

записанное в общей форме:

$$Q = \frac{\omega_p \frac{1}{2} \int_{V_1} \mu_a |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV}{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\mu_{a2} \omega_p}{2\gamma_{\alpha 2}}} \oint_{S_1} |\dot{\mathbf{H}}_{\tau}|^2 dS + \frac{1}{2} \int_{V_1} \gamma_{\alpha} |\dot{\mathbf{E}}|^2 dV + \frac{1}{2} \int_{V_1} \gamma_M |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV},$$

или окончательно

$$Q = \frac{\sqrt{\omega_p \mu_a} \int_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV}{\sqrt{\frac{\mu_{a2}}{2\gamma_{\alpha 2}}} \oint_{S_1} |\dot{\mathbf{H}}_{\tau}|^2 dS + \left(\gamma_{\alpha} \int_{V_1} |\dot{\mathbf{E}}|^2 dV + \gamma_M \int_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV \right) \frac{1}{\sqrt{\omega_p}}}. \quad (25.7)$$

В случаях, когда диэлектриком, заполняющим объем резонатора, является воздух, потерями в воздухе можно пренебречь и добротность представить в упрощенном виде

$$Q = \frac{\sqrt{\omega_p \mu_a} \int_{V_1} |\dot{\mathbf{H}}|^2 dV}{\sqrt{\frac{\mu_{a2}}{2\gamma_{\alpha 2}}} \oint_{S_1} |\dot{\mathbf{H}}_{\tau}|^2 dS}. \quad (25.8)$$

Расчеты добротностей объемных резонаторов выполнены в приложении III. Отметим, что добротности объемных резонаторов существенно больше добротностей колебательных контуров и при использовании сверхпроводящих материалов и криогенной техники могут достигать значений порядка сотен тысяч.

ГЛАВА 26

ЭКВИВАЛЕНТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ОБЪЕМНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

§ 26.1. Постановка вопроса

Как неоднократно отмечалось в предыдущих главах, объемные резонаторы представляют собой многоволновые системы. Если тип волн зафиксирован, т. е. выбраны определенные индексы m , n , p или k , то при заданных конструкции и размерах резонатор будет обладать определенной резонансной частотой и добротностью. Такой резонатор можно представить в виде параллельного колебательного контура с эквивалентными параметрами $L_{\text{экв}}$, $C_{\text{экв}}$ и $r_{\text{экв}}$ (рис. 26.1). Настоящая глава посвящена определению этих эквивалентных параметров.

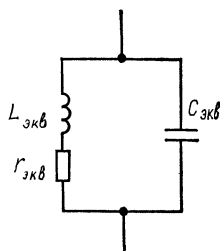


Рис. 26.1

§ 26.2. Определение эквивалентных параметров объемных резонаторов

При определении эквивалентных параметров объемных резонаторов предполагается, что электродинамический расчет резонатора произведен, поле для конкретного типа волн в резонаторе найдено, а также определены резонансная частота и добротность резонатора. На основании этих данных требуется определить параметры эквивалентного колебательного контура. Резонансная частота колебательного контура определяется соотношением:

$$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L_{\text{эКВ}} C_{\text{эКВ}}}}. \quad (26.1)$$

Если величина ω_p известна, то достаточно определить либо $L_{\text{эКВ}}$, либо $C_{\text{эКВ}}$, а оставшийся параметр можно найти из формулы (26.1).

Покажем методику определения емкости $C_{\text{эКВ}}$. Для энергии электрического поля $W_{\text{э}}$, запасенной в конденсаторе, имеется известное выражение

$$W_{\text{э}} = \frac{C_{\text{эКВ}} |\dot{U}|^2}{2}, \quad (26.2)$$

где $|U|$ — модуль комплексной амплитуды разности потенциалов на обкладках конденсатора.

Модуль заряда конденсатора связан с модулем разности потенциалов соотношением

$$|\dot{Q}_{\text{э}}| = C_{\text{эКВ}} |\dot{U}|. \quad (26.3)$$

Подставив $|\dot{U}|$ из этой формулы в выражение (26.2), нетрудно найти емкость $C_{\text{эКВ}}$:

$$C_{\text{эКВ}} = \frac{|\dot{Q}_{\text{э}}|^2}{2W_{\text{э}}}. \quad (26.4)$$

После осуществления электродинамического расчета резонатора запасенную в нем энергию электрического поля можно определить с помощью формулы (25.5):

$$W_{\text{э}} = \int_{V_1} \frac{\epsilon_a |E|^2}{2} dV.$$

Таким образом, определение емкости $C_{\text{эКВ}}$ сводится к отысканию заряда $\dot{Q}_{\text{э}}$. Для большей наглядности поясним это на простом примере. Рассмотрим волну типа H_{101} в прямоугольном резонаторе, которой соответствует следующий набор индексов: m, n, p : $m=1, n=0, p=1$.

Используя соотношения (21.29) — (21.34), найдем составляющие

поля в резонаторе:

$$\left. \begin{aligned} \dot{H}_{xp} &= j2 \frac{\pi}{lg_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{\pi}{l} z\right), \\ \dot{H}_{zp} &= -j2 C_2 \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right), \\ \dot{E}_{yp} &= -2 \frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right), \\ \dot{H}_{yp} &= \dot{E}_{xp} = \dot{E}_{zp} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (26.5)$$

Единственная составляющая электрического поля \dot{E}_{yp} создает заряды на нижней и верхней стенках резонатора. Эти заряды можно определить с помощью теоремы Гаусса, которая в рассматриваемом случае записывается таким образом:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_a &= \varepsilon_a \int_0^l \int_0^a E_{yp} dx dz = -\varepsilon_a 2 \frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} C_2 \frac{\pi}{a} \int_0^l \int_0^a \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{\pi}{l} z\right) dx dz, \\ Q_a &= -\varepsilon_a 8 \frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} C_2 \frac{l}{\pi}, \\ |\dot{Q}_a| &= \varepsilon_a 8 \frac{\omega_p \mu_a}{g_{10}^2} C_2 \frac{l}{\pi}. \end{aligned} \quad (26.6)$$

Подставляя это значение заряда $|\dot{Q}_a|$ и значение энергии W_p (25.5) в формулу (26.4), можно найти эквивалентную емкость $C_{\text{эКВ}}$. Зная ω_p и $C_{\text{эКВ}}$, из выражения (26.1) получают эквивалентную индуктивность $L_{\text{эКВ}}$. Электродинамический расчет резонатора позволяет определить его добротность Q . В колебательном контуре добротность определяют по формуле

$$Q = \frac{1}{\omega_p C_{\text{эКВ}} R_{\text{эКВ}}}, \quad (26.7)$$

из которой можно найти активное сопротивление эквивалентного колебательного контура:

$$R_{\text{эКВ}} = \frac{1}{\omega_p C_{\text{эКВ}} Q}. \quad (26.8)$$

Резонансное сопротивление Z_p такого контура находят по известному соотношению

$$Z_p = \frac{Q}{\omega_p C_{\text{эКВ}}}. \quad (26.9)$$

Таким образом, все параметры эквивалентного колебательного контура определены через известные в результате электродинамического расчета параметры объемного резонатора.

Напоминаем еще раз, что замена объемного резонатора эквивалентным колебательным контурам возможна только для конкретного типа волн в объемном резонаторе и области частот вблизи резонансной частоты.