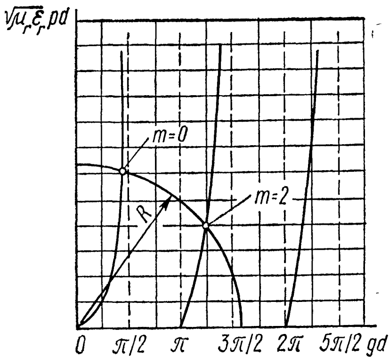

Рис. 24.2

Уравнение (24.44) представляет собой уравнение окружности в этих координатах. Если число k задано и параметры системы d, l, μ_r, ε_r известны, то радиус окружности

$$R = \frac{dk\pi}{l}\sqrt{\mu_r\varepsilon_r - 1}. \qquad (24.46)$$

Построение показано на рис. 24.2. Точки пересечения графиков дают значения gd и $\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}\,pd$. Так как значение $\sqrt{\mu_r\varepsilon_r}$ и полутолщина пластины d известны, то, значит, поперечные волновые числа g, p определены и с помощью одного из соотношений (24.41) или (24.42) можно отыскать резонансную частоту $\omega_р$. Таким образом, можно найти все параметры Н-образного металлодиэлектрического объемного резонатора.

Тип волны в таком резонаторе обозначают H_{m0k}. Первому корню четной волны присваивают индекс $m=0$, второму — $m=2$. Так как поле не изменяется вдоль оси y, то второй индекс равен нулю, третий индекс соответствует числу ряда k в выражении (24.34). Нечетные волны в подобном резонаторе исследуют аналогично.

ГЛАВА 25
ДОБРОТНОСТЬ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

§ 25.1. Постановка вопроса

При анализе процессов в объемных резонаторах в предыдущих главах было сделано допущение, что диэлектрик, заполняющий объем резонатора, идеален и металл, используемый в резонаторе, обладает бесконечной проводимостью. В тех случаях, когда объем резонатора заполнен воздухом, предположение об идеальности диэлектрика близко к истине. При создании объемных резонаторов на базе диэлектрических волноводов медленных волн с потерями в реальных диэлектриках необходимо считаться. Если в резонаторе не используются сверхпроводящие материалы и криогенная техника, то необходимо учитывать конечную проводимость металлических стенок резонатора.

Таким образом, в реальных условиях объемный резонатор обладает потерями. В колебательных системах потери оценивают добротностью. Это понятие может с успехом служить и для оценки потерь в реальных объемных резонаторах.

§ 25.2. Вывод общего выражения для добротности объемных резонаторов

По определению, добротностью Q называют умноженное на 2π отношение энергии W, запасенной в колебательной системе, к энергии $W_{пт}$, теряемой в этой системе в течение периода колебаний:

$$Q = 2\pi \frac{W}{W_{пт}}. \tag{25.1}$$

Энергию потерь можно выразить как произведение мощности потерь $P_{п\Sigma}$, под которой подразумевают суммарную мощность потерь в диэлектрике и металле объемного резонатора, на время, т. е. период колебания $T_р$, соответствующий резонансу:

$$W_{пт} = P_{п\Sigma} T_р. \tag{25.2}$$

Период колебаний $T_р$ связан с частотой колебаний $f_р$ известным соотношением $T_р = 1/f_р$, в силу чего $W_{пт} = P_{п\Sigma}/f_р$. При этом

$$Q = 2\pi f_р \frac{W}{P_{п\Sigma}}. \tag{25.3}$$

Выражение (25.3) является основным для подсчета добротности любой колебательной системы.

В § 4.1 было выведено следующее соотношение для полной энергии электромагнитного поля, заключенной в объеме V_1:

$$W = \int\limits_{V_1} \left(\frac{\mu_а H^2}{2} + \frac{\varepsilon_а E^2}{2} \right) dV,$$

где H и E — мгновенные значения магнитного и электрического полей в объеме V_1.

Таким образом, полная энергия поля представляет собой сумму мгновенных значений энергий магнитного и электрического полей. В колебательной системе происходит непрерывное преобразование электрической энергии в магнитную и обратно. Максимальному значению магнитного поля соответствует нулевое значение электрического поля и наоборот. Поэтому вместо суммы мгновенных значений магнитной и электрической энергий в последнем выражении можно взять максимальное значение либо магнитной, либо электрической энергии:

$$W = \int\limits_{V_1} \frac{\mu_а H_m^2}{2} dV = \int\limits_{V_1} \frac{\varepsilon_а E_m^2}{2} dV, \tag{25.4}$$

где H_m и E_m — максимальные значения магнитного и электрического полей.

Мгновенные значения магнитного и электрического полей могут быть записаны в форме

$$H = H_m \cos(\omega t + \varphi_H),$$
$$E = E_m \cos(\omega t + \varphi_E).$$

Здесь φ_H и φ_E—начальные фазы магнитного и электрического полей.

В § 1.10 было введено понятие комплексных амплитуд функций, входящих в уравнения электродинамики. В соответствии с этим комплексные амплитуды полей $\dot{H}$ и $\dot{E}$ записываются в виде

$$\dot{H} = H_m e^{j\varphi_H},\ \dot{E} = E_m e^{j\varphi_E}.$$

Как следует из этих выражений, модули комплексных амплитуд векторов поля $|\dot{\mathbf{H}}| = H_m$, $|\dot{\mathbf{E}}| = E_m$ совпадают с максимальными значениями полей H_m и E_m.

Выразим энергию поля в выражении (25.4) через комплексные амплитуды $\dot{H}$ или $\dot{E}$:

$$W = \int\limits_{V_1} \frac{\mu_a |\dot{\mathbf{H}}|^2}{2} dV = \int\limits_{V_1} \frac{\varepsilon_a |\dot{\mathbf{E}}|^2}{2} dV. \tag{25.5}$$

Если объем резонатора заполнен диэлектриком, обладающим в общем случае электрической и магнитной проводимостями $\gamma_э$ и $\gamma_м$, то усредненную за период колебаний мощность потерь, возникающую за счет этих проводимостей, можно найти из теоремы Пойнтинга для комплексных амплитуд [см. соотношение (4.25)].

Интегралы

$$\int\limits_{V_1} \frac{1}{2} \gamma_э |\dot{\mathbf{E}}|^2 dV \quad и \quad \int\limits_{V_1} \frac{1}{2} \gamma_м |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV$$

представляют собой соответственно усредненные за период колебаний мощности электрических и магнитных потерь. Выражение для мощности потерь в реальном металле было найдено в § 9.7:

$$P_{пот} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega}{2\gamma_{э2}}} \int\limits_{S_1} |\dot{\mathbf{H}}_\tau|^2 dS.$$

Для объемного резонатора интеграл в этом выражении следует брать по площади всех металлических поверхностей, ограничивающих поле в резонаторе, и в качестве частоты подставлять резонансную частоту $\omega_р$.

Таким образом, полная мощность потерь в общем случае складывается из потерь в металлических поверхностях резонатора, а также электрических и магнитных потерь в диэлектрике резонатора, т. е. можно записать

$$P_{п\Sigma} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_{a2}\omega_р}{2\gamma_{э2}}} \oint\limits_{S_1} |\dot{\mathbf{H}}_\tau| dS + \int\limits_{V_1} \frac{1}{2} \gamma_э |\dot{\mathbf{E}}|^2 dV + \int\limits_{V_1} \frac{1}{2} \gamma_м |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV. \tag{25.6}$$

Подставляя выражения (25.5) и (25.6) в формулу (25.3), получаем следующее выражение для добротности объемного резонатора, записанное в общей форме:

$$Q=\frac{\omega_{\mathrm{p}}\frac{1}{2}\int\limits_{V_1}\mu_{\mathrm{a}}\,|\dot{\mathrm{H}}|^2\,dV}{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{a}2}\omega_{\mathrm{p}}}{2\gamma_{\text{э}2}}}\oint\limits_{S_1}|\dot{\mathrm{H}}_\tau|^2\,dS+\frac{1}{2}\int\limits_{V_1}\gamma_{\text{э}}\,|\dot{\mathrm{E}}|^2\,dV+\frac{1}{2}\int\limits_{V_1}\gamma_{\text{м}}\,|\dot{\mathrm{H}}|^2\,dV},$$

или окончательно

$$Q=\frac{\sqrt{\omega_{\mathrm{p}}}\,\mu_{\mathrm{a}}\int\limits_{V_1}|\dot{\mathrm{H}}|^2\,dV}{\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{a}2}}{2\gamma_{\text{э}2}}}\oint\limits_{S_1}|\dot{\mathrm{H}}_\tau|^2\,dS+\left(\gamma_{\text{э}}\int\limits_{V_1}|\dot{\mathrm{E}}|^2\,dV+\gamma_{\text{м}}\int\limits_{V_1}|\dot{\mathrm{H}}|^2\,dV\right)\frac{1}{\sqrt{\omega_{\mathrm{p}}}}}. \qquad (25.7)$$

В случаях, когда диэлектриком, заполняющим объем резонатора, является воздух, потерями в воздухе можно пренебречь и добротность представить в упрощенном виде

$$Q=\frac{\sqrt{\omega_{\mathrm{p}}}\,\mu_{\mathrm{a}}\int\limits_{V_1}|\dot{\mathrm{H}}|^2\,dV}{\sqrt{\frac{\mu_{\mathrm{a}2}}{2\gamma_{\text{э}2}}}\oint\limits_{S_1}|\dot{\mathrm{H}}_\tau|^2\,dS}. \qquad (25.8)$$

Расчеты добротностей объемных резонаторов выполнены в приложении III. Отметим, что добротности объемных резонаторов существенно больше добротностей колебательных контуров и при использовании сверхпроводящих материалов и криогенной техники могут достигать значений порядка сотен тысяч.

ГЛАВА 26
ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

§ 26.1. Постановка вопроса

Как неоднократно отмечалось в предыдущих главах, объемные резонаторы представляют собой многоволновые системы. Если тип волн зафиксирован, т. е. выбраны определенные индексы m, n, p или k, то при заданных конструкции и размерах резонатор будет обладать определенной резонансной частотой и добротностью. Такой резонатор можно представить в виде параллельного колебательного контура с эквивалентными параметрами $L_{\text{экв}}$, $C_{\text{экв}}$ и $r_{\text{экв}}$ (рис. 26.1). Настоящая глава посвящена определению этих эквивалентных параметров.

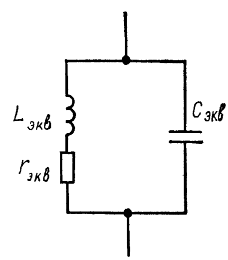

Рис. 26.1