

**ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР, СОЗДАННЫЙ НА БАЗЕ
КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА БЫСТРЫХ ВОЛН**

**§ 22.1. Вывод выражений для составляющих поля
электрического типа в резонаторе, созданном на базе
круглого волновода быстрых волн**

Используем в качестве объемного резонатора отрезок круглого волновода длиной l , радиусом r_0 , внутренние размеры которого показаны на рис. 22.1.

В качестве исходных возьмем соотношения (14.33) — (14.38) для составляющих электрического поля в круглом волноводе, выведенные в § 14.2.

Дальнейшие рассуждения не отличаются от тех, которые были приведены при исследовании поля в прямоугольном резонаторе.

Записывают выражения для обратной волны в резонаторе, отраженной от стенки резонатора, расположенной в плоскости $z = l$. Для этого в приведенных выражениях изменяют знаки перед постоянной h и вводят амплитудный коэффициент отраженной волны C_3 . В результате этих операций получаются следующие выражения, характеризующие поле отраженной волны:

$$\dot{E}_{r_0} = j \frac{hr_0}{\eta_{mn}} C_3 J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.1)$$

$$\dot{E}_{\varphi_0} = -j \frac{hr_0^2}{r\eta_{mn}} C_3 m J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.2)$$

$$\dot{E}_{z_0} = C_3 J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.3)$$

$$\dot{H}_{r_0} = -j \frac{\omega \varepsilon_a r_0^2}{r\eta_{mn}} C_3 m J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.4)$$

$$\dot{H}_{\varphi_0} = -j \frac{\omega \varepsilon_a r_0}{\eta_{mn}} C_3 J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.5)$$

$$\dot{H}_{z_0} = 0. \quad (22.6)$$

Суммарное поле в резонаторе представляет собой суперпозицию падающей и отраженной волн. При этом должны быть соблюдены граничные условия:

$$\dot{E}_{rp} = \dot{E}_r + \dot{E}_{r_0} = 0 \quad (\text{при } z = 0 \text{ и } z = l),$$

$$\dot{E}_{\varphi p} = \dot{E}_{\varphi} + \dot{E}_{\varphi_0} = 0 \quad (\text{при } z = 0 \text{ и } z = l).$$

Подставляя выражение для \dot{E}_r и \dot{E}_{r_0} и используя граничные условия при $z = 0$, получаем

$$j \frac{hr_0}{\eta_{mn}} J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) (C_3 - C_1) = 0,$$

откуда

$$C_3 = C_1. \quad (22.7)$$

Применение граничных условий при $z=l$ и соблюдении равенства (22.7) приводит к соотношению

$$j \frac{hr_0}{\eta_{mn}} J'_{mn} \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) C_1 \times \\ \times (e^{jhl} - e^{-jhl}) = 0.$$

Учитывая формулу (21.14), можно записать граничные условия в виде

$$-2 \frac{hr_0}{\eta_{mn}} J'_{mn} \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) C_1 \sin(hl) = 0.$$

Отсюда

$$\sin(hl) = 0 \text{ и } hl = p\pi,$$

где p — ряд целых чисел, который, как будет показано в дальнейшем, может быть начат с нуля.

Таким образом,

$$h = p\pi/l, \quad p = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (22.8)$$

Используя выражения (14.33)—(14.38) и (22.1)—(22.6), а также соотношения (22.7), (22.8), (21.14) можно написать следующие формулы для суммарного поля в резонаторе:

$$\dot{E}_{rp} = -2 \frac{p\pi r_0}{l\eta_{mn}} C_1 J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.9)$$

$$\dot{E}_{\varphi p} = 2 \frac{p\pi r_0^2}{rl\eta_{mn}^2} C_1 m J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.10)$$

$$\dot{E}_{zp} = 2C_1 J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.11)$$

$$\dot{H}_{rp} = -2j \frac{\omega \epsilon_a r_0^2}{r\eta_{mn}^2} C_1 m J_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.12)$$

$$\dot{H}_{\varphi p} = -2j \frac{\omega p \epsilon_a r_0}{\eta_{mn}} C_1 J'_m \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.13)$$

$$\dot{H}_{zp} = 0. \quad (22.14)$$

Так же как и в прямоугольном резонаторе, волну электрического типа в круглом резонаторе обозначают E_{mnp} , где m — число вариаций поля вдоль координаты φ , а также порядок функции Бесселя, n — номер корня функции Бесселя и p — число вариаций поля вдоль оси z резонатора. При $p=0$ исчезают составляющие \dot{E}_{rp} и $\dot{E}_{\varphi p}$, но сохраняются составляющие \dot{E}_{zp} , \dot{H}_{rp} и $\dot{H}_{\varphi p}$, не зависящие от координаты z .

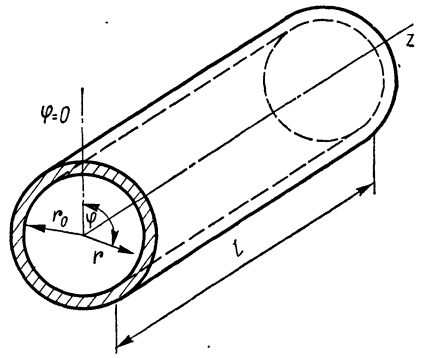


Рис. 22.1

§ 22.2. Вывод выражений для составляющих поля магнитного типа в резонаторе, созданном на базе круглого волновода быстрых волн

Используя выражения (14.51)—(14.56), определяющие поле магнитного типа в волноводе, можно записать соотношения для составляющих поля обратной волны:

$$\dot{H}_{r_0} = j \frac{hr_0}{\mu_{mn}} C_4 J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.15)$$

$$\dot{H}_{\varphi_0} = -j \frac{hr_0^2}{r\mu_{mn}^2} C_4 m J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.16)$$

$$\dot{H}_{z_0} = C_4 J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.17)$$

$$\dot{E}_{r_0} = j \frac{\omega \mu_a r_0^2}{r \mu_{mn}^2} C_4 m J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.18)$$

$$\dot{E}_{\varphi_0} = j \frac{\omega \mu_a r_0}{\mu_{mn}} C_4 J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) e^{jhz}, \quad (22.19)$$

$$\dot{E}_{z_0} = 0. \quad (22.20)$$

Суперпозируя поля прямой и обратной волн, применяя граничные условия при $z=0$ и $z=l$ и соотношения (21.14) так, как это делалось в § 22.1, получаем окончательно

$$C_4 = -C_2, \quad (22.21)$$

$$h = \frac{p\pi}{l}, \quad p = 1, 2, 3 \dots \quad (22.22)$$

$$\dot{H}_{r_p} = -2j \frac{p\pi r_0}{l\mu_{mn}} C_2 J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.23)$$

$$\dot{H}_{\varphi_p} = 2j \frac{p\pi r_0^2}{lr\mu_{mn}^2} C_2 m J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) \cos\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.24)$$

$$\dot{H}_{z_p} = -2j C_2 J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.25)$$

$$\dot{E}_{r_p} = 2 \frac{\omega_p \mu_a r_0^2}{r \mu_{mn}^2} C_2 m J_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \sin(m\varphi) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.26)$$

$$\dot{E}_{\varphi_p} = 2 \frac{\omega_p \mu_a r_0}{\mu_{mn}} C_2 J'_m \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0} r \right) \cos(m\varphi) \sin\left(\frac{p\pi}{l} z\right), \quad (22.27)$$

$$\dot{E}_{z_p} = 0. \quad (22.28)$$

Волны магнитного типа обозначают H_{mnp} , где m и p —числа вариаций по координатам φ и z , а n —номер корня производной функций Бесселя. Ряд для индекса p должен начинаться с единицы, так как при $p=0$ все составляющие поля исчезают.

§ 22.3. Определение резонансной частоты и основных типов волн в случае волн электрического и магнитного типов в резонаторе, созданном на базе круглого волновода быстрых волн

При исследовании процессов в круглом волноводе были выведены соотношения (14.40), (14.57) для продольных волновых чисел в случае волн электрического и магнитного типов. Они справедливы и для круглого объемного резонатора с той разницей, что вместо частоты колебаний ω следует брать резонансную частоту колебаний в резонаторе ω_p . Кроме того, необходимо учесть выражение (22.8) в случае волн электрического типа и (22.22) в случае волн магнитного типа.

С учетом сказанного выражения (14.40) и (14.57) записывают в виде

$$\frac{\rho\pi}{l} = \sqrt{\omega_p^2 \mu_a \varepsilon_a - \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0}\right)^2},$$

$$\frac{\rho\pi}{l} = \sqrt{\omega_p^2 \mu_a \varepsilon_a - \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0}\right)^2}.$$

Из первого выражения можно получить формулу для резонансной частоты круглого резонатора в случае волн электрического типа:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} \sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0}\right)^2} = c \sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0}\right)^2} \quad (p=0, 1, 2, 3, \dots). \quad (22.29)$$

Соответственно нетрудно найти формулы для резонансной частоты f_p и длины волны λ_p :

$$f_p = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0}\right)^2}, \quad (22.30)$$

$$\lambda_p = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0}\right)^2}}. \quad (22.31)$$

В случае волн магнитного типа справедливы соотношения

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{\mu_a \varepsilon_a}} \sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0}\right)^2} = c \sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0}\right)^2} \quad (p=1, 2, 3, \dots), \quad (22.32)$$

$$f_p = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0}\right)^2}, \quad (22.33)$$

$$\lambda_p = \frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{\rho\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0}\right)^2}}. \quad (22.34)$$

Так же как и прямоугольный резонатор, круглый резонатор представляет собой многоволновую систему, для которой основными являются колебания, обладающие наибольшей резонансной длиной

волны. При заданных размерах резонатора l и r_0 , как следует из соотношений (22.31) и (22.34), основные волны возникают при наименьших значениях индекса p и коэффициентов η_{mn} и μ_{mn} . В соответствии с табл. 14.1 и 14.2 наименьшими значениями η_{mn} и μ_{mn} являются

$$\eta_{01} = 2,405 \quad \text{и} \quad \mu_{11} = 1,84.$$

В случае волн электрического типа допустимо значение $p=0$. Волнам магнитного типа соответствует наименьшее значение $p=1$. Следовательно, для волн электрического типа основной является волна типа E_{010} с резонансной частотой

$$\omega_p(E_{010}) = c \frac{2,405}{r_0}, \quad (22.35)$$

а для волн магнитного типа — волна H_{111} , резонансная частота которой

$$\omega_p(H_{111}) = c \sqrt{\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{1,84}{r_0}\right)^2}. \quad (22.36)$$

В случае волн электрического типа с нулевым последним индексом резонансная частота зависит только от диэлектрика, заполняющего резонатор, и его радиуса.

§ 22.4. Условия существования в резонаторе волн заданного типа

Условия существования волн заданного типа определяются прежде всего возможностью их распространения в волноводе, на базе которого построен резонатор. Эти вопросы были рассмотрены в § 14.4.

Для волн электрического типа условием распространения является неравенство $\lambda < \lambda_{кр}$, где $\lambda_{кр}$ находят с помощью соотношения (14.58). В случае волн магнитного типа справедливо соотношение (14.59) для $\lambda_{кр}$. В резонаторе длина волны колебания равна резонансной длине волны, определяемой соотношениями (22.31) и (22.34). Соответственно условия распространения записываются в форме

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{p\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\eta_{mn}}{r_0}\right)^2}} < \frac{2\pi r_0}{\eta_{mn}}, \quad (22.37)$$

$$\frac{2\pi}{\sqrt{\left(\frac{p\pi}{l}\right)^2 + \left(\frac{\mu_{mn}}{r_0}\right)^2}} < \frac{2\pi r_0}{\mu_{mn}}. \quad (22.38)$$

При $p \neq 0$ эти неравенства всегда соблюдаются. В случае волн электрического типа при $p=0$ неравенство (22.37) переходит в равенство. В резонаторе при этом существуют колебания, соответствующие критическому случаю — границе условий распространения волн типа E_{mn} в круглом волноводе.

§ 22.5. Картины поля в круглом резонаторе

Сравнивая выражения (14.33) — (14.38) для составляющих поля электрического типа в круглом волноводе с выражениями (22.9) — (22.14) для составляющих поля в резонаторе и проводя аналогичное сравнение формул (14.51) — (14.56) и (22.23) — (22.28) для волн магнитного типа, можно установить, что характер изменения поля вдоль координат r и φ в резонаторе такой же, как и в волноводе. Аналогично прямоугольным резонаторам необходимость соблюдения граничных условий приводит к тому, что электрическое и магнитное поля в объемном резонаторе смещаются относительно друг друга на четверть длины волны по сравнению с положением полей в волноводе. Поэтому картину поля в объемном резонаторе нетрудно построить по известной картине поля в волноводе с индексами m и n , соответствующими волнам в резонаторе.

На рис. 22.2 и 22.3 в качестве примера показаны картины поля волн основных типов E_{010} и H_{111} .

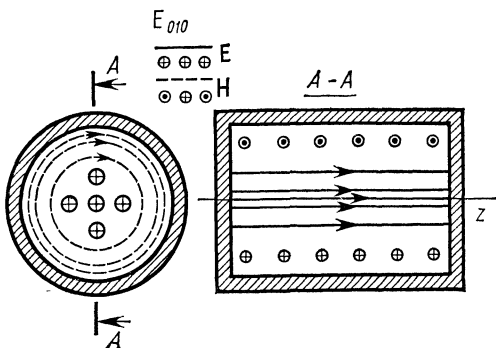


Рис. 22.2

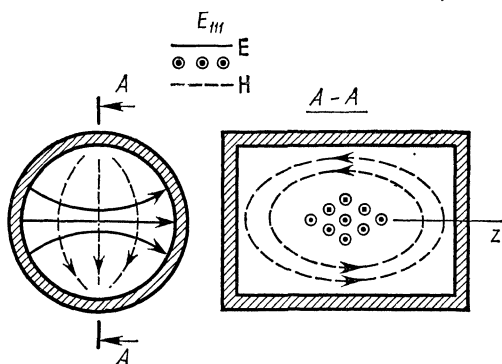


Рис. 22.3

ГЛАВА 23

ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР, СОЗДАННЫЙ НА БАЗЕ КРУГЛОГО КОАКСИАЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

§ 23.1. Постановка вопроса

Обычно при работе с коаксиальными волноводами используют волны типа Т, при которых критическая частота уменьшается до нулевого значения. Объемные резонаторы, построенные на базе таких волноводов, также используют волны типа Т. Эти резонаторы, широко применяемые в диапазоне дециметровых волн и короткой части метрового диапазона, будут рассмотрены в настоящей главе.