

Каждый из этих коэффициентов определим с помощью формул:

$$h' = \frac{\sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega}{2\gamma_{\vartheta 2}}} \left( \int_{\xi} |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_{\xi} d\xi + \int_{\eta} |\dot{\mathbf{H}}_{0\tau}|^2 h_{\eta} d\eta \right)}{2 \int_{S_B} \operatorname{Re} [\dot{\mathbf{E}}_0 \dot{\mathbf{H}}_0^*] dS}, \quad (20.16)$$

$$h'' = \frac{\int_{\xi} \int_{\eta} \gamma_M |\dot{\mathbf{H}}_0|^2 h_{\eta} d\eta h_{\xi} d\xi + \int_{\xi} \int_{\eta} \gamma_{\vartheta} |\dot{\mathbf{E}}_0|^2 h_{\eta} d\eta h_{\xi} d\xi}{2 \int_{S_B} \operatorname{Re} [\dot{\mathbf{E}}_0 \dot{\mathbf{H}}_0^*] dS}. \quad (20.17)$$

Полезно напомнить, что интегралы в знаменателе этих выражений представляют собой интегралы по площади поперечного сечения, занятого электромагнитным полем.

Интегралы в числителе выражения (20.16) берут по ширине каждой из металлических поверхностей, образующих волновод, а интегралы в числителе выражения (20.17) — по площади поперечного сечения диэлектрика волновода. В зависимости от конкретной ситуации могут учитываться оба коэффициента затухания  $h'$  и  $h''$  или любой из них.

В диэлектрике могут существовать как потери магнитного и электрического типов, так и отдельно какие-либо из них. Возможны случаи, когда потерями в диэлектрике можно пренебречь. Примеры расчета коэффициента затухания  $h'$  даны в приложении II.

## ГЛАВА 21

### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРАХ. ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР, СОЗДАННЫЙ НА БАЗЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА БЫСТРЫХ ВОЛН

#### § 21.1. Общие сведения об объемных резонаторах

В диапазонах дециметровых, сантиметровых и более коротких волн при создании колебательных контуров приходится сталкиваться с серьезными трудностями. Паразитные емкости, уменьшение добротностей индуктивных катушек делают невозможным их использование в указанных диапазонах. Когда размеры колебательного контура становятся соизмеримыми с длиной волны, колебательный контур с сосредоточенными постоянными перестает быть колебательным контуром. В этом случае от систем с сосредоточенными постоянными переходят к системам с распределенными постоянными.

Как известно, замкнутая на конце длинная линия с длиной, равной четверти длины волны подводимого колебания, эквивалентна параллельному колебательному контуру, и часто ее используют

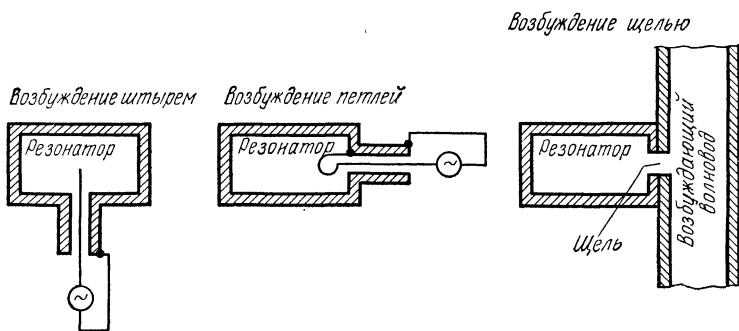


Рис. 21.1

в качестве колебательного контура. Однако понятие «длинная линия» справедливо до тех пор, пока поперечные размеры линии существенно меньше длины волны. Практически отрезки длинных линий могут служить колебательными контурами в метровом и дециметровом диапазонах волн.

Обычно в качестве длинных линий в этих диапазонах применяют отрезки коаксиальных волноводов, и созданный подобным образом колебательный контур называют *коаксиальным объемным резонатором*.

В короткой части дециметрового диапазона, а также в сантиметровом диапазоне волн в коаксиальных резонаторах помимо волн типа  $T$ , на которых они работают, возможно возбуждение волн высших волноводных типов, что затрудняет использование этих резонаторов.

В этих диапазонах широкое распространение нашли объемные резонаторы на базе волноводов быстрых волн различных сечений. Отрезок волновода закрывают с двух сторон металлическими стенками, через отверстия в стенках вводят штыврь или петлю так, как показано на рис. 21.1, с помощью которых в резонаторе возбуждается электромагнитное поле. Возбуждение резонатора возможно также осуществлять с помощью щелей, прорезанных в стенках резонатора, и возбуждающего волновода (рис. 21.1). Электромагнитная волна, распространяющаяся в резонаторе, испытывает многократное отражение от стенок и при благоприятных фазовых соотношениях между падающими и отраженными волнами в системе могут установиться незатухающие колебания.

Одним из основных свойств подобных систем является их высокая добротность, достигающая десятков тысяч. В случае применения криогенной техники и сверхпроводящих материалов для стенок резонаторов их добротность можно существенно повысить. Как было установлено, волноводы быстрых волн нормально работают, когда их поперечные размеры соизмеримы с длиной волны. При переходе к диапазонам миллиметровых и субмиллиметровых волн использование волноводов быстрых волн становится затруднительным, так как их поперечные размеры становятся весьма малыми.

При создании резонаторов в диапазонах миллиметровых и субмиллиметровых волн применяют волноводы медленных волн, рабо-

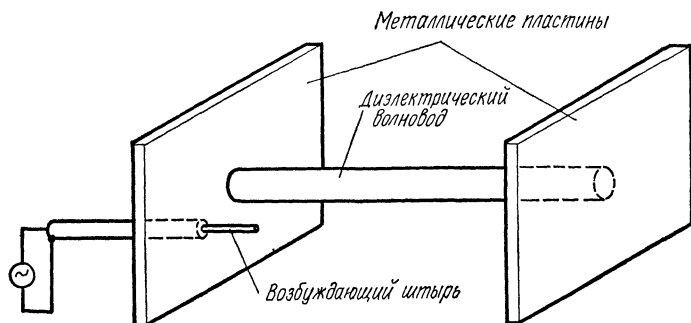


Рис. 21.2

тающие в этих диапазонах. При этом участок волновода медленных волн ограждают с двух сторон металлическими пластинами (рис.21.2, в случае круглого диэлектрического волновода). Возможно большое разнообразие конструкций объемных резонаторов, использующих волноводы медленных волн. В диапазоне субмиллиметровых волн находят применение объемные резонаторы так называемого открытого вида, построенные по типу оптических интерферометров. Рассмотрение этих резонаторов выходит за рамки настоящей книги.

### § 21.2. Вывод выражений для составляющих поля электрического типа в резонаторе, созданном на базе прямоугольного волновода быстрых волн

Используем в качестве объемного резонатора отрезок прямоугольного волновода длиной  $l$ , внутренние размеры которого показаны на рис.21.3. За исходные возьмем соотношения (13.29) — (13.34) для составляющих поля электрического типа в прямоугольном волноводе, выведенные в § 13.2.

Эти выражения характеризуют поле, движущееся в волноводе в сторону положительных значений оси  $z$ . В объемном резонаторе в результате отражения волны от стенки, закрывающей волновод, возникает электромагнитное поле, перемещающееся в обратном направлении, в сторону отрицательных значений оси  $z$ . Отраженная волна отличается от падающей волны знаком перед продольной постоянной распространения  $h$ . В § 12.2 были получены выражения для фазовой скорости волны, распространяющейся в волноводе в сторону положительных и отрицательных значений оси  $z$ . В первом случае фазовая скорость  $v_{\phi} = \omega/h$ , во втором  $v_{\phi} = -\omega/h$ .

Таким образом, чтобы получить выражения для составляющих поля отраженной волны, в

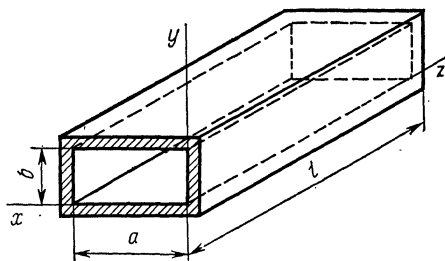


Рис. 21.3

формулах (13.29) — (13.34) достаточно изменить на обратный знак перед постоянной  $h$  и амплитудный коэффициент прямой волны  $C_1$  заменить амплитудным коэффициентом  $C_3$  отраженной волны. В результате этих операций получаются следующие выражения для составляющих поля отраженной волны:

$$\dot{E}_{x_0} = -j \frac{h}{g_{mn}^2} C_3 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.1)$$

$$\dot{E}_{y_0} = -j \frac{h}{g_{mn}^2} C_3 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.2)$$

$$\dot{E}_{z_0} = C_3 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.3)$$

$$\dot{H}_{x_0} = -j \frac{\omega \varepsilon_a}{g_{mn}^2} C_3 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.4)$$

$$\dot{H}_{y_0} = j \frac{\omega \varepsilon_a}{g_{mn}^2} C_3 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.5)$$

$$\dot{H}_{z_0} = 0. \quad (21.6)$$

Суммарное поле в резонаторе является суперпозицией прямой и отраженной волн. При этом должны быть соблюдены граничные условия у стенок, ограничивающих волновод:

$$\dot{E}_z = 0 \quad (\text{при } z=0 \text{ и } z=l). \quad (21.7)$$

Тангенциальными по отношению к ограничивающим стенкам, лежащим в плоскости  $xy$ , являются составляющие  $\dot{E}_{xp}$ ,  $\dot{E}_{yp}$  суммарного поля в резонаторе:

$$\dot{E}_{xp} = \dot{E}_x + \dot{E}_{x_0}, \quad \dot{E}_{yp} = \dot{E}_y + \dot{E}_{y_0}. \quad (21.8)$$

При этом граничные условия записываются в виде

$$\dot{E}_x + \dot{E}_{x_0} = 0 \quad (\text{при } z=0 \text{ и } z=l), \quad (21.9)$$

$$\dot{E}_y + \dot{E}_{y_0} = 0 \quad (\text{при } z=0 \text{ и } z=l). \quad (21.10)$$

Подставляя в граничные условия (21.9) выражения для  $\dot{E}_x$  и  $\dot{E}_{x_0}$  (13.29) и (21.1), получаем

$$j \frac{h}{g_{mn}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) (C_1 e^{-jhz} - C_3 e^{jhz}) = 0$$

(при  $z=0$  и  $z=l$ ),

откуда

$$C_1 - C_3 = 0, \quad \text{или } C_1 = C_3 \quad (21.11)$$

и

$$j \frac{h}{g_{mn}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) C_1 (e^{-jhl} - e^{jhl}) = 0.$$

Учитывая, что  $\frac{e^{jhl} - e^{-jhl}}{2j} = \sin(hl)$ , можно написать

$$j \frac{h}{g_{mn}^2} \cdot \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) C_1 (-2j) \sin(hl) = 0.$$

Отсюда

$$\sin(hl) = 0, \quad hl = p\pi, \quad (21.12)$$

где

$$h = \frac{p\pi}{l} \quad (p = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (21.13)$$

К аналогичным результатам приводит выполнение граничных условий (21.10). Используя равенства (21.11) и соотношения (13.29)—(13.34), (21.1)—(21.6), получаем следующие выражения для составляющих суммарного поля в резонаторе:

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{xp} &= j \frac{h}{g_{mn}^2} C_1 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) (e^{-jhz} - e^{jhz}), \\ \dot{E}_{yp} &= j \frac{h}{g_{mn}^2} C_1 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) (e^{-jhz} - e^{jhz}), \\ \dot{E}_{zp} &= C_1 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) (e^{-jhz} + e^{jhz}), \\ \dot{H}_{xp} &= -j \frac{\omega_p \epsilon_a}{g_{mn}^2} C_1 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) (e^{-jhz} + e^{jhz}), \\ \dot{H}_{yp} &= j \frac{\omega_p \epsilon_a}{g_{mn}^2} C_1 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) (e^{-jhz} + e^{jhz}), \\ \dot{H}_{zp} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

В эти выражения вместо частоты  $\omega$  входит резонансная частота  $\omega_p$  объемного резонатора.

В силу справедливости соотношений

$$\frac{e^{jhz} - e^{-jhz}}{2j} = \sin(hz), \quad \frac{e^{jhz} + e^{-jhz}}{2} = \cos(hz) \quad (21.14)$$

составляющие поля в резонаторе с учетом формулы (21.13) приобретают такой вид:

$$\dot{E}_{xp} = 2 \frac{p\pi}{lg_{mn}^2} C_1 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.15)$$

$$\dot{E}_{yp} = 2 \frac{p\pi}{lg_{mn}^2} C_1 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.16)$$

$$\dot{E}_{zp} = 2C_1 \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.17)$$

$$\dot{H}_{xp} = -j2 \frac{\omega_p \epsilon_a}{g_{mn}^2} C_1 \frac{n\pi}{b} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.18)$$

$$\dot{H}_{yp} = j2 \frac{\omega_p \epsilon_a}{g_{mn}^2} C_1 \frac{m\pi}{a} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.19)$$

$$\dot{H}_{zp} = 0. \quad (21.20)$$

При  $p=0$  исчезают составляющие поля  $\dot{E}_{xp}$  и  $\dot{E}_{yp}$ , но остаются составляющие  $\dot{E}_{zp}$ ,  $\dot{H}_{xp}$ ,  $\dot{H}_{yp}$ . Таким образом, ряд целых чисел в выражении (21.13) может начинаться с нуля.

В отличие от волновода поле в объемном резонаторе представляет собой стоячие волны по всем трем координатным направлениям.

Поперечное волновое число  $g_{mn}$  находят с помощью формулы (13.23). В случае волн электрического типа индексы  $m$  и  $n$  не могут быть равны нулю.

Поле в резонаторе определяется тремя индексами:  $m$ ,  $n$  и  $p$ . Волна электрического типа обозначается  $E_{mnp}$ .

### § 21.3. Вывод выражений для составляющих поля магнитного типа в резонаторе, созданном на базе прямоугольного волновода быстрых волн

За исходные примем выражения (13.52)—(13.57) для составляющих поля магнитного типа в прямоугольном волноводе, выведенные в § 13.3.

Изменяя на обратный знак перед постоянной  $h$ , вводя новый амплитудный коэффициент  $C_4$ , получаем следующие формулы для составляющих поля отраженной волны:

$$\dot{H}_{x0} = -j \frac{h}{g_{mn}^2} C_4 \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.21)$$

$$\dot{H}_{y0} = -j \frac{h}{g_{mn}^2} C_4 \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.22)$$

$$\dot{H}_{z0} = C_4 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.23)$$

$$\dot{E}_{x0} = j \frac{\omega\mu_a}{g_{mn}^2} C_4 \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.24)$$

$$\dot{E}_{y0} = -j \frac{\omega\mu_a}{g_{mn}^2} C_4 \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) e^{jhz}, \quad (21.25)$$

$$\dot{E}_{z0} = 0. \quad (21.26)$$

Применяя граничные условия (21.9), получаем

$$j \frac{\omega\mu_a}{g_{mn}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) (C_2 e^{-jhz} + C_4 e^{jhz}) = 0$$

(при  $z=0$  и  $z=l$ ),

откуда

$$C_4 = -C_2 \quad (21.27)$$

и

$$j \frac{\omega\mu_a}{g_{mn}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) C_2 (e^{-jhl} - e^{jhl}) = 0.$$

С учетом того что  $\frac{e^{jhl} - e^{-jhl}}{2j} = \sin(hl)$ ,

граничное условие записывают в виде

$$-j2 \frac{\omega \mu_a}{g_{mn}^2} \cdot \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) C_2 \sin(hl) = 0.$$

Отсюда

$$\sin(hl) = 0, \quad hl = p\pi, \quad (21.28)$$

где  $h = \frac{p\pi}{l}$  ( $p = 1, 2, 3 \dots$ ).

В отличие от выражения (21.13) для волн магнитного типа ряд чисел  $p$  нельзя начинать с нуля. Как будет показано далее, при  $p = 0$  исчезают все составляющие поля.

Проводя действия, аналогичные § 21.2, учитывая соотношения (21.14), (21.27), (21.28), находим составляющие поля волн магнитного типа в резонаторе:

$$\dot{H}_{xp} = j2 \frac{f\pi}{lg_{mn}^2} C_2 \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.29)$$

$$\dot{H}_{yp} = j2 \frac{p\pi}{lg_{mn}^2} C_2 \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.30)$$

$$\dot{H}_{zp} = -j2C_2 \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.31)$$

$$\dot{E}_{xp} = 2 \frac{\omega_p \mu_a}{g_{mn}^2} C_2 \frac{n\pi}{b} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.32)$$

$$\dot{E}_{yp} = -2 \frac{\omega_p \mu_a}{g_{mn}^2} C_2 \frac{m\pi}{a} \sin\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (21.33)$$

$$\dot{E}_{zp} = 0. \quad (21.34)$$

Видно, что при  $p = 0$ , все составляющие поля обращаются в нуль, поэтому ряд чисел  $p$  в формуле (21.28) должен начинаться с единицы. Поперечное волновое число  $g_{mn}$  определяется формулой (13.23). Индексы  $m$  и  $n$  могут быть равны нулю только поочередно. Одновременное равенство их нулю невозможно, так как при этом все составляющие поля обращаются в нуль.

Волны магнитного типа, так же как и волны электрического типа, определяют тремя индексами:  $m$ ,  $n$  и  $p$  и обозначают  $H_{mnp}$ .

#### § 21.4. Определение резонансной частоты и основных типов волн в случае волн электрического и магнитного типов в резонаторе, созданном на базе прямоугольного волновода быстрых волн

Продольное  $h$  и поперечное  $g_{mn}$  волновые числа в волноводах связаны между собой соотношением (13.35). Это соотношение справедливо и для объемных резонаторов с той лишь разницей, что при исследовании процессов в волноводах под частотой  $\omega$  понимают частоту колебаний, подводимых к волноводу от генератора, а в объем-

ных резонаторах частоту  $\omega$  заменяют резонансной частотой  $\omega_p$  собственных колебаний в резонаторе. С учетом этого выражение (13.35) необходимо переписать в форме

$$h = \sqrt{\omega_p^2 \mu_a \varepsilon_a - g_{mn}^2}, \quad (21.35)$$

откуда резонансная частота

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} \sqrt{h^2 + g_{mn}^2}. \quad (21.36)$$

С учетом формул (21.13), (21.28), (13.23) для резонансной частоты получаем

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}. \quad (21.37)$$

Это соотношение пригодно для волн электрического и магнитного типов. Важно только помнить, что для волн электрического типа ряд чисел  $m$  и  $n$  должен начинаться с единицы (нулевые значения запрещены), а ряд чисел  $p$  может быть начат с нуля. В случае волн магнитного типа числа  $m$  и  $n$  поочередно могут быть равны нулю, но ряд чисел  $p$  должен начинаться с единицы.

В силу справедливости соотношения (12.29) резонансная частота

$$\omega_p = c \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \left(\frac{p\pi}{l}\right)^2}. \quad (21.38)$$

Используя соотношение (21.38), нетрудно получить выражения для резонансной частоты  $f_p$  и резонансной длины волны  $\lambda_p$ :

$$f_p = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}, \quad (21.39)$$

$$\lambda_p = \frac{c}{f_p} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2 + \left(\frac{p}{l}\right)^2}}. \quad (21.40)$$

Нельзя забывать, что резонансная длина волны  $\lambda_p$  (21.40) соответствует среде с параметрами  $\mu_a$ ,  $\varepsilon_a$ , заполняющей резонатор.

Как следует из выведенных соотношений, в резонаторе могут существовать волны различных типов с разными резонансными частотами. Другими словами, резонатор в отличие от обычного параллельного колебательного контура представляет собой многоволновую систему.

Аналогично волноводам, при анализе процессов в резонаторах может быть поставлен вопрос о волнах основного типа, обладающего наибольшей резонансной длиной волны  $\lambda_p$  и наименьшей резонансной частотой  $\omega_p$ .

Для волн электрического типа наименьшими допустимыми значениями индексов  $m$ ,  $n$ ,  $p$  являются

$$m = 1, n = 1, p = 0. \quad (21.41)$$



Этим индексам соответствует волна типа  $E_{110}$  с резонансной частотой

$$\omega_p(E_{110}) = \pi c \sqrt{1/a^2 + 1/b^2} \quad (21.42)$$

и резонансной длиной волны

$$\lambda_p(E_{110}) = \frac{2}{\sqrt{1/a^2 + 1/b^2}} \cdot \quad (21.43)$$

Для волн магнитного типа наименьшие допустимые значения индексов  $m$ ,  $n$ ,  $p$  определяются равенствами:

$$m = 1, \quad n = 0, \quad p = 1. \quad (21.44)$$

Этим индексам соответствует волна типа  $H_{101}$  с резонансной частотой

$$\omega_p(H_{101}) = \pi c \sqrt{1/a^2 + 1/l^2} \quad (21.45)$$

и резонансной длиной волны

$$\lambda_p(H_{101}) = \frac{2}{\sqrt{1/a^2 + 1/l^2}} \cdot \quad (21.46)$$

В случае волны типа  $E_{110}$ , резонансная частота  $\omega_{pE(110)}$  не зависит от длины резонатора  $l$ , а в случае волны типа  $H_{101}$  — от высоты  $b$  резонатора.

### § 21.5. Условия существования в резонаторе волн заданного типа

Как указывалось, резонатор представляет собой отрезок волновода длиной  $l$ , замкнутый с двух сторон металлическими плоскостями. Следовательно, условия существования волн заданного типа определяются прежде всего возможностью распространения волны типов  $E_{mn}$  и  $H_{mn}$  в заданном волноводе. Эти вопросы были рассмотрены в § 13.5. Общее условие распространения волн типа  $E_{mn}$  или  $H_{mn}$  определяется формулой (13.76). В резонаторах  $\lambda = \lambda_p$ , и условие (13.76) записывается в виде

$$\lambda_p < \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}} \cdot \quad (21.47)$$

Допустим, размеры  $a$  и  $b$  выбраны так, что это условие удовлетворяется, волны с индексами  $m$  и  $n$  распространяются, а волны с индексами  $m+1$ ,  $n$  или  $m$ ,  $n+1$  затухают, и для них неравенство (21.47) не выполняется.

Необходимо найти условие, определяющее длину резонатора  $l$ , при котором возможно существование волн типа  $E_{mnp}$  или  $H_{mnp}$ .

В случае волн типа  $E_{mn0}$  такого условия не существует, так как резонансная длина волны не зависит от длины резонатора  $l$ . При этом в соответствии с формулой (21.40)

$$\lambda_p = \frac{2}{\sqrt{(m/a)^2 + (n/b)^2}} \cdot \quad (21.48)$$

Сравнивая это выражение с (21.47), можно сделать вывод, что при  $p=0$  в резонаторе создаются волны электрического типа, соответствующие критическому случаю — границе условий распространения волн типа  $E_{mn}$  в волноводе.

При  $p \neq 0$  резонансная длина волн уменьшается по сравнению с критическим случаем [формула (21.48)] и соблюдается условие распространения (21.47) волн с индексами  $m, n$  в волноводе. Тогда при заданных размерах  $a$  и  $b$ , типе волны и резонансной длине волн  $\lambda_p$  длину резонатора  $l$  определяют однозначно из выражения (21.40):

$$l = \frac{p}{\sqrt{(2/\lambda_p)^2 - (m/a)^2 - (n/b)^2}}. \quad (21.49)$$

### § 21.6. Картины поля в прямоугольном резонаторе

Сравнивая соотношения (13.29) — (13.34) для составляющих поля в прямоугольном волноводе в случае волн электрического типа с выражениями (21.15) — (21.20) для составляющих поля в прямоугольном объемном резонаторе в случае волн электрического типа, можно заметить, что законы изменения поля вдоль осей  $x, y$  в волноводе и резонаторе одинаковы. Разница заключается в характере изменения поля вдоль оси  $z$ . В волноводе поле представляет собой бегущую волну, в объемном резонаторе — стоячую волну. Аналогичная картина наблюдается при сопоставлении выражений (13.52) — (13.57) и (21.29) — (21.34), справедливых для полей магнитного типа соответственно в волноводе и резонаторе.

Таким образом, в плоскости поперечного сечения, в координатах  $x, y$  картины поля в волноводе и объемном резонаторе будут иметь

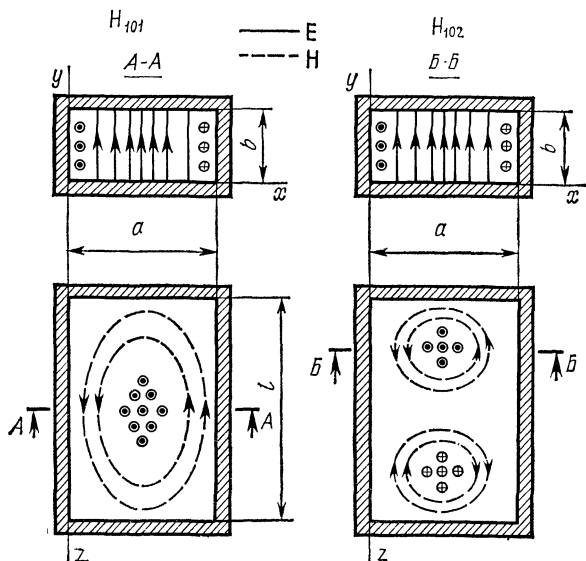


Рис. 21.4

сходный характер. При рассмотрении картин поля вдоль оси  $z$  должны быть соблюдены граничные условия у поверхности идеального металла, согласно которым у поперечных стенок резонатора, расположенных в плоскостях  $z=0$  и  $z=l$ , должны существовать тангенциальные к стенкам составляющие магнитного поля и не может быть тангенциальных составляющих электрического поля. Это приводит к сдвигу картин электрического и магнитного полей в объемном резонаторе на четверть длины волны вдоль оси  $z$  по сравнению с мгновенными картинками поля в волноводе. Выражения (13.94), (13.95), (13.96), полученные в § 13.7 для волны типа  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе, соответствуют мгновенной картине поля в момент времени  $t=0$ .

В объемном резонаторе составляющие поля определяются формулами (21.29) — (21.34). При индексах  $m=1$ ,  $n=0$  и  $p=1$  они записываются в форме

$$\dot{H}_{xp} = j2 \frac{\pi}{g_{mn}^2 l} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{\pi}{l} z\right), \quad (21.50)$$

$$\dot{H}_{zp} = -j2C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right), \quad (21.51)$$

$$\dot{E}_{yp} = -\frac{2\omega_p \mu_a}{g_{mn}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right). \quad (21.52)$$

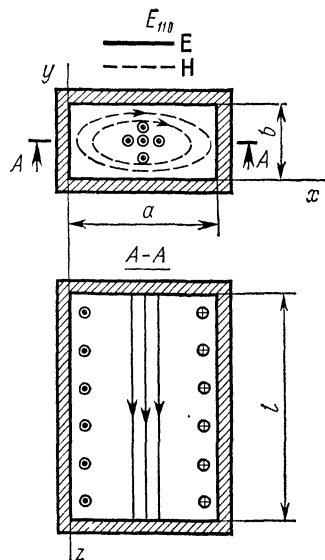


Рис. 21.5

Сравнивая выражения (13.94) — (13.96) и (21.50) — (21.52), можно заметить смещение магнитного и электрического полей на четверть длины волны вдоль оси  $z$  в резонаторе по сравнению с волноводом. С учетом сказанного можно легко построить картины поля в объемном резонаторе, взяв за основу картины поля в волноводе с индексами  $m$  и  $n$ , соответствующими индексам поля в резонаторе. В качестве примера на рис. 21.4 показана картина поля волн типов  $H_{101}$  и  $H_{102}$ , а на рис. 21.5 — картина поля волны типа  $E_{110}$ , при которой резонансная частота не зависит от длины резонатора  $l$ . В соответствии с выражениями (21.15) — (21.20) при этом  $\dot{E}_{xp} = \dot{E}_{yp} = 0$  и существует только одна составляющая электрического поля  $\dot{E}_{zp}$ . Картина поля этой волны в плоскости  $x, y$  отличается от картины поля соответствующей волны типа  $E_{11}$  в прямоугольном волноводе (см. рис. 13.3).