рис. 14.6

Далее можно получить окончательные выражения для составляющих магнитного поля в круглом волноводе, используя формулы (14.41)—(14.46), (14.22) и (14.50):

$$\dot{H}_r = -j \frac{hr_0}{\mu_{mn}} C_2 J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.51)$$

$$\dot{H}_\varphi = j \frac{hr_0^2}{r \mu_{mn}} C_2 m J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.52)$$

$$\dot{H}_z = C_2 J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.53)$$

$$\dot{E}_r = j \frac{\omega \mu_a r_0^2}{r \mu_{mn}} C_2 m J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.54)$$

$$\dot{E}_\varphi = j \frac{\omega \mu_a r_0}{\mu_{mn}} C_2 J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (14.55)$$

$$\dot{E}_z = 0. \quad (14.56)$$

Продольное волновое число (13.35) приобретает вид

$$h = h_{mn} = \sqrt{\omega^2 \mu_a \varepsilon_a - \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} \right)^2}. \quad (14.57)$$

§ 14.4. Фазовая скорость, длина волны в волноводе, критическая длина волны. Волны основных типов в круглом волноводе

Для круглого волновода справедливы выведенные ранее выражения (13.60), (13.61), (13.63).

Общим для критической длины волны является выражение (12.43).

В случае волн электрического типа $g = g_{mn} = \eta_{mn}/r_0$ и критическая длина волны

$$\lambda_{кр} (E_{mn}) = \frac{2\pi r_0}{\eta_{mn}} = \frac{6,28 \cdot r_0}{\eta_{mn}}. \quad (14.58)$$

В случае волн магнитного типа $g = g_{mn} = \mu_{mn}/r_0$ и критическая длина волны

$$\lambda_{кр} (H_{mn}) = \frac{2\pi r_0}{\mu_{mn}} = \frac{6,28 r_0}{\mu_{mn}}. \quad (14.59)$$

Основной волне соответствует наибольшее значение критической длины волны и, следовательно, наименьшие значения η_{mn} и μ_{mn} .

Из табл. 14.1 и 14.2 следует, что наименьшими значениями η_{mn} и μ_{mn} являются: $\eta_{01} = 2,405$ и $\mu_{11} = 1,840$.

Таким образом, в случае волн электрического типа основной является волна типа E_{01} с критической длиной волны

$$\lambda_{кр} (E_{01}) = \frac{6,28 r_0}{2,405} = 2,61 r_0, \quad (14.60)$$

а в случае волн магнитного типа — волна типа H_{11} с критической длиной волны

$$\lambda_{кр} (H_{11}) = \frac{6,28 r_0}{1,84} = 3,41 r_0. \quad (14.61)$$

Видно, что критическая длина волны основной волны магнитного типа больше критической длины волны основной волны электрического типа.

§ 14.5. Условия существования волн различных типов в круглом волноводе

Определим критические длины волн для колебаний, ближайших к основным волнам электрического и магнитного типов.

Из табл. 14.1 следует, что ближайшим к η_{01} числом является $\eta_{11} = 3,832$. Этому числу соответствует волна типа E_{11} с критической длиной волны

$$\lambda_{кр} (E_{11}) = \frac{6,28 r_0}{3,832} = 1,64 r_0. \quad (14.62)$$

Из табл. 14.2 видно, что ближайшим к μ_{11} числом является $\mu_{21} = 3,054$. Этому числу соответствует волна типа H_{21} с критической длиной волны

$$\lambda_{кр} (H_{21}) = \frac{6,28 r_0}{3,054} = 2,05 r_0. \quad (14.63)$$

Волна типа E_{11} не может возникнуть в волноводе при условии

$$\lambda > \lambda_{кр}(E_{11}) = 1,64r_0.$$

Аналогично, невозможны волны типа H_{21} при условии

$$\lambda > \lambda_{кр}(H_{21}) = 2,05r_0.$$

Если желательно, чтобы в волноводе существовала основная волна электрического типа E_{01} и не возникали волны высших электрических типов, необходимо соблюдение неравенства

$$\lambda_{кр}(E_{01}) = 2,61r_0 > \lambda > 1,64r_0. \quad (14.64)$$

Если желательно, чтобы в волноводе существовала основная волна магнитного типа H_{11} и не возникали волны высших магнитных типов, требуется соблюдение неравенства

$$\lambda_{кр}(H_{11}) = 3,41r_0 > \lambda > 2,05r_0. \quad (14.65)$$

Сравнительная оценка позволяет сделать вывод, что при соблюдении левой части неравенства (14.64) $2,61r_0 > \lambda$ будет выполнена левая часть неравенства (14.65): $3,41r_0 > \lambda$.

Следовательно, будут соблюдены условия существования не только волны типа E_{01} , но и волны типа H_{11} . Другими словами, невозможно путем правильного выбора радиуса волновода обеспечить единственность существования основной волны электрического типа. С другой стороны, возможна единственность существования основной волны магнитного типа при выполнении неравенства

$$3,41r_0 > \lambda > 2,61r_0. \quad (14.66)$$

При этом обеспечивается существование волны типа H_{11} , невозможно возникновение волны типа E_{01} и в силу соблюдения правых частей неравенств (14.64) и (14.65) невозможно создание волн высших типов. Неравенство (14.66) может быть переписано в иной форме:

$$\lambda/2,61 > r_0 > \lambda/3,41. \quad (14.67)$$

Неравенства (14.66) и (14.67) являются условиями единственности существования основной волны магнитного типа в круглом волноводе.

Сравнивая значения корней функций Бесселя η_{mn} в табл. 14.1 со значениями корней производной функций Бесселя μ_{mn} в табл. 14.2, можно заметить справедливость следующего равенства:

$$\eta_{1n} = \mu_{0n}. \quad (14.68)$$

Это равенство вытекает из свойств функций Бесселя. На основании соотношений (14.58) и (14.59) вместо равенства (14.68) можно записать

$$\lambda_{кр}(E_{1n}) = \lambda_{кр}(H_{0n}). \quad (14.69)$$

Оказывается невозможным разделение волн типов E_{in} и H_{on} путем рационального выбора радиусов волноводов. Если с помощью соответствующей системы возбуждения в волноводе созданы волны типа H_{on} , то они могут вырождаться в волны типа E_{in} . Такое вырождение волн является нежелательным явлением в круглых волноводах.

§ 14.6. Картины поля в круглом волноводе

Картины поля в круглом волноводе могут быть построены по методу, описанному в § 13.7. Здесь приводятся конечные результаты.

На рис. 14.7 показана картина поля в круглом волноводе в случае основной волны магнитного типа H_{11} , на рис. 14.8 — картина поля основной волны электрического типа E_{01} , а на рис. 14.9 — картины поля волн типов H_{01} и E_{11} . Эти волны имеют одинаковую критическую длину волны на основании соотношения (14.69) и могут вырождаться одна в другую.

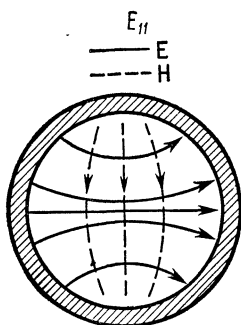


Рис. 14.7

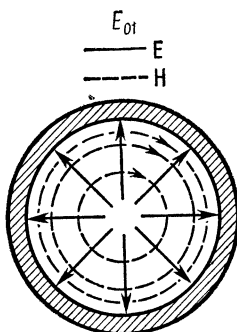


Рис. 14.8

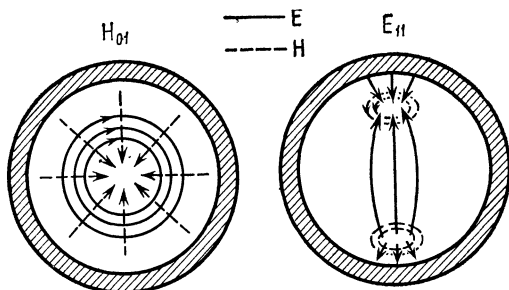


Рис. 14.9