

### **§ 17.1. Постановка вопроса**

Бесконечно протяженная диэлектрическая пластина является идеализацией реальной волноводной системы. Бесконечная протяженность пластины вдоль направления распространения электромагнитной волны, т. е. вдоль оси  $z$ , эквивалентна отсутствию отраженного поля. Подобрав должным образом нагрузку волноводной системы, можно обеспечить отсутствие отраженного поля, аналогично тому, как это делается при нагрузке длинной линии на характеристическое сопротивление. Существенная идеализация заключается в том, что пластина принимается бесконечно протяженной вдоль оси  $y$ , что приводит к независимости поля от этой координаты.

Реальные волноводные системы конечны в плоскости поперечного сечения. Такой реальной системой является H-образный металлодиэлектрический волновод (см. рис. 16.4), работающий на волнах магнитного типа, и круглый диэлектрический стержень или нить, укрепленный в воздухе с помощью специальных устройств, влиянием которых можно пренебречь при рассмотрении основных свойств подобной замедляющей системы. В диэлектрическом стержне аналогично диэлектрической пластине, исследованной в гл. 16, распространяются быстрые волны. Поле, многократно отражаясь от боковой поверхности стержня под углом, равным или большим углом полного внутреннего отражения, распространяется вдоль оси стержня, создавая за его пределами поверхностную медленную волну, тяготеющую к поверхности диэлектрического волновода.

В настоящей главе будут выведены основные соотношения, определяющие работу такого устройства. В конце главы будут кратко перечислены возможные модификации диэлектрических волноводных систем, практически используемых в настоящее время. Подробный анализ подобных систем отсутствует, так как он выходит за рамки курса «Основы электродинамики».

### **§ 17.2. Вывод основного уравнения для продольных составляющих поля быстрой волны внутри круглого диэлектрического стержня и его решение**

При исследовании поля внутри круглого диэлектрического волновода следует использовать основные уравнения для продольных составляющих поля, записанных в цилиндрической системе координат. Они были определены в § 14.1 при исследовании круглого волновода [см. соотношения (14.2), (14.3)]. Подстановкой вида (14.6) эти уравнения можно разделить на два самостоятельных уравнения (14.11) и (14.12).

Решение уравнения (14.11) представляет собой сумму функций Бесселя первого и второго рода и записывается в виде (14.16). Решение уравнения (14.12) может быть представлено в виде (14.13).

Как указывалось, внутри диэлектрического волновода, так же, как и в диэлектрической пластине, распространяются быстрые волноводные волны, для которых справедливы уравнения (14.11) и (14.12). Поскольку ось волновода, соответствующая значениям координаты  $r=0$ , входит в пространство, где происходит распространение волн, из решения вида (14.16) следует убрать функцию Бесселя второго рода  $N_m(gr)$ , обладающую особенностью при  $r=0$ . Другими словами, в этом решении необходимо положить  $B_2=0$ , как было сделано при анализе круглого металлического волновода, и записать решение таким образом:

$$R = B_1 J_m(gr). \quad (17.1)$$

Соотношения (14.6), (14.13) и (17.1) позволяют написать следующее выражение для продольной составляющей электрического поля внутри диэлектрического стержня

$$\dot{E}_{z0} = B_1 J_m(gr) \{A_1 \cos(m\varphi) + A_2 \sin(m\varphi)\}. \quad (17.2)$$

Вводя обозначения

$$B_1 A_1 = C_1 \quad \text{и} \quad B_1 A_2 = C_2, \quad (17.3)$$

получаем

$$\dot{E}_{z0} = J_m(gr) \{C_1 \cos(m\varphi) + C_2 \sin(m\varphi)\}. \quad (17.4)$$

Аналогичное выражение может быть получено в результате решения уравнения (14.3) для продольной составляющей магнитного поля в диэлектрическом стержне:

$$\dot{H}_{z0} = J_m(gr) \{C_3 \cos(m\varphi) + C_4 \sin(m\varphi)\}. \quad (17.5)$$

### § 17.3. Вывод основного уравнения для продольных составляющих поля медленной волны вне диэлектрического стержня и его решение

Как было показано в § 12.4, в случае медленных волн поперечное волновое число  $g$  переходит в  $jp$ . Основные уравнения (14.2) и (14.3) для продольных составляющих полей  $\dot{E}_{z10}$  и  $\dot{H}_{z10}$  при этом записываются в форме

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \dot{E}_{z10}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{E}_{z10}}{\partial \varphi} \right) \right\} - p^2 \dot{E}_{z10} = 0, \quad (17.6)$$

$$\frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial \dot{H}_{z10}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \varphi} \left( \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \dot{H}_{z10}}{\partial \varphi} \right) \right\} - p^2 \dot{H}_{z10} = 0. \quad (17.7)$$

С помощью подстановки вида

$$\dot{E}_{z10} = R_1(r) \Phi_1(\varphi) \quad (17.8)$$

уравнение (17.4) можно свести к двум  $K_m(pr)$   $I_m(pr)$  уравнениям для функций  $R_1(r)$  и  $\Phi_1(\varphi)$ :

$$\frac{\partial^2 R_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dR_1}{dr} - \left( p^2 + \frac{m^2}{r^2} \right) R_1 = 0, \quad (17.9)$$

$$\frac{d^2 \Phi_1}{d\varphi^2} + m^2 \Phi_1 = 0. \quad (17.10)$$

Решением уравнения являются функции Бесселя третьего и четвертого родов порядка  $m$ , которые часто называют *модифицированными функциями Бесселя*  $I_m(pr)$  порядка  $m$  и *функциями Макдональда*  $K_m(pr)$  порядка  $m$ .

В отличие от функций Бесселя первого и второго родов, модифицированные функции Бесселя и функции Макдональда носят не колебательный, а монотонно убывающий или возрастающий характер. Графики этих функций нулевого и первого порядков показаны на рис. 17.1. Таким образом, в общем случае решение уравнения (17.9) должно содержать модифицированную функцию Бесселя  $I_m(pr)$  и функцию Макдональда  $K_m(pr)$ :

$$R_1 = B_3 I_m(pr) + B_4 K_m(pr), \quad (17.11)$$

где  $B_3$  и  $B_4$  — амплитудные коэффициенты.

В зависимости от области пространства, в которой ищут решение, одна из этих постоянных равна нулю. Это обусловлено тем, что функция  $I_m(pr)$  имеет особенность (стремится к  $\infty$ ), как следует из рис. 17.1, при  $r \rightarrow \infty$ , а функция  $K_m(pr)$  — при  $r = 0$ .

Медленные волны существуют вне стержня при  $r \geq r_0$ , где  $r_0$  — радиус стержня.

Амплитуда медленных волн не может бесконечно возрастать по мере удаления от поверхности стержня. Следовательно, в решении (17.11) необходимо убрать функцию  $I_m(pr)$ , положив

$$B_3 = 0. \quad (17.12)$$

Функцию  $K_m(pr)$  следует сохранить, так как нигде в области существования медленных волн значение текущего радиуса не достигает нуля. Другими словами, особенность функции  $K_m(pr)$  исключается. При этом справедливо выражение

$$R_1 = B_4 K_m(pr). \quad (17.13)$$

Решение уравнения (17.10) записывается в обычной форме:

$$\Phi_1 = A_1 \cos(m\varphi) + A_2 \sin(m\varphi). \quad (17.14)$$

Продольная составляющая  $\dot{E}_{z10}$  на основании формулы (17.8) равна

$$\dot{E}_{z10} = B_4 K_m(pr) \{ A_1 \cos(m\varphi) + A_2 \sin(m\varphi) \}. \quad (17.15)$$

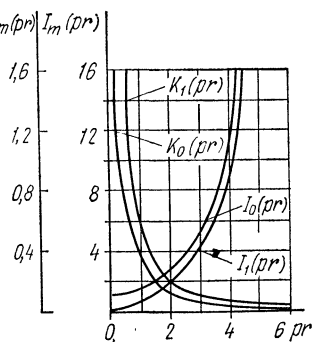


Рис. 17.1

Вводя обозначение

$$B_4 A_1 = C_5, \quad B_4 A_2 = C_6, \quad (17.16)$$

получаем

$$\dot{E}_{z10} = K_m(pr) \{C_5 \cos(m\varphi) + C_6 \sin(m\varphi)\}. \quad (17.17)$$

Решение уравнения (17.7) для продольной составляющей магнитного поля приводит к аналогичным результатам:

$$\dot{H}_{z10} = K_m(pr) \{C_7 \cos(m\varphi) + C_8 \sin(m\varphi)\}. \quad (17.18)$$

#### § 17.4. Определение поперечных составляющих поля быстрой и медленной волн

Переход от продольных составляющих поля к поперечным осуществляется с помощью общих формул (14.27)—(14.32) и (14.41)—(14.46).

Составляющие поля быстрой волны, распространяющейся внутри стержня, можно получить путем подстановки соотношений (17.4), (17.5) в эти формулы. В результате подстановки могут быть записаны следующие выражения:

$$\dot{E}_{rз} = -j \frac{h}{g} J'_m(gr) \{C_1 \cos(m\varphi) + C_2 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.19)$$

$$\dot{E}_{\varphiз} = -j \frac{hm}{rg^2} J_m(gr) \{-C_1 \sin(m\varphi) + C_2 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.20)$$

$$\dot{E}_{zз} = J_m(gr) \{C_1 \cos(m\varphi) + C_2 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.21)$$

$$\dot{H}_{rз} = j \frac{\omega \varepsilon_a m}{rg^2} J_m(gr) \{-C_1 \sin(m\varphi) + C_2 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz} \quad (17.22)$$

$$\dot{H}_{\varphiз} = -j \frac{\omega \varepsilon_a}{g} J'_m(gr) \{C_1 \cos(m\varphi) + C_2 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.23)$$

$$\dot{H}_{zз} = 0, \quad (17.24)$$

$$\dot{H}_{rм} = -j \frac{h}{g} J'_m(gr) \{C_3 \cos(m\varphi) + C_4 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.25)$$

$$\dot{H}_{\varphiм} = -j \frac{hm}{rg^2} J_m(gr) \{-C_3 \sin(m\varphi) + C_4 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.26)$$

$$\dot{H}_{zм} = J_m(gr) \{C_3 \cos(m\varphi) + C_4 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.27)$$

$$\dot{E}_{rм} = -j \frac{\omega \mu_a m}{rg^2} J'_m(gr) \{-C_3 \sin(m\varphi) + C_4 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.28)$$

$$\dot{E}_{\varphiм} = j \frac{\omega \mu_a}{g} J'_m(gr) \{C_3 \cos(m\varphi) + C_4 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.29)$$

$$\dot{E}_{zм} = 0. \quad (17.30)$$

Составляющие поля медленной волны, распространяющейся вне диэлектрического стержня, получают подстановкой в выражения (14.27)—(14.32) и (14.41)—(14.46) формул для продольных составляющих поля (17.17), (17.18). При этом необходимо учитывать вы-

ражение (12.68), справедливое для медленных волн:

$$g^2 \rightarrow -p^2.$$

Диэлектрическая и магнитная проницаемости  $\epsilon_a$  и  $\mu_a$  переходят соответственно в электрическую и магнитную постоянные  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$ .

В результате указанных операций получаются следующие соотношения для составляющих поля медленной волны:

$$\dot{E}_{r1z} = j \frac{h}{p} K'_m(pr) \{C_5 \cos(m\varphi) + C_6 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.31)$$

$$\dot{E}_{\varphi1z} = j \frac{hm}{rp^2} K_m(pr) \{-C_5 \sin(m\varphi) + C_6 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.32)$$

$$\dot{E}_{z1z} = K_m(pr) \{C_5 \cos(m\varphi) + C_6 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.33)$$

$$\dot{H}_{r1z} = -j \frac{\omega\epsilon_0 m}{rp^2} K_m(pr) \{-C_5 \sin(m\varphi) + C_6 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.34)$$

$$\dot{H}_{\varphi1z} = j \frac{\omega\epsilon_0}{p} K'_m(pr) \{C_5 \cos(m\varphi) + C_6 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.35)$$

$$\dot{H}_{z1z} = 0, \quad (17.36)$$

$$\dot{H}_{r1M} = j \frac{h}{p} K'_m(pr) \{C_7 \cos(m\varphi) + C_8 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.37)$$

$$\dot{H}_{\varphi1M} = j \frac{hm}{rp^2} K_m(pr) \{-C_7 \sin(m\varphi) + C_8 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.38)$$

$$\dot{H}_{z1M} = K_m(pr) \{C_7 \cos(m\varphi) + C_8 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.39)$$

$$\dot{E}_{r1M} = j \frac{\omega\mu_0 m}{rp^2} K_m(pr) \{-C_7 \sin(m\varphi) + C_8 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.40)$$

$$\dot{E}_{\varphi1M} = -j \frac{\omega\mu_0}{p} K'_m(pr) \{C_7 \cos(m\varphi) + C_8 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \quad (17.41)$$

$$\dot{E}_{z1M} = 0. \quad (17.42)$$

### § 17.5. Определение поперечных волновых чисел $g$ , $p$ и продольного волнового числа $h$ . Возможность раздельного существования волн электрического и магнитного типов

Поперечные волновые числа определяют с помощью граничных условий у поверхности диэлектрического стержня

$$\dot{E}_\varphi = \dot{E}_{\varphi1}, \quad \dot{H}_\varphi = \dot{H}_{\varphi1}, \quad \dot{E}_z = \dot{E}_{z1}, \quad \dot{H}_z = \dot{H}_{z1} \quad (\text{при } r=r_0). \quad (17.43)$$

Пока отсутствуют сведения, на основании которых можно было бы судить о допустимости раздельного существования волн электрического и магнитного типов в круглом диэлектрическом волноводе. Поэтому сначала целесообразно применить граничные условия к суммарному полю, представляющему собой суперпозицию полей электрического и магнитного типов, а затем определить, возможно ли раздельное существование полей электрического и магнитного типов.

Запишем выражения для суммарного поля  $\dot{E}_{\varphi\Sigma}$  внутри стержня и  $\dot{E}_{\varphi1\Sigma}$  вне стержня, используя соответственно формулы (17.20),

(17.29) и (17.32), (17.41):

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\varphi\Sigma} = \dot{E}_{\varphi_3} + \dot{E}_{\varphi_M} = & -j \frac{hm}{r_0 g^2} J_m(gr) \{-C_1 \sin(m\varphi) + C_2 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz} + \\ & + j \frac{\omega\mu_a}{g} J'_m(gr) \{C_3 \cos(m\varphi) + C_4 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}, \end{aligned} \quad (17.44)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_{\varphi_1\Sigma} = \dot{E}_{\varphi_{13}} + \dot{E}_{\varphi_{1M}} = & j \frac{hm}{r\rho^2} K_m(pr) \{-C_5 \sin(m\varphi) + \\ & + C_6 \cos(m\varphi)\} e^{-jhz} - j \frac{\omega\mu_0}{p} K'_m(pr) \{C_7 \cos(m\varphi) + C_8 \sin(m\varphi)\} e^{-jhz}. \end{aligned} \quad (17.45)$$

Применим граничные условия (17.43):

$$\dot{E}_{\varphi\Sigma} = \dot{E}_{\varphi_1\Sigma} \quad (\text{при } r = r_0). \quad (17.46)$$

Одинаковые составляющие поля внутри и вне стержня должны изменяться вдоль координаты  $\varphi$  по одному и тому же закону, иначе выполнение граничных условий станет невозможным. Так как выбор начала отсчета угла  $\varphi$  произволен, таким законом может быть либо  $\sin(m\varphi)$ , либо  $\cos(m\varphi)$ . Важно, чтобы у соответствующих составляющих поля (например,  $\dot{E}_{\varphi}$ ) внутри и вне стержня закон изменения был одним и тем же.

Допустим, что все составляющие поля  $\dot{E}_{\varphi}$  изменяются по закону  $\sin(m\varphi)$ . Тогда в выражениях для составляющих поля внутри стержня (17.19)—(17.30) амплитудные коэффициенты  $C_2$  и  $C_3$  следует положить равными нулю. Аналогично, в выражениях для составляющих поля вне стержня (17.31)—(17.42) должны быть приравнены нулю амплитудные коэффициенты  $C_6$  и  $C_7$ :

$$C_2 = C_3 = C_6 = C_7 = 0. \quad (17.47)$$

Нетрудно убедиться в том, что при соблюдении этих условий по одному и тому же закону изменяются вдоль координаты  $\varphi$  одинаковые составляющие поля внутри и вне диэлектрического стержня.

Выполнение граничных условий (17.46) дает

$$\begin{aligned} \frac{hm}{r_0 g^2} J_m(gr_0) C_1 + \frac{\omega\mu_a}{g} J'_m(gr_0) C_4 = \\ = -\frac{hm}{r_0 \rho^2} K_m(pr_0) C_5 - \frac{\omega\mu_0}{p} K'_m(pr_0) C_8. \end{aligned} \quad (17.48)$$

Поступая аналогично в отношении составляющих  $\dot{H}_{\varphi}$ ,  $\dot{E}_z$ ,  $\dot{H}_z$ , получаем следующие выражения:

$$\begin{aligned} -\frac{\omega\varepsilon_a}{g} J'_m(gr_0) C_1 - \frac{hm}{r_0 g^2} J_m(gr_0) C_4 = \\ = \frac{\omega\varepsilon_0}{p} K'_m(pr_0) C_5 + \frac{hm}{r_0 \rho^2} K_m(pr_0) C_8, \end{aligned} \quad (17.49)$$

$$J_m(gr_0) C_1 = K_m(pr_0) C_5, \quad (17.50)$$

$$J_m(gr_0) C_4 = K_m(pr_0) C_8. \quad (17.51)$$

Определим коэффициенты  $C_5$  и  $C_8$  из соотношений (17.50) и (17.51)

$$C_5 = \frac{J_m(gr_0)}{K_m(pr_0)} C_1, \quad (17.52)$$

$$C_8 = \frac{J_m(gr_0)}{K_m(pr_0)} C_4. \quad (17.53)$$

Подставим значения этих коэффициентов в уравнения (17.48) и (17.49), поменяв местами члены:

$$\begin{aligned} & \frac{hm}{r_0 g^2} J_m(gr_0) C_1 + \frac{hm J_m(gr_0)}{r_0 p^2 K_m(pr_0)} K_m(pr_0) C_1 = \\ & = -\frac{\omega \mu_a J'_m(gr_0)}{g} C_4 - \frac{\omega \mu_0 K'_m(pr_0) J_m(gr_0)}{p K_m(pr_0)} C_4, \end{aligned} \quad (17.54)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{\omega \varepsilon_a J'_m(gr_0) C_1}{g} - \frac{\omega \varepsilon_0 K'_m(pr_0) J_m(gr_0)}{p K_m(pr_0)} C_1 = \\ & = \frac{hm}{r_0 g^2} J_m(gr_0) C_4 + \frac{hm}{r_0 p^2} \cdot \frac{K_m(pr_0) J_m(gr_0)}{K_m(pr_0)} C_4. \end{aligned} \quad (17.55)$$

Разделим почленно уравнение (17.54) на (17.55):

$$\frac{\frac{hm}{r_0 g^2} J_m(gr_0) + \frac{hm}{r_0 p^2} J_m(gr_0)}{\frac{\omega \varepsilon_a}{g} J'_m(gr_0) + \frac{\omega \varepsilon_0}{p} \cdot \frac{K'_m(pr_0) J_m(gr_0)}{K_m(pr_0)}} = \frac{\frac{\omega \mu_a}{g} J'_m(gr_0) + \frac{\omega \mu_0}{p} \cdot \frac{K'_m(pr_0) J_m(gr_0)}{K_m(pr_0)}}{\frac{hm}{r_0 g^2} J_m(gr_0) + \frac{hm}{r_0 p^2} J_m(gr_0)}.$$

Проводя необходимые сокращения, получаем

$$\frac{\frac{hm}{r_0} \left( \frac{1}{g^2} + \frac{1}{p^2} \right)}{\frac{\omega \varepsilon_a}{g} \cdot \frac{J'_m(gr_0)}{J_m(gr_0)} + \frac{\omega \varepsilon_0}{p} \cdot \frac{K'_m(pr_0)}{K_m(pr_0)}} = \frac{\frac{\omega \mu_a}{g} \cdot \frac{J'_m(gr_0)}{J_m(gr_0)} + \frac{\omega \mu_0}{p} \cdot \frac{K'_m(pr_0)}{K_m(pr_0)}}{\frac{hm}{r_0} \left( \frac{1}{g^2} + \frac{1}{p^2} \right)},$$

или

$$\begin{aligned} (hmr_0)^2 \left\{ \frac{1}{(gr_0)^2} + \frac{1}{(pr_0)^2} \right\}^2 &= (\omega r_0)^2 \left\{ \frac{\varepsilon_a J'_m(gr_0)}{gr_0 J_m(gr_0)} + \right. \\ & \left. + \frac{\varepsilon_0 K'_m(pr_0)}{pr_0 K_m(pr_0)} \right\} \left\{ \frac{\mu_a J'_m(gr_0)}{gr_0 J_m(gr_0)} + \frac{\mu_0 K'_m(pr_0)}{pr_0 K_m(pr_0)} \right\}. \end{aligned} \quad (17.56)$$

Уравнение (17.56) связывает неизвестные  $g$  и  $p$ . Необходимо определить второе уравнение, связывающее эти неизвестные.

Продольное волновое число  $h$  для быстрых и медленных волн определяется соотношениями (12.26) и (16.28). В § 16.4 указывалось, что продольные волновые числа должны быть одинаковыми у быстрой и медленной волн. Следовательно, справедливо уравнение

$$\omega^2 \mu_a \varepsilon_a - g^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 + p^2.$$

Умножая его на  $r_0^2$  и группируя члены, получаем второе уравнение, связывающее неизвестные  $g$  и  $p$ :

$$(pr_0)^2 + (gr_0)^2 = (\omega r_0)^2 (\mu_a \varepsilon_a - \mu_0 \varepsilon_0). \quad (17.57)$$

Совместное решение уравнений (17.56) и (17.57) может быть осуществлено либо с помощью ЭВМ, либо (что более трудоемко и менее точно) графически. Ход рассуждений при этом следующий.

Задаются значениями  $gr_0$  и из уравнения (17.57) определяют  $pr_0$ . Далее из соотношения (12.26) или (16.28) находят продольное волновое число  $h$ . Затем по точкам для различных значений  $gr_0$ , а также соответствующих значений  $pr_0$  и  $h$  проводят построение левой и правой частей уравнения (17.56).

При этом возникает два самостоятельных графика, точки пересечения которых дают значения  $gr_0$ , а следовательно, и  $pr_0$ , удовлетворяющие уравнению (17.56). Таким образом можно получить значения поперечных волновых чисел в волноводе  $g$  и  $p$  и продольного волнового числа  $h$ .

С учетом соотношений (17.47), (17.19) — (17.30), а также (17.31) — (17.42) формулы для составляющих поля внутри и вне стержня приобретают следующий вид:

$$\dot{E}_{r\Sigma} = -j \left\{ \frac{h}{g} J'_m(gr) C_1 + \frac{\omega\mu_a m}{rg^2} J_m(gr) C_4 \right\} \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.58)$$

$$\dot{E}_{\varphi\Sigma} = j \left\{ \frac{hm}{rg^2} J_m(gr) C_1 + \frac{\omega\mu_a}{g} J'_m(gr) C_4 \right\} \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.59)$$

$$\dot{E}_{z\Sigma} = J_m(gr) C_1 \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.60)$$

$$\dot{H}_{r\Sigma} = -j \left\{ \frac{\omega\varepsilon_a m}{rg^2} J_m(gr) C_1 + \frac{h}{g} J'_m(gr) C_4 \right\} \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.61)$$

$$\dot{H}_{\varphi\Sigma} = -j \left\{ \frac{\omega\varepsilon_a}{g} J'_m(gr) C_1 + \frac{hm}{gr^2} J_m(gr) C_4 \right\} \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.62)$$

$$\dot{H}_{z\Sigma} = J_m(gr) C_4 \sin(m\varphi) e^{-jhz}; \quad (17.63)$$

для составляющих поля вне стержня

$$\dot{E}_{r1\Sigma} = j \left\{ \frac{h}{p} K'_m(pr) C_5 + \frac{\omega\mu_0 m}{rp^2} K_m(pr) C_8 \right\} \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.64)$$

$$\dot{E}_{\varphi1\Sigma} = -j \left\{ \frac{hm}{rp^2} K_m(pr) C_5 + \frac{\omega\mu_0}{p} K'_m(pr) C_8 \right\} \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.65)$$

$$\dot{E}_{z1\Sigma} = C_5 K_m(pr) \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.66)$$

$$\dot{H}_{r1\Sigma} = j \left\{ \frac{\omega\varepsilon_0 m}{rp^2} K_m(pr) C_5 + \frac{h}{p} K'_m(pr) C_8 \right\} \sin(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.67)$$

$$\dot{H}_{\varphi1\Sigma} = j \left\{ \frac{\omega\varepsilon_0}{p} K'_m(pr) C_5 + \frac{hm}{rp^2} K_m(pr) C_8 \right\} \cos(m\varphi) e^{-jhz}, \quad (17.68)$$

$$\dot{H}_{z1\Sigma} = C_8 K_m(pr) \sin(m\varphi) e^{-jhz}. \quad (17.69)$$

С помощью соотношений (17.48), (17.49), (17.52), (17.53) амплитудные коэффициенты  $C_4$ ,  $C_5$ ,  $C_8$  можно выразить через один амплитудный коэффициент  $C_1$ . В формулах (17.58) — (17.69) этим пренебрежено для сохранения наглядности их вывода.

При определении поперечных и продольных волновых чисел с помощью граничных условий использовалось суммарное поле, представляющее собой суперпозицию волн электрического и магнит-



ного типов. Рассмотрим возможность раздельного существования этих волн. Для этого воспользуемся соотношением (17.55):

Условием отсутствия поля электрического типа в стержне является равенство нулю амплитудного коэффициента  $C_1$ .

Из формулы (17.52) следует, что условие  $C_1 = 0$  обеспечивает равенство нулю амплитудного коэффициента  $C_5$  для поля электрического типа вне стержня.

Таким образом, при  $C_1 = 0$  исчезает поле электрического типа внутри и вне стержня. При этом выражение (17.55) представляется в виде

$$\frac{hm}{r_0 g^2} J_m(g r_0) C_4 + \frac{hm}{r_0 \rho^2} J_m(g r_0) C_4 = 0,$$

или

$$\frac{hm}{r_0} \left( \frac{1}{g^2} + \frac{1}{\rho^2} \right) J_m(g r_0) C_4 = 0, \quad (17.70)$$

откуда  $C_4 = 0$ .

На основании соотношения (17.53) при  $C_4 = 0$  равен нулю и амплитудный коэффициент  $C_8$ . При этом исчезает не только электрическое, но и магнитное поле.

Таким образом, в общем случае при использовании диэлектрического волновода возникает волна комбинированного электромагнитного типа, представляющая собой комбинацию волн электрического и магнитного типов. Из выражения (17.70) следует только одна возможность существования амплитудного коэффициента  $C_4$ , а следовательно, и коэффициента  $C_8$ . Эта возможность соответствует условию

$$m = 0. \quad (17.71)$$

Если возникает волна симметричного типа, поле которой не изменяется вдоль координаты  $\varphi$ , то при равенстве нулю коэффициентов  $C_1$  и  $C_5$ , т. е. в отсутствие волны электрического типа, возможно существование коэффициентов  $C_4$  и  $C_8$ , а значит, волны магнитного типа. При соблюдении условия (17.71) возможен и обратный процесс, при котором существует волна электрического типа и отсутствует волна магнитного типа. В этом можно убедиться на примере аналогичного анализа, взяв в качестве исходного соотношения не (17.55), а (17.54).

Анализ был сделан в предположении, что составляющие поля  $\dot{E}_\varphi$  изменяются по закону  $\sin(m\varphi)$ . Так же можно было бы допустить изменение этой составляющей по закону  $\cos(m\varphi)$ . При этом характеристическое уравнение для определения волновых чисел остается неизменным, изменяются лишь выражения для составляющих поля.

Составляющие поля в случае симметричных волн определяют из общих соотношений (17.19) — (17.42), полагая в них  $m = 0$ . В результате в случае волн электрического типа возникают составляющие поля  $\dot{E}_{r_3}$ ,  $\dot{H}_{\varphi_3}$  и  $\dot{E}_{z_3}$  внутри и вне стержня. Для волн магнитного типа сохраняются составляющие поля  $\dot{H}_{r_м}$ ,  $\dot{E}_{\varphi_м}$  и  $\dot{H}_{z_м}$  внутри и вне стержня.

Одним из основных недостатков волноводной системы, выполненной с помощью круглого диэлектрического стержня при наличии зависимости поля от угла  $\varphi$ , т. е. при соблюдении условия  $m \neq 0$ , является поляризационная неустойчивость поля. Поскольку волноводная система симметрична относительно оси  $z$ , первоначальная картина поля в поперечной плоскости, вызванная определенной системой токов, возбуждающих поле, может поворачиваться вдоль координаты  $\varphi$  по мере продвижения электромагнитной волны вдоль оси волновода. При этом положение силовых линий электрического и магнитного полей или поляризация поля по отношению к начальному отсчету угла  $\varphi$  изменяется вдоль оси волновода. Эта поляризационная неустойчивость может возникнуть вследствие небольших изменений параметров диэлектрика или габаритных размеров волновода вдоль оси  $z$ , а также изгиба волновода. В силу того что устройство, предназначенное для приема электромагнитного поля, переданного с помощью диэлектрического волновода, рассчитано на определенную поляризацию поля, нормальная работа волноводной системы при поляризационной неустойчивости может быть нарушена.

Для получения стабильных поляризационных характеристик служит система (рис. 17.2), в которой полукруглый в поперечном сечении диэлектрический стержень расположен на металлической пластине. Электрическое поле в соответствии с граничными условиями у поверхности идеального металла должно быть всегда нормальным к поверхности металла, что обеспечивает постоянство поляризации поля вдоль оси волновода. Заметим, что число волноводных систем, работающих на поверхностных волнах и использующих диэлектрик или диэлектрик в комбинации с металлом, может быть довольно большим. На рис. 17.3 показан трубчатый диэлектрический волновод, а на рис. 17.4 — диэлектрический волновод, внутри которого находится металлический стержень. Подобный волновод называют линией Губо по имени предложившего его исследователя. В качестве такого волновода можно использовать медную эмалированную проволоку. Могут быть также диэлектрические волноводы различных сечений, например эллиптического или крестообразного. Подобные волноводные системы представляют собой широкое поле для исследования.

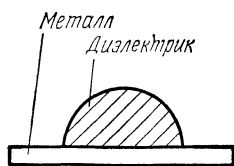


Рис. 17.2

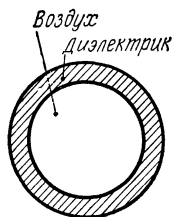


Рис. 17.3

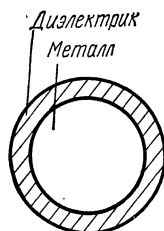


Рис. 17.4