Медленная волна не существует, так как поле начинает возрастать по мере удаления от замедляющей структуры, что не соответствует физическим условиям исследуемой проблемы. Полученный результат позволяет приближенно учесть поведение высших гармоник медленной волны. Формулы (19.10), (19.12) позволяют определить волновые числа p_n и h_n, а формула (19.13) — фазовую скорость высших гармоник. Неточность заключается в приближенном способе отыскания волновых чисел p_0 и h_0. Кроме того, граничные условия применялись не для полного поля, а для основных гармоник, что также обусловливает приближенность расчета.

ГЛАВА 20
ЗАТУХАНИЕ ПОЛЯ В РЕАЛЬНЫХ ВОЛНОВОДАХ

§ 20.1. Постановка вопроса

Реальные волноводы выполняют из металла, обладающего конечной электрической проводимостью. Используемые в волноводах диэлектрики не являются идеальными. Поэтому амплитуда электромагнитных волн, распространяющихся в волноводах, уменьшается по мере продвижения поля вдоль оси волновода.

Оценка практической пригодности того или иного волноводного тракта невозможна без определения затухания поля. Неидеальность материалов, используемых в волноводах, не только приводит к уменьшению амплитуды поля и потерям мощности, но также искажает картину поля в волноводах, определенную в предыдущих главах. Однако потери в реальных диэлектриках и металлах незначительны и, как показывает более глубокий анализ, влияние неидеальности этих материалов на структуру поля также незначительно. Вследствие этого при анализе потерь в волноводах структуру поля принимают такой, какой обладают идеальные волноводные системы, лишенные потерь. С указанной степенью приближения и будут выведены в этой главе необходимые уравнения.

§ 20.2. Вывод уравнений для мощностей, теряемых в металле и диэлектрике волновода. Определение коэффициентов затухания

При наличии потерь коэффициент распространения $\gamma_в$, как было выяснено в § 12.3, определяется формулой

$$\gamma_в = h - jh' - jh''.$$

Здесь h' и h'' — коэффициенты затухания поля соответственно за счет потерь в металле и диэлектрике.

Действительная часть вектора Пойнтинга, возникающего в поле, распространяющемся в волноводе, определяется общим выражением

(4.29). В соответствии с формулами (12.51), (12.52), (12.58)—(12.63) можно записать

$$\dot{\mathrm{E}}=\dot{\mathrm{E}}_0 e^{-j\gamma_в\zeta}, \quad \dot{\mathrm{H}}=\dot{\mathrm{H}}_0 e^{-j\gamma_в\zeta}. \tag{20.1}$$

Используя выражение (12.65), получаем

$$\dot{\mathrm{E}}=\dot{\mathrm{E}}_0 e^{-(h'+h'')\zeta} e^{-jh\zeta}, \tag{20.2}$$

$$\dot{\mathrm{H}}=\dot{\mathrm{H}}_0 e^{-(h'+h'')\zeta} e^{-jh\zeta}. \tag{20.3}$$

Соответственно для сопряженного значения $\dot{\mathrm{H}}^*$ имеем

$$\dot{\mathrm{H}}^*=\dot{\mathrm{H}}_0^* e^{-(h'+h'')\zeta} e^{jh\zeta}. \tag{20.4}$$

Подставляя выражения (20.2), (20.4) в формулу (4.29), находим

$$\dot{\Pi}_д=\frac{1}{2}\operatorname{Re}[\dot{\mathrm{E}}_0\dot{\mathrm{H}}_0^*]\, e^{-2(h'+h'')\zeta}. \tag{20.5}$$

Определим мощность P, проходящую через поперечное сечение волновода $S_в$. В случае трубчатых волноводов под $S_в$ следует понимать поперечное сечение трубы, в случае волноводов медленных волн — сечение, в пределах которого распространяется подавляющая часть электромагнитного поля. Термин «подавляющая» несколько условен, и в различных ситуациях его можно трактовать по-разному. Обычно под $S_в$ понимают сечение, в пределах которого распространяется 95% мощности электромагнитного поля.

Для мощности P можно написать следующее общее выражение:

$$P=\int\limits_{S_в}\dot{\Pi}_д\, d\mathrm{S}=\frac{1}{2}\int\limits_{S_в}\operatorname{Re}[\dot{\mathrm{E}}_0\dot{\mathrm{H}}_0^*]\, e^{-2(h'+h'')\zeta} d\mathrm{S}=$$

$$=\frac{1}{2}e^{-2(h'+h'')\zeta}\int\limits_{S_в}\operatorname{Re}[\dot{\mathrm{E}}_0\dot{\mathrm{H}}_0^*]\, d\mathrm{S}. \tag{20.6}$$

Множитель $e^{-2(h'+h'')\zeta}$ можно вынести за знак интеграла, поскольку интегрирование осуществляется по площади поперечного сечения волновода, т. е. по координатам ξ, η.

Изменение мощности вдоль координаты ζ характеризуется производной

$$\frac{dP}{d\zeta}=-2(h'+h'')\frac{1}{2}e^{-2(h'+h'')\zeta}\int\limits_{S_в}\operatorname{Re}[\dot{\mathrm{E}}_0\dot{\mathrm{H}}_0^*]\, d\mathrm{S}=$$

$$=-(h'+h'')\, e^{-2(h'+h'')\zeta}\int\limits_{S_в}\operatorname{Re}[\dot{\mathrm{E}}_0\dot{\mathrm{H}}_0^*]\, d\mathrm{S}. \tag{20.7}$$

Мощность $P_п$, теряемая на бесконечно малом расстоянии $d\zeta$: $dP_п=\left|\frac{dP}{d\zeta}\right| d\zeta$, выражается соотношением

$$dP_п=\left\{(h'+h'')\, e^{-2(h'+h'')\zeta}\int\limits_{S_в}\operatorname{Re}[\dot{\mathrm{E}}_0\dot{\mathrm{H}}_0^*]\, d\mathrm{S}\right\} d\zeta.$$

Мощность, теряемую на конечном участке l длины волновода, можно найти путем интегрирования:

$$P_{\text{п}} = \int_0^l \left\{ (h' + h'') \, e^{-2(h'+h'')\zeta} \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}\,[\dot{\mathbf{E}}_0 \dot{\mathbf{H}}_0^*] \, dS \right\} d\zeta =$$

$$= (h' + h'') \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}\,[\dot{\mathbf{E}}_0 \dot{\mathbf{H}}_0^*] \, dS \int_0^l e^{-2(h'+h'')\zeta} \, d\zeta =$$

$$= -\frac{h' + h''}{2(h' + h'')} \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}\,[\dot{\mathbf{E}}_0 \dot{\mathbf{H}}_0^*] \, dS \, e^{-2(h'+h'')\zeta} \Big|_0^l,$$

или

$$P_{\text{п}} = \{1 - e^{-2(h'+h'')l}\} \frac{1}{2} \int_{S_{\text{в}}} \operatorname{Re}\,[\dot{\mathbf{E}}_0 \dot{\mathbf{H}}_0^*] \, dS. \qquad (20.8)$$

Полученное выражение включает в себя мощность потерь в металле и диэлектрике волновода. Неизвестными здесь являются величины $P_{\text{п}}$, h', h''.

В § 9.7 было дано следующее выражение для мощности, теряемой в реальном металле, при условии, что площадь поверхности металла равна S_1:

$$P_{\text{пот}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_{\text{а}2} \omega}{2 \gamma_{\text{э}2}}} \int_{S_1} |\dot{\mathbf{H}}_\tau|^2 \, dS.$$

В рассматриваемом случае интегрирование следует проводить по площади металла, образующего волноводную систему. Составляющие тангенциального к металлическим стенкам магнитного поля $\dot{\mathbf{H}}_\tau$ являются частью общего поля $\dot{\mathbf{E}}$ и $\dot{\mathbf{H}}$ в волноводе, и их зависимость от координаты ζ аналогична зависимостям (20.2), (20.3):

$$\dot{\mathbf{H}}_\tau = \dot{\mathbf{H}}_{0\tau} e^{-(h'+h'')\zeta} e^{-jh\zeta}. \qquad (20.9)$$

В силу этого

$$\int_{S_1} |\dot{\mathbf{H}}_\tau|^2 \, dS = \left(\int_\xi |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi \, d\xi + \int_\eta |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta \, d\eta \right) \int_0^l e^{-2(h'+h'')\zeta} \, d\zeta =$$

$$= -\frac{1}{2(h'+h'')} e^{-2(h'+h'')\zeta} \Big|_0^l \left(\int_\xi |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi \, d\xi + \int_\eta |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta \, d\eta \right) =$$

$$= \frac{1}{2(h'+h'')} \{1 - e^{-2(h'+h'')l}\} \left(\int_\xi |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi \, d\xi + \int_\eta |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta \, d\eta \right). \qquad (20.10)$$

Здесь интегралы $\int_\xi |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi \, d\xi + \int_\eta |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta \, d\eta$ представляют собой доли поверхностных интегралов, взятые соответственно по координатам ξ и η.

Подставляя выражение (20.10) в формулу (9.80), получаем мощность, теряемую в металле волноводной системы с учетом потерь в диэлектрике этой системы

$$P_{\text{пот}}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega}{2\gamma_{э2}}}\frac{1}{2(h'+h'')}\{1-e^{-2(h'+h'')l}\}\times$$
$$\times\left(\int\limits_{\xi}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi\, d\xi+\int\limits_{\eta}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta\, d\eta\right). \qquad (20.11)$$

При отсутствии потерь в диэлектрике коэффициент затухания h'' следует приравнять нулю. Формула (20.11) содержит три неизвестных величины: $P_{\text{пот}}$, h' и h''. Найдем выражение для мощности потерь в диэлектрике $P_{\text{пот. д}}$.

В § 4.2 была выведена теорема Пойнтинга (4.26):

$$\oint\limits_{S_1}\operatorname{Re}\frac{1}{2}[\dot{\mathbf{E}}\dot{\mathbf{H}}^*]d\mathbf{S}+\int\limits_{V_1}\operatorname{Re}\frac{1}{2}\dot{\mathbf{J}}_{\text{м}}\dot{\mathbf{H}}^*dV+\int\limits_{V_1}\operatorname{Re}\frac{1}{2}\dot{\mathbf{J}}_{э}^*\dot{\mathbf{E}}dV+$$
$$+\int\limits_{V_1}\frac{1}{2}\gamma_{\text{м}}|\dot{\mathbf{H}}|^2dV+\int\limits_{V_1}\frac{1}{2}\gamma_{э}|\dot{\mathbf{E}}|^2dV=0.$$

Два последних интеграла в этом соотношении представляют собой усредненную за период мощность, расходуемую на нагрев диэлектрика, обладающего магнитной и электрической проводимостями. Используя соотношения (20.2) и (20.3), можно записать эти интегралы в таком виде:

$$\int\limits_{V_1}\frac{1}{2}\gamma_{\text{м}}|\dot{\mathbf{H}}|^2dV=\frac{1}{2}\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{м}}|\dot{\mathbf{H}}_0|^2h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi\int\limits_0^l e^{-2(h'+h'')\zeta}d\zeta=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2(h'+h'')}\{1-e^{-2(h'+h'')l}\}\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{м}}|\dot{\mathbf{H}}_0|^2h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi, \qquad (20.12)$$

$$\int\limits_{V_1}\frac{1}{2}\gamma_{э}|\dot{\mathbf{E}}|dV=\frac{1}{2}\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{э}|\dot{\mathbf{E}}_0|^2h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi\int\limits_0^l e^{-2(h'+h'')\zeta}d\zeta=$$
$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2(h'+h'')}\{1-e^{-2(h'+h'')l}\}\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{э}|\dot{\mathbf{E}}_0|^2h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi. \qquad (20.13)$$

Здесь интегралы $\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{м}}|\dot{\mathbf{H}}_0|^2h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi$, $\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{э}|\dot{\mathbf{E}}_0|^2h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi$ представляют собой интегралы, взятые по площади поперечного сечения, по координатам ξ и η.

Таким образом, полная мощность, теряемая в диэлектрике, обладающем магнитной и электрической проводимостями,

$$P_{\text{пот. д}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2(h'+h'')}\left\{1-e^{-2(h'+h'')l}\right\}\times$$

$$\times\left(\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{м}}\,|\dot{\mathbf{H}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi+\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{э}}\,|\dot{\mathbf{E}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi\right). \quad (20.14)$$

Мощность, теряемая полем при прохождении участка волновода длиной l, определяется формулой (20.8). Она равна суммарной мощности, теряемой в металле и диэлектрике волноводной системы:

$$P_{\text{п}}=P_{\text{пот}}+P_{\text{пот. д}}.$$

Используя соотношения (20.8), (20.11) и (20.14), получаем

$$P_{\text{п}}=\left\{1-e^{-2(h'+h'')l}\right\}\frac{1}{2}\int\limits_{S_{\text{в}}}\operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}_0\mathbf{H}_0^*]\,d\mathbf{S}=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega}{2\gamma_{\text{э}2}}}\cdot\frac{1}{2(h'+h'')}\left\{1-e^{-2(h'+h'')l}\right\}\times$$

$$\times\left(\int\limits_{\xi}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi d\xi+\int\limits_{\eta}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta d\eta\right)+$$

$$+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2(h'+h'')}\left\{1-e^{-2(h'+h'')l}\right\}\left(\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{м}}\,|\dot{\mathbf{H}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi+\right.$$

$$\left.+\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{э}}\,|\dot{\mathbf{E}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi\right),$$

или после сокращения

$$\int\limits_{S_{\text{в}}}\operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}_0\dot{\mathbf{H}}_0^*]\,d\mathbf{S}=$$

$$=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega}{2\gamma_{\text{э}2}}}\cdot\frac{1}{(h'+h'')}\left(\int\limits_{\xi}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi d\xi+\int\limits_{\eta}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta d\eta\right)+$$

$$+\frac{1}{h'+h''}\left(\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{м}}\,|\dot{\mathbf{H}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi+\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{э}}\,|\dot{\mathbf{E}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi\right).$$

Из этого выражения можно найти суммарный коэффициент затухания $h'+h''$:

$$h'+h''=\frac{\sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega}{2\gamma_{\text{э}2}}}\left(\int\limits_{\xi}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\xi d\xi+\int\limits_{\eta}|\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_\eta d\eta\right)+\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{м}}\,|\dot{\mathbf{H}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi+\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta}\gamma_{\text{э}}\,|\dot{\mathbf{E}}_0|^2 h_\eta d\eta\, h_\xi d\xi}{2\int\limits_{S_{\text{в}}}\operatorname{Re}[\dot{\mathbf{E}}_0\dot{\mathbf{H}}_0^*]\,dS}. \quad (20.15)$$

Каждый из этих коэффициентов определим с помощью формул:

$$h' = \frac{\sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega}{2\gamma_{э2}}}\left(\int\limits_{\xi} |\dot{H}_{0\tau}|^2 h_\xi\, d\xi + \int\limits_{\eta} |\dot{H}_{0\tau}|^2 h_\eta\, d\eta\right)}{2\int\limits_{S_в} \mathrm{Re}\left[\dot{E}_0 \dot{H}_0^*\right] dS}, \tag{20.16}$$

$$h'' = \frac{\int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta} \gamma_м\, |\dot{H}_0|^2 h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi + \int\limits_{\xi}\int\limits_{\eta} \gamma_э\, |\dot{E}_0|^2 h_\eta\, d\eta\, h_\xi\, d\xi}{2\int\limits_{S_в} \mathrm{Re}\left[\dot{E}_0 \dot{H}_0^*\right] dS}. \tag{20.17}$$

Полезно напомнить, что интегралы в знаменателе этих выражений представляют собой интегралы по площади поперечного сечения, занятого электромагнитным полем.

Интегралы в числителе выражения (20.16) берут по ширине каждой из металлических поверхностей, образующих волновод, а интегралы в числителе выражения (20.17) — по площади поперечного сечения диэлектрика волновода. В зависимости от конкретной ситуации могут учитываться оба коэффициента затухания h' и h'' или любой из них.

В диэлектрике могут существовать как потери магнитного и электрического типов, так и отдельно какие-либо из них. Возможны случаи, когда потерями в диэлектрике можно пренебречь. Примеры расчета коэффициента затухания h' даны в приложении II.

ГЛАВА 21

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРАХ. ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР, СОЗДАННЫЙ НА БАЗЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА БЫСТРЫХ ВОЛН

§ 21.1. Общие сведения об объемных резонаторах

В диапазонах дециметровых, сантиметровых и более коротких волн при создании колебательных контуров приходится сталкиваться с серьезными трудностями. Паразитные емкости, уменьшение добротностей индуктивных катушек делают невозможным их использование в указанных диапазонах. Когда размеры колебательного контура становятся соизмеримыми с длиной волны, колебательный контур с сосредоточенными постоянными перестает быть колебательным контуром. В этом случае от систем с сосредоточенными постоянными переходят к системам с распределенными постоянными.

Как известно, замкнутая на конце длинная линия с длиной, равной четверти длины волны подводимого колебания, эквивалентна параллельному колебательному контуру, и часто ее используют