

Рис. 23.3

зонатора с внешними устройствами осуществляется посредством штырей или петель (см. рис. 23.2). На рис. 23.3 показана картина электрического и магнитного полей в коаксиальном резонаторе.

ГЛАВА 24

ОБЪЕМНЫЙ РЕЗОНАТОР, СОЗДАННЫЙ НА БАЗЕ Н-ОБРАЗНОГО МЕТАЛЛОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА МЕДЛЕННЫХ ВОЛН

§ 24.1. Постановка вопроса

В § 16.4 был описан Н-образный металлодиэлектрический волновод медленных волн, представляющий собой реальный волновод медленных волн, созданный на базе диэлектрической пластины. В настоящей главе будет показано использование подобного волновода в качестве объемного резонатора, работающего на медленных волнах. Схематический вид резонатора показан на рис. 24.1.

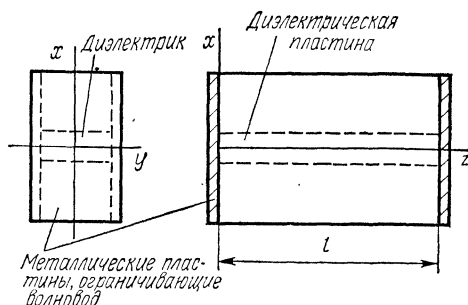


Рис. 24.1

§ 24.2. Вывод соотношений для составляющих поля магнитного типа в Н-образном металлодиэлектрическом волноводе медленных волн

Рассматриваемый волновод работает на волнах магнитного типа с составляющими поля \dot{H}_x , \dot{E}_y , \dot{H}_z . Оси координат расположены так, как показано на рис. 16.4. В § 16.2 были получены формулы (16.5)—(16.7) для составляющих поля внутри пластины и (16.17)—(16.19)—для составляющих поля вне пластины (в воздухе) в случае волн электрического типа.

Составляющие поля волн магнитного типа нетрудно определить

с помощью принципа перестановочной двойственности путем проведения в перечисленных формулах перестановок вида

$$\dot{\mathbf{E}} \leftrightarrow \dot{\mathbf{H}}, \quad \varepsilon_a \rightarrow -\mu_a, \quad \varepsilon_0 \rightarrow -\mu_0.$$

При этом возникают следующие соотношения для составляющих поля волн магнитного типа в Н-образном металлодиэлектрическом волноводе:

а) поле внутри пластины:

$$\dot{H}_x = -j \frac{h}{g^2} \{-gA_1 \sin(gx) + gA_2 \cos(gx)\} e^{-jhz}, \quad (24.1)$$

$$\dot{E}_y = j \frac{\omega\mu_a}{g^2} \{-gA_1 \sin(gx) + gA_2 \cos(gx)\} e^{-jhz}, \quad (24.2)$$

$$\dot{H}_z = \{A_1 \cos(gx) + A_2 \sin(gx)\} e^{-jhz}, \quad (24.3)$$

б) поле вне пластины:

$$\dot{H}_{xв} = -j \frac{h}{p} B_1 e^{-px} e^{-jhz}, \quad (24.4)$$

$$\dot{E}_{yв} = j \frac{\omega\mu_0}{p} B_1 e^{-px} e^{-jhz}, \quad (24.5)$$

$$\dot{H}_{zв} = B_1 e^{-px} e^{-jhz}. \quad (24.6)$$

Так же как и для волн электрического типа, можно отдельно рассмотреть четные и нечетные волны. В первом случае считают $A_1 = 0$, во втором — $A_2 = 0$. Оба случая рассматривают аналогично.

В качестве примера рассмотрим четные волны, для которых составляющие поля внутри пластины записывают в виде соотношений:

$$\dot{H}_x = -j \frac{h}{g} A_2 \cos(gx) e^{-jhz}, \quad (24.7)$$

$$\dot{E}_y = j \frac{\omega\mu_a}{g} A_2 \cos(gx) e^{-jhz}, \quad (24.8)$$

$$\dot{H}_z = A_2 \sin(gx) e^{-jhz}. \quad (24.9)$$

§ 24.3. Определение составляющих поля в объемном резонаторе, созданном на базе Н-образного металлодиэлектрического волновода, в случае четных волн магнитного типа

Соотношения (24.4)—(24.6) и (24.7)—(24.9) соответствуют падающей волне, распространяющейся в волноводе в сторону положительных значений оси z . В резонаторе помимо падающей существует отраженная волна. Составляющие поля отраженной волны можно найти из указанных соотношений путем замены амплитудных коэффициентов: A_2 на A_3 и B_1 на B_2 . Кроме того, следует заменить на обратный знак перед постоянной распространения h . В результате получаются следующие формулы для составляющих поля обратной волны внутри и вне пластины:

а) поле внутри пластины:

$$\dot{H}_{x_0} = j \frac{h}{g} A_3 \cos(gx) e^{jhz}, \quad (24.10)$$

$$\dot{E}_{y_0} = j \frac{\omega \mu_0}{g} A_3 \cos(gx) e^{jhz}, \quad (24.11)$$

$$\dot{H}_{z_0} = A_3 \sin(gx) e^{jhz}; \quad (24.12)$$

б) поле вне пластины:

$$\dot{H}_{x_{в0}} = j \frac{h}{p} B_2 e^{-px} e^{jhz}, \quad (24.13)$$

$$\dot{E}_{y_{в0}} = j \frac{\omega \mu_0}{p} B_2 e^{-px} e^{jhz}, \quad (24.14)$$

$$\dot{H}_{z_{в0}} = B_2 e^{-px} e^{jhz}. \quad (24.15)$$

Поле в резонаторе \dot{E}_p и \dot{H}_p является суперпозицией полей прямой и обратной волн:

$$\begin{aligned} \dot{H}_{xp} &= \dot{H}_x + \dot{H}_{x_0}, & \dot{E}_{yp} &= \dot{E}_y + \dot{E}_{y_0}, \\ \dot{H}_{zp} &= \dot{H}_z + \dot{H}_{z_0}, & \dot{H}_{x_{вp}} &= \dot{H}_{x_{в}} + \dot{H}_{x_{в0}}, & \dot{E}_{y_{вp}} &= \dot{E}_{y_{в}} + \dot{E}_{y_{в0}}, & \dot{H}_{z_{вp}} &= \dot{H}_{z_{в}} + \dot{H}_{z_{в0}}, \end{aligned}$$

поэтому можно записать

$$\dot{H}_{xp} = j \frac{h}{g} \cos(gx) (A_3 e^{jhz} - A_2 e^{-jhz}), \quad (24.16)$$

$$\dot{E}_{yp} = j \frac{\omega \mu_0}{g} \cos(gx) (A_3 e^{jhz} + A_2 e^{-jhz}), \quad (24.17)$$

$$\dot{H}_{zp} = \sin(gx) (A_3 e^{jhz} + A_2 e^{-jhz}), \quad (24.18)$$

$$\dot{H}_{x_{вp}} = j \frac{h}{p} e^{-px} (B_2 e^{jhz} - B_1 e^{-jhz}), \quad (24.19)$$

$$\dot{E}_{y_{вp}} = j \frac{\omega \mu_0}{p} e^{-px} (B_2 e^{jhz} + B_1 e^{-jhz}), \quad (24.20)$$

$$\dot{H}_{z_{вp}} = e^{-px} (B_2 e^{jhz} + B_1 e^{-jhz}). \quad (24.21)$$

Для определения соотношений между коэффициентами A_3 , A_2 и B_2 , B_1 , а также постоянной h к тангенциальным составляющим поля следует применить граничные условия при $z=0$ и $z=l$, где, как показано на рис. 24.1, располагаются ограничивающие волновод идеальные металлические пластины.

Граничные условия сводятся к соотношениям:

$$\dot{E}_\tau = \dot{E}_{yp} = 0 \quad (\text{при } z=0, z=l), \quad (24.22)$$

$$\dot{H}_\tau = \dot{H}_{xp} = v_3 \quad (\text{при } z=0, z=l), \quad (24.23)$$

$$\dot{E}_{\tau в} = \dot{E}_{y_{вp}} = 0 \quad (\text{при } z=0, z=l), \quad (24.24)$$

$$\dot{H}_{\tau в} = \dot{H}_{x_{вp}} = v_3 \quad (\text{при } z=0, z=l). \quad (24.25)$$

Используя соотношения (24.17) и (24.20) при $z=0$, получаем

$$A_3 + A_2 = 0, \quad B_2 + B_1 = 0,$$

откуда

$$A_3 = -A_2, \quad (24.26)$$

$$B_2 = -B_1. \quad (24.27)$$

Используя выражения (24.26), (24.27), а также (21.14), (21.15), формулы (24.16)—(24.21) можно написать в следующем виде:

$$\dot{H}_{xp} = -2j \frac{h}{g} A_2 \cos(gx) \cos(hz), \quad (24.28)$$

$$\dot{E}_{yp} = 2 \frac{\omega_p \mu_a}{g} A_2 \cos(gx) \sin(hz), \quad (24.29)$$

$$\dot{H}_{zp} = -2j A_2 \sin(gx) \sin(hz), \quad (24.30)$$

$$\dot{H}_{xвp} = -2j \frac{h}{p} e^{-px} B_1 \cos(hz), \quad (24.31)$$

$$\dot{E}_{yвp} = 2 \frac{\omega_p \mu_0}{p} e^{-px} B_1 \sin(hz), \quad (24.32)$$

$$\dot{H}_{zвp} = -2j B_1 e^{-px} \sin(hz). \quad (24.33)$$

Продольное волновое число h находят с помощью граничных условий при $z=l$:

$$\sin(hl) = 0, \quad hl = k\pi,$$

откуда

$$h = \frac{k\pi}{l} \quad (k = 1, 2, 3 \dots). \quad (24.34)$$

Ряд целых чисел k не может быть начат с нуля, так как при $k=0$ все составляющие поля в резонаторе исчезают.

§ 24.4. Определение поперечных волновых чисел g, p и резонансной частоты Н-образного металлодиэлектрического резонатора

Для определения поперечных волновых чисел g и p , а также резонансной частоты ω_p можно взять методику, примененную при исследовании процессов в диэлектрической пластине, используемой в качестве волновода медленных волн (см. § 16.3 и 16.4). В соответствии с этой методикой используются граничные условия:

$$\dot{E}_{yp} = \dot{E}_{yвp}, \quad \dot{H}_{zp} = \dot{H}_{zвp} \quad (\text{при } x=d) \quad (24.35)$$

($2d$ —толщина пластины в направлении оси x).

На основании этих граничных условий получаем следующие соотношения:

$$\frac{\mu_a}{g} A_2 \cos(gd) = \frac{\mu_0}{p} e^{-pd} B_1, \quad (24.36)$$

$$A_2 \sin(gd) = B_1 e^{-pd}. \quad (24.37)$$

Деление выражения (24.37) на (24.36) дает трансцендентное уравнение

$$\frac{g}{\mu_a} \operatorname{tg}(gd) = \frac{p}{\mu_0},$$

которое может быть записано в форме

$$\frac{\mu_0}{\mu_a} gd \operatorname{tg}(gd) = pd. \quad (24.38)$$

Для определения второго уравнения, связывающего волновые числа g и p , используют формулы (12.26), (16.28) для продольного волнового числа h . В объемном резонаторе частота ω является резонансной частотой ω_p и формулы для h записываются в виде

$$h = \sqrt{\omega_p^2 \mu_a \varepsilon_a - g^2}, \quad (24.39)$$

$$h = \sqrt{\omega_p^2 \mu_0 \varepsilon_0 + p^2}. \quad (24.40)$$

Подставляя в эти выражения значение h (24.34) и возводя в квадрат, получаем

$$\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 = \omega_p^2 \mu_a \varepsilon_a - g^2,$$

$$\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 = \omega_p^2 \mu_0 \varepsilon_0 + p^2,$$

откуда

$$\omega_p^2 = \frac{1}{\mu_a \varepsilon_a} \left\{ \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 + g^2 \right\}, \quad (24.41)$$

$$\omega_p^2 = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} \left\{ \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 - p^2 \right\}. \quad (24.42)$$

Приравняем правые части и осуществим простые преобразования:

$$\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2 \left(\frac{\mu_a \varepsilon_a}{\mu_0 \varepsilon_0} - 1\right) = g^2 + \frac{\mu_a \varepsilon_a}{\mu_0 \varepsilon_0} p^2. \quad (24.43)$$

Умножая все члены на d^2 и учитывая соотношения (1.20), (1.81), выражение (24.43) можно переписать в виде

$$\left(\frac{dk\pi}{l}\right)^2 (\mu_r \varepsilon_r - 1) = (gd)^2 + (\sqrt{\mu_r \varepsilon_r} pd)^2. \quad (24.44)$$

Умножим обе части выражения (24.38) на $\sqrt{\mu_r \varepsilon_r}$:

$$\sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\mu_r}} gd \operatorname{tg}(gd) = \sqrt{\mu_r \varepsilon_r} pd. \quad (24.45)$$

Уравнения (24.44) и (24.45) представляют собой систему для определения поперечных волновых чисел p и g . Решение этих уравнений может быть осуществлено с помощью ЭВМ или графически. Рассмотрим последний способ. В прямоугольной системе координат gd , $\sqrt{\mu_r \varepsilon_r} pd$ строят график, определяемый соотношением (24.45).

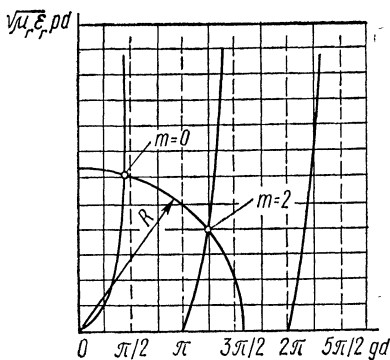


Рис. 24.2

Уравнение (24.44) представляет собой уравнение окружности в этих координатах. Если число k задано и параметры системы d, l, μ_r, ϵ_r известны, то радиус окружности

$$R = \frac{dk\pi}{l} \sqrt{\mu_r \epsilon_r - 1}. \quad (24.46)$$

Построение показано на рис. 24.2. Точки пересечения графиков дают значения gd и $\sqrt{\mu_r \epsilon_r} pd$. Так как значение $\sqrt{\mu_r \epsilon_r}$ и полутолщина пластины d известны, то, значит, поперечные волновые числа g, p определены и с помощью одного из соотно-

шений (24.41) или (24.42) можно отыскать резонансную частоту ω_p . Таким образом, можно найти все параметры Н-образного металлодиэлектрического объемного резонатора.

Тип волны в таком резонаторе обозначают H_{m0k} . Первому корню четной волны присваивают индекс $m=0$, второму — $m=2$. Так как поле не изменяется вдоль оси y , то второй индекс равен нулю, третий индекс соответствует числу ряда k в выражении (24.34). Нечетные волны в подобном резонаторе исследуют аналогично.

ГЛАВА 25

ДОБРОТНОСТЬ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

§ 25.1. Постановка вопроса

При анализе процессов в объемных резонаторах в предыдущих главах было сделано допущение, что диэлектрик, заполняющий объем резонатора, идеален и металл, используемый в резонаторе, обладает бесконечной проводимостью. В тех случаях, когда объем резонатора заполнен воздухом, предположение об идеальности диэлектрика близко к истине. При создании объемных резонаторов на базе диэлектрических волноводов медленных волн с потерями в реальных диэлектриках необходимо считаться. Если в резонаторе не используются сверхпроводящие материалы и криогенная техника, то необходимо учитывать конечную проводимость металлических стенок резонатора.

Таким образом, в реальных условиях объемный резонатор обладает потерями. В колебательных системах потери оценивают добротностью. Это понятие может с успехом служить и для оценки потерь в реальных объемных резонаторах.