

ГЛАВА 15
КРУГЛЫЙ КОАКСИАЛЬНЫЙ ВОЛНОВОД

§ 15.1. Возможные типы волн в круглом коаксиальном волноводе

В круглом коаксиальном волноводе (рис. 15.1) за счет центрального стержня возможны поперечные электромагнитные волны или волны типа Т. В таком поле электрические силовые линии расположены радиально и опираются на заряды, находящиеся на центральном стержне и внутренней поверхности трубы. Магнитные силовые линии представляют собой окружности, коаксиальные по отношению к стержню волновода. Суммарное электромагнитное поле находится в плоскости r, φ цилиндрической системы координат, которая перпендикулярна оси распространения z , совпадающей с осью волновода.

Помимо волн типа Т в коаксиальном волноводе возможно существование волн электрического и магнитного типов. Распространение этих волн происходит путем многократного отражения поля от внутренней поверхности трубы и центрального стержня аналогично процессу, происходящему в волноводах.

В настоящей главе будет проведен анализ как волн типа Т, так и волн электрического и магнитного типов в коаксиальном волноводе.

§ 15.2. Волны типа Т

Так как в волнах типа Т отсутствуют продольные составляющие электрического или магнитного поля, основные уравнения для этих составляющих (12.9), (12.10) не могут быть положены в основу рассуждений. Однако выражение для магнитного поля в таком волноводе нетрудно найти путем применения закона полного тока:

$$\oint_{l_1} \mathbf{H} d\mathbf{l} = I.$$

При использовании комплексных амплитуд закон полного тока переписывается без каких-либо изменений:

$$\oint_{l_1} \dot{\mathbf{H}} d\mathbf{l} = \dot{I}. \quad (15.1)$$

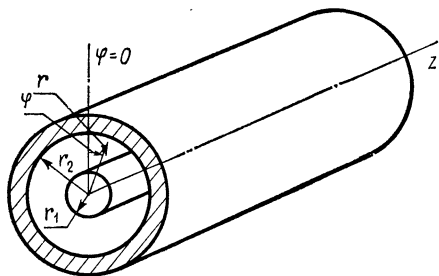


Рис. 15.1

Под током \dot{I} следует понимать электрический ток, протекающий по центральному стержню волновода. В случае волн типа Т вектор Пойнтинга ориентирован вдоль оси распростра-

нения, и, следовательно, электромагнитное поле распространяется вдоль оси волновода со скоростью света в среде, заполняющей волновод. С такой же скоростью должен распространяться электрический ток вдоль центрального стержня. Пренебрегая потерями в среде, коэффициент распространения γ можно считать равным фазовой постоянной β .

Изменение фазы вдоль оси распространения z подчиняется закону $e^{-j\beta z}$. В силу этого ток, протекающий по центральному стержню,

$$\dot{I} = \dot{I}_0 e^{-j\beta z}, \quad (15.2)$$

где \dot{I}_0 — значение тока в точке $z=0$.

Подставив ток \dot{I} в выражение (15.1), получаем

$$\oint_{l_1} \dot{\mathbf{H}} d\mathbf{l} = \dot{I}_0 e^{-j\beta z}. \quad (15.3)$$

Выбирая в качестве контура интегрирования окружность, лежащую в плоскости r, φ , и учитывая цилиндрическую симметрию задачи, можно написать

$$\oint_{l_1} \dot{\mathbf{H}} d\mathbf{l} = \dot{H} \oint_{l_1} d\mathbf{l} = \dot{H} 2\pi r.$$

Подставляя результат в формулу (15.3), находим

$$\dot{H} 2\pi r = \dot{I}_0 e^{-j\beta z},$$

или

$$\dot{H} = \dot{H}_\varphi = \frac{\dot{I}_0 e^{-j\beta z}}{2\pi r}. \quad (15.4)$$

Таким образом, определено полное магнитное поле, ориентированное вдоль координаты φ .

Электрическое поле можно получить из первого уравнения Максвелла. В случае отсутствия потерь можно записать

$$\text{rot } \dot{\mathbf{H}} = j\omega \epsilon_a \dot{\mathbf{E}}, \quad (15.5)$$

откуда

$$\dot{\mathbf{E}} = \frac{1}{j\omega \epsilon_a} \text{rot } \dot{\mathbf{H}}. \quad (15.6)$$

Используя формулу для ротора вектора в цилиндрической системе координат (см. приложение I), получим

$$\begin{aligned} \text{rot } \dot{\mathbf{H}} = & \mathbf{1}_r \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} (\dot{H}_z) - \frac{\partial}{\partial z} (\dot{H}_\varphi r) \right\} + \mathbf{1}_\varphi \left\{ \frac{\partial}{\partial z} (\dot{H}_r) - \frac{\partial}{\partial r} (\dot{H}_z) \right\} + \\ & + \mathbf{1}_z \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (\dot{H}_\varphi r) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (\dot{H}_r) \right\} \end{aligned}$$

или, подставляя в это выражение значение \dot{H}_φ из формулы (15.4),

$$\text{rot } \dot{\mathbf{H}} = -\mathbf{1}_r \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} (\dot{H}_\varphi r) = -\mathbf{1}_r \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\dot{I}_0 e^{-j\beta z}}{2\pi} \right) = \mathbf{1}_r j \frac{\beta \dot{I}_0 e^{-j\beta z}}{2\pi r}. \quad (15.7)$$

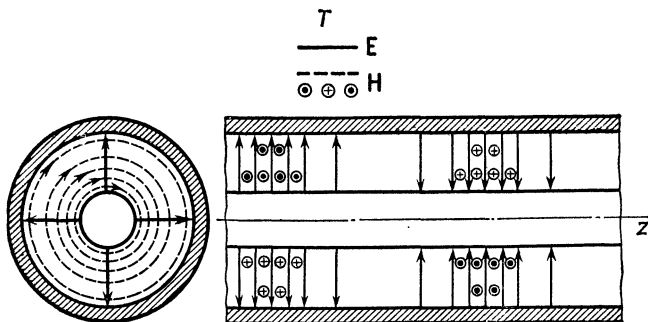


Рис. 15.2

Все остальные члены $\text{rot } \dot{\mathbf{H}}$ равны нулю. Далее с помощью выражений (15.6) и (15.7) легко получить формулу для напряженности электрического поля в случае волны T в коаксиальном волноводе:

$$\dot{\mathbf{E}} = \dot{\mathbf{E}}_r = 1_r \frac{\beta I_0 e^{-j\beta z}}{\omega \epsilon_a 2\pi r}. \quad (15.8)$$

Подставим в эту формулу значение фазовой постоянной β (7.54). Тогда

$$\dot{\mathbf{E}}_r = 1_r \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \cdot \frac{I_0 e^{-j\beta z}}{2\pi r}. \quad (15.9)$$

Так как

$$\sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} = Z_c, \quad (15.10)$$

где Z_c — характеристическое сопротивление среды, то

$$\dot{\mathbf{E}}_r = 1_r Z_c \frac{I_0 e^{-j\beta z}}{2\pi r} = 1_r Z_c H_\varphi. \quad (15.11)$$

Таким образом, может быть определено полное электромагнитное поле волны типа T в круглом коаксиальном волноводе.

Представляет интерес нахождение характеристического сопротивления коаксиального волновода, под которым понимают отношение комплексных амплитуд напряжения и тока в заданном сечении линии передачи. Используя формулы (1.4), (15.11), можно определить разность потенциалов между внутренним стержнем и внешней оболочкой коаксиального волновода:

$$\dot{U} = \int_{r_1}^{r_2} \dot{E}_r dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{Z_c I_0 e^{-j\beta z}}{2\pi r} dr = Z_c \frac{I_0 e^{-j\beta z}}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}.$$

Разделив \dot{U} на ток \dot{I} , определяемый выражением (15.2), получаем характеристическое сопротивление коаксиального волновода Z_n :

$$Z_n = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = Z_c \frac{1}{2\pi} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (15.12)$$

Коаксиальный волновод, работающий на волнах типа Т, можно использовать со сколь угодно низких частот, в том числе для канализации постоянного тока, что является преимуществом подобных волноводных систем:

На рис. 15.2 показана картина поля волны типа Т в круглом коаксиальном волноводе.

§ 15.3. Волны электрического и магнитного типов

В § 14.1 указывалось, что при рассмотрении волн волноводного типа в коаксиальном волноводе в решение основного уравнения помимо функции Бесселя первого рода должна входить функция Бесселя второго рода или функция Неймана. Эта функция обладает особенностью при $r=0$ и поэтому исключается из решения в обычном круглом волноводе. В круглом коаксиальном волноводе пространство, занятое электромагнитным полем, лежит в следующем диапазоне изменения радиуса (см. рис. 15.1):

$$r_1 < r < r_2. \quad (15.13)$$

При этом функция Неймана остается конечной, и ее необходимо включить в решение.

Как было установлено в § 14.1, решение основного уравнения для продольной составляющей электрического поля \dot{E}_{z0} в цилиндрической системе координат дается формулами (14.6), (14.15), (14.16). Подставляя выражения (14.15) и (14.16) в формулу (14.6), получаем

$$\dot{E}_{z0} = \{B_1 J_m(gr) + B_2 N_m(gr)\} A_1 \cos(m\varphi),$$

или

$$\dot{E}_{z0} = \{C_1 J_m(gr) + C_2 N_m(gr)\} \cos(m\varphi). \quad (15.14)$$

Здесь

$$C_1 = B_1 A_1, \quad C_2 = B_2 A_1. \quad (15.15)$$

Выражение для продольной составляющей магнитного поля записывается аналогично:

$$\dot{H}_{z0} = \{D_1 J_m(gr) + D_2 N_m(gr)\} \cos(m\varphi). \quad (15.16)$$

Рассмотрим в качестве примера ход анализа волн электрического типа в круглом коаксиальном волноводе.

Поле \dot{E}_{z0} тангенциально к стенкам волновода. У поверхности идеального металла справедливы следующие граничные условия:

$$\dot{E}_{z0} = 0 \quad \left(\text{при} \quad \begin{array}{l} r = r_1 \\ r = r_2 \end{array} \right). \quad (15.17)$$

Применяя граничные условия в выражении (15.14), получаем

$$\left. \begin{array}{l} C_1 J_m(gr_1) + C_2 N_m(gr_1) = 0, \\ C_1 J_m(gr_2) + C_2 N_m(gr_2) = 0. \end{array} \right\} \quad (15.18)$$

В этой системе уравнений C_1, C_2 — постоянные, в общем случае отличные от нуля, что возможно при равенстве нулю определителя системы:

$$\begin{vmatrix} J_m(gr_1) & N_m(gr_1) \\ J_m(gr_2) & N_m(gr_2) \end{vmatrix} = 0, \quad (15.19)$$

или

$$J_m(gr_1)N_m(gr_2) - J_m(gr_2)N_m(gr_1) = 0. \quad (15.20)$$

Соотношение (15.20) представляет собой трансцендентное уравнение относительно поперечного волнового числа g . Для каждого заданного порядка m -функций Бесселя и заданного отношения радиусов

$$r_2/r_1 = p \quad (15.21)$$

уравнение может быть решено численно или графически. При этом может быть найдено бесконечное количество дискретных значений n волновых чисел g , удовлетворяющих уравнению (15.20). Обозначим корни этого уравнения g_{mn} . Далее введем обозначение

$$g_{mn}r_1 = k_{mn}. \quad (15.22)$$

В табл. 15.1 даны значения k_{mn} , умноженные на $(p-1)$, для заданного отношения радиусов p и некоторых фиксированных значений порядка функций m и номера корня n .

Таблица 15.1

p	$(p-1)k_{01}$	$(p-1)k_{02}$	$(p-1)k_{03}$
1,2	3,140	6,282	9,424
1,5	3,135	6,280	9,423
2,0	3,122	6,273	9,418
p	$(p-1)k_{11}$	$(p-1)k_{12}$	$(p-1)k_{13}$
1,2	3,146	6,285	9,426
1,5	3,161	6,293	9,431
2,0	3,197	6,312	9,445

Выражение для критической длины волны (12.43) с учетом соотношений (15.21), (15.22) записывается в виде

$$\lambda_{кр} = \frac{2\pi r_1}{k_{mn}} = \frac{2\pi r_1(p-1)}{(p-1)k_{mn}} = \frac{2\pi(r_2-r_1)}{(p-1)k_{mn}}. \quad (15.23)$$

Составляющие поля для волн типа E_{mn} можно определить с помощью общих формул перехода (14.27)—(14.32).

Продольная составляющая электрического поля \dot{E}_{z0} определяется формулой (15.14).

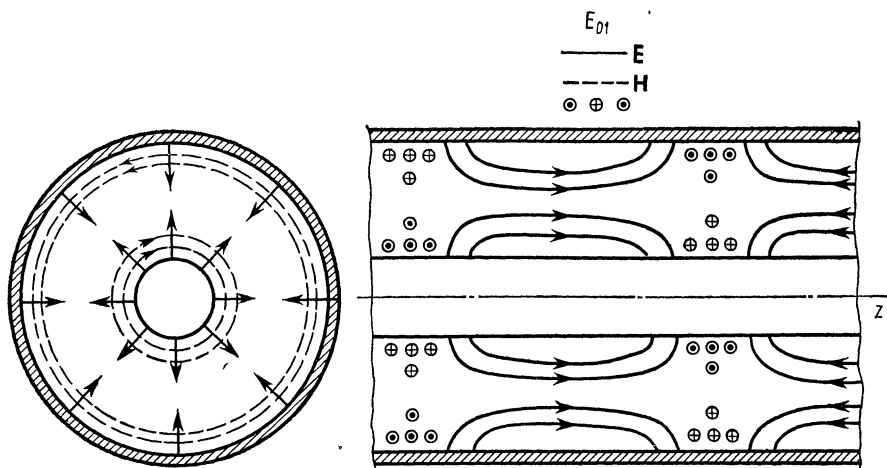


Рис. 15.3

В качестве примера на рис. 15.3 показана картина поля волны типа E_{01} в коаксиальном волноводе. Волны магнитного типа можно исследовать аналогично.

В настоящее время волны типа E_{mn} или H_{mn} не находят практического применения в коаксиальных волноводах, поскольку потери в коаксиальном волноводе больше потерь в обычном круглом волноводе. Линии передачи коаксиального типа работают на волнах типа Т.

ГЛАВА 16

БЕСКОНЕЧНО ПРОТЯЖЕННАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПЛАСТИНА КАК ПРИМЕР ВОЛНОВОДА МЕДЛЕННЫХ ВОЛН

§ 16.1. Постановка вопроса

Плоская диэлектрическая пластина с параметрами μ_a , ϵ_a толщиной $2d$ в направлении координаты x , бесконечно протяженная вдоль координаты y и оси z (рис. 16.1), помещена в воздухе. При $z < 0$ пластина обрывается и входит в рупор, также бесконечно протяженный вдоль оси y и создающий электромагнитное поле, излучаемое вдоль оси z . В результате воздействия этого поля в пластине

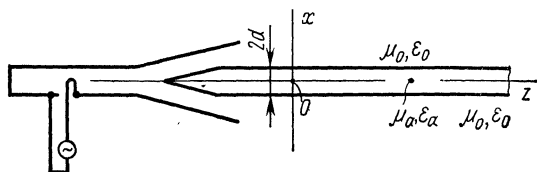


Рис. 16.1