

торного магнитного потенциала:

$$\begin{aligned} \dot{A}_{mx}(x, y, z) = & \frac{\tilde{\epsilon}_a}{4\pi} \int_{V_1} j_{mx} \frac{e^{-j\gamma r}}{r} dV + \\ & + \frac{1}{4\pi} \oint_{S_1} \left\{ \frac{\partial \dot{A}_{mx}}{\partial n} \cdot \frac{e^{-j\gamma r}}{r} - \dot{A}_{mx} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-j\gamma r}}{r} \right) \right\} dS, \end{aligned} \quad (28.49)$$

$$\begin{aligned} \dot{A}_{my}(x, y, z) = & \frac{\tilde{\epsilon}_a}{4\pi} \int_{V_1} j_{my} \frac{e^{-j\gamma r}}{r} dV + \\ & + \frac{1}{4\pi} \oint_{S_1} \left\{ \frac{\partial \dot{A}_{my}}{\partial n} \cdot \frac{e^{-j\gamma r}}{r} - \dot{A}_{my} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-j\gamma r}}{r} \right) \right\} dS, \end{aligned} \quad (28.50)$$

$$\begin{aligned} \dot{A}_{mz}(x, y, z) = & \frac{\tilde{\epsilon}_a}{4\pi} \int_{V_1} j_{mz} \frac{e^{-j\gamma r}}{r} dV + \\ & + \frac{1}{4\pi} \oint_{S_1} \left\{ \frac{\partial \dot{A}_{mz}}{\partial n} \cdot \frac{e^{-j\gamma r}}{r} - \dot{A}_{mz} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{e^{-j\gamma r}}{r} \right) \right\} dS. \end{aligned} \quad (28.51)$$

Если излучающие устройства представляют собой идеально проводящие металлические поверхности, по которым протекают поверхностные сторонние токи с плотностью $\dot{\mathbf{v}}_m$, то объемные интегралы в выражениях (28.48)—(28.51) должны быть заменены на поверхностные интегралы вида

$$\dot{\mathbf{A}}_m = \frac{\tilde{\epsilon}_a}{4\pi} \int_{S_1} \dot{\mathbf{v}}_m \frac{e^{-j\gamma r}}{r} dS. \quad (28.52)$$

ГЛАВА 29

ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ВИБРАТОР

§ 29.1. Постановка вопроса

В предыдущей главе были найдены общие решения уравнений Гельмгольца с правой частью для векторных электрического и магнитного потенциалов. В настоящей главе с помощью этих решений будет определено поле простейшего излучателя электрического типа—элементарного электрического вибратора. Несмотря на некоторую идеализацию, анализ этого простейшего излучателя дает возможность понять основные процессы, происходящие в реальных антенных устройствах, и позволяет наметить общий ход их расчета.

Назовем элементарным электрическим вибратором прямолинейный отрезок провода, по которому протекает электрический ток, комплексная амплитуда плотности которого равна \dot{J}_a . Длину провода l возьмем значительно меньшей длины волны колебания, подведенного к проводу. Положим, что комплексная амплитуда плотности тока \dot{J}_a остается постоянной в пределах всей длины

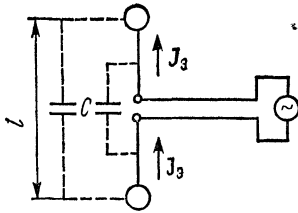


Рис. 29.1

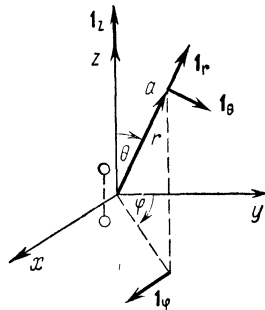


Рис. 29.2

провода l . Далее допустим, что поле определяется в точке наблюдения, удаленной от излучателя настолько, что расстояние r между любой точкой на длине вибратора и точкой наблюдения можно считать одним и тем же. Практическим аналогом элементарного электрического вибратора является устройство, показанное на рис. 29.1. Оно состоит из двух коротких проводов, на концах которых расположены металлические шары, представляющие собой сосредоточенные емкости. Сторонний ток с плотностью \mathbf{J}_0 , протекающий по проводам, переходит в ток смещения, замыкающийся через распределенные емкости C , существующие между проводами вибратора. Сосредоточенная большая емкость между металлическими шарами существенно превышает распределенные емкости. В силу этого подавляющая часть тока смещения протекает через сосредоточенную емкость. Так как длина проводов мала по сравнению с длиной волны подводимого колебания, то изменение плотности стороннего тока \mathbf{J}_0 , возникающее вследствие ответвления тока через распределенные емкости, незначительно и им можно пренебречь. В результате при математическом анализе такой системы можно с большой степенью точности плотность тока \mathbf{J}_0 и его фазу считать постоянными по длине вибратора. Подобное устройство было использовано Герцем в его опытах и получило название *элементарного электрического вибратора* или *диполя Герца*.

§ 29.2. Определение векторного электрического потенциала в поле элементарного электрического вибратора

В основу анализа положим общее решение векторного уравнения Гельмгольца в сферической системе координат, записанное в виде выражения (28.46).

Ориентируем вибратор вдоль полярной оси в сферической системе координат так, как показано на рис. 29.2. Выбрав координаты в последовательности r, φ, θ , угол φ следует отсчитывать от координаты y (см. приложение I). Поле определяется в точке наблюдения a . Плотность тока \mathbf{J}_0 существует только в пределах провода вибратора. Следовательно, интеграл по безграничному объему V_T

будет отличен от нуля только в пределах объема провода. Элемент объема dV можно представить в виде скалярного произведения площади поперечного сечения провода \mathbf{S} на элемент длины провода $d\mathbf{l}$:

$$dV = \mathbf{S} d\mathbf{l}. \quad (29.1)$$

Тогда интегрирование по объему заменяется интегрированием по длине вибратора l и выражение (28.46) записывается в виде

$$\dot{\mathbf{A}}_a = \frac{\tilde{\mu}_a}{4\pi} \int_1 \mathbf{j}_a \frac{e^{-j\gamma r}}{r} \mathbf{S} d\mathbf{l}. \quad (29.2)$$

Ввиду ограничений, отмеченных в § 29.1, расстояние r и плотность тока \mathbf{j}_a неизменны так же, как и площадь поперечного сечения \mathbf{S} . Следовательно, эти величины и $e^{-j\gamma r}$ в процессе интегрирования можно вынести за знак интеграла:

$$\dot{\mathbf{A}}_a = \frac{\tilde{\mu}_a}{4\pi} (\mathbf{j}_a \mathbf{S}) \frac{e^{-j\gamma r}}{r} \int_1 d\mathbf{l} = \frac{\tilde{\mu}_a}{4\pi} (\mathbf{j}_a \mathbf{S}) \frac{e^{-j\gamma r}}{r} l. \quad (29.3)$$

Векторы \mathbf{j}_a и \mathbf{S} совпадают по направлению. Их скалярное произведение равно току I_a в вибраторе:

$$\mathbf{j}_a \mathbf{S} = I_a \quad (29.4)$$

и, следовательно,

$$\dot{\mathbf{A}}_a = \frac{\tilde{\mu}_a}{4\pi} I_a \frac{e^{-j\gamma r}}{r} l.$$

В соответствии с рис. 29.2 можно написать

$$l = l\mathbf{1}_z \quad (29.5)$$

и выражение для векторного электрического потенциала приобретает окончательный вид

$$\dot{\mathbf{A}}_a = \frac{\tilde{\mu}_a}{4\pi} I_a \frac{e^{-j\gamma r}}{r} l\mathbf{1}_z. \quad (29.6)$$

§ 29.3. Определение составляющих поля элементарного электрического вибратора

Для определения составляющих поля могут быть использованы соотношения (27.11) и (27.21). Если с помощью какого-либо из этих соотношений определен вектор $\dot{\mathbf{H}}$ или $\dot{\mathbf{E}}$, то для определения оставшегося вектора можно также использовать уравнения Максвелла, записанные для части пространства, где находится точка наблюдения a , в которой нет сторонних токов. Из этих уравнений могут быть выведены следующие соотношения:

$$\dot{\mathbf{E}} = \frac{1}{j\omega\epsilon_a} \text{rot } \dot{\mathbf{H}}, \quad (29.7)$$

$$\dot{\mathbf{H}} = - \frac{1}{j\omega\mu_a} \text{rot } \dot{\mathbf{E}}. \quad (29.8)$$

Найдем вектор напряженности магнитного поля с помощью выражений (27.11) и (29.6):

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\tilde{\mu}_a} \operatorname{rot} \dot{\mathbf{A}}_a = \frac{1}{\tilde{\mu}_a} \operatorname{rot} \left(\frac{\tilde{\mu}_a}{4\pi} j_a \frac{e^{-j\gamma r}}{r} l \mathbf{1}_z \right) = \frac{j_a l}{4\pi} \operatorname{rot} \left(\frac{e^{-j\gamma r}}{r} \mathbf{1}_z \right). \quad (29.9)$$

Ротор в этом выражении следует вычислить в сферической системе координат, что является довольно трудоемким. Процедуру можно упростить, прибегнув к следующим рассуждениям. Введем обозначения

$$\frac{e^{-j\gamma r}}{r} = \Psi, \quad \mathbf{1}_z = \mathbf{a}, \quad (29.10)$$

где Ψ — скалярная функция, и рассмотрим выражение $\operatorname{rot}(\Psi \mathbf{a})$.

В приложении I приведено тождество $\operatorname{rot}(\Psi \mathbf{a}) = [\operatorname{grad} \Psi \mathbf{a}] + \Psi \operatorname{rot} \mathbf{a}$. Используя формулу, приведенную в приложении I, можно определить градиент скалярной функции в сферической системе координат:

$$\operatorname{grad} \Psi = \mathbf{1}_r \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \mathbf{1}_\varphi \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \varphi} + \mathbf{1}_\theta \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \Psi}{\partial \theta}.$$

С учетом обозначения (29.10) получаем

$$\operatorname{grad} \Psi = -\mathbf{1}_r \frac{1}{r^2} (1 + j\gamma r) e^{-j\gamma r}. \quad (29.11)$$

Тогда

$$\operatorname{rot}(\Psi \mathbf{a}) = \left[-\mathbf{1}_r \frac{1}{r^2} (1 + j\gamma r) e^{-j\gamma r} \mathbf{1}_z \right] + \frac{e^{-j\gamma r}}{r} \operatorname{rot} \mathbf{1}_z.$$

Орт $\mathbf{1}_z$ не дифференцируется, т. е.

$$\operatorname{rot} \mathbf{1}_z = 0$$

и

$$\operatorname{rot}(\Psi \mathbf{a}) = [-\mathbf{1}_r \mathbf{1}_z] \frac{1}{r^2} (1 + j\gamma r) e^{-j\gamma r}.$$

Как следует из рис. 29.2, векторное произведение

$$[-\mathbf{1}_r \mathbf{1}_z] = -\mathbf{1}_\varphi \sin \theta.$$

Следовательно,

$$\operatorname{rot}(\Psi \mathbf{a}) = -\mathbf{1}_\varphi \frac{1}{r^2} (1 + j\gamma r) e^{-j\gamma r} \sin \theta.$$

Подставляя это выражение в формулу (29.9), получаем окончательное выражение для вектора напряженности магнитного поля:

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_\varphi = -\mathbf{1}_\varphi \frac{j_a e^{-j\gamma r} l \sin \theta}{4\pi r^2} (1 + j\gamma r). \quad (29.12)$$

Таким образом, элементарный электрический вибратор создает одну составляющую магнитного поля, ориентированную вдоль координаты φ в сферической системе координат. Для определения век-

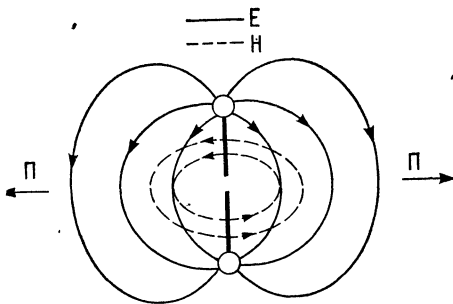


Рис. 29.3

тора $\dot{\mathbf{E}}$ можно применить либо выражение (27.21), либо формулу (29.7). В первом случае требуется определить довольно сложный двойной оператор $\text{grad div } \dot{\mathbf{A}}_a$ в сферической системе координат, во втором случае достаточно найти $\text{rot } \dot{\mathbf{H}}$, что несколько проще. Поэтому используем второй путь.

В приложении I дано следующее выражение для ротора в сферической системе координат:

$$\text{rot } \mathbf{a} = \mathbf{1}_r \frac{1}{r^2 \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial \varphi} (a_{\theta r}) - \frac{\partial}{\partial \theta} (a_{\varphi r} \sin \theta) \right\} + \mathbf{1}_{\varphi} \frac{1}{r} \left\{ \frac{\partial}{\partial \theta} (a_r) - \frac{\partial}{\partial r} (a_{\theta r}) \right\} + \\ + \mathbf{1}_{\theta} \frac{1}{r \sin \theta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (a_{\varphi r} \sin \theta) - \frac{\partial}{\partial \varphi} (a_r) \right\}.$$

Роль вектора \mathbf{a} играет $\dot{\mathbf{H}}_{\varphi}$:

$$\text{rot } \dot{\mathbf{H}}_{\varphi} = -\mathbf{1}_r \frac{1}{r^2 \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ -\frac{j_a e^{-j\gamma r l} \sin \theta}{4\pi r^2} (1 + j\gamma r) r \sin \theta \right\} + \\ + \mathbf{1}_{\theta} \frac{1}{r \sin \theta} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left\{ -\frac{j_a e^{-j\gamma r l} \sin \theta}{4\pi r^2} (1 + j\gamma r) r \sin \theta \right\} = \\ = \mathbf{1}_r \frac{j_a e^{-j\gamma r l} \cos \theta}{2\pi r^3} (1 + j\gamma r) + \mathbf{1}_{\theta} \frac{j_a e^{-j\gamma r l} \sin \theta}{4\pi r^3} (1 + j\gamma r - \gamma^2 r^2). \quad (29.13)$$

Подставляя выражение (29.13) в формулу (29.7), находим вектор напряженности электрического поля:

$$\dot{\mathbf{E}} = \mathbf{1}_r \frac{j_a e^{-j\gamma r l} \cos \theta}{j\omega \tilde{\epsilon}_a 2\pi r^3} (1 + j\gamma r) + \mathbf{1}_{\theta} \frac{j_a e^{-j\gamma r l} \sin \theta}{j\omega \tilde{\epsilon}_a 4\pi r^3} (1 + j\gamma r - \gamma^2 r^2). \quad (29.14)$$

Следовательно, электрическое поле вибратора обладает двумя составляющими: одной — ориентированной вдоль координаты r , другой — ориентированной вдоль координаты θ . Картина суммарного электромагнитного поля около вибратора показана на рис. 29.3.

§ 29.4. Ближняя, промежуточная и дальняя зоны поля элементарного электрического вибратора

Запишем полученные выражения для составляющих поля вибратора:

$$\dot{H}_{\varphi} = -\frac{j_a e^{-j\gamma r l} \sin \theta}{4\pi r^2} (1 + j\gamma r), \quad (29.15)$$

$$\dot{E}_r = \frac{j_a e^{-j\gamma r l} \cos \theta}{j\omega \tilde{\epsilon}_a 2\pi r^3} (1 + j\gamma r), \quad (29.16)$$

$$\dot{E}_{\theta} = \frac{j_a e^{-j\gamma r l} \sin \theta}{j\omega \tilde{\epsilon}_a 4\pi r^3} (1 + j\gamma r - \gamma^2 r^2). \quad (29.17)$$

Здесь

$$\gamma^2 = \omega^2 \tilde{\mu}_a \tilde{\epsilon}_a.$$

Если среда лишена потерь, то

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_a &\rightarrow \mu_a, & \tilde{\epsilon}_a &\rightarrow \epsilon_a, \\ \gamma &\rightarrow \beta = \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a}. \end{aligned} \quad (29.18)$$

Так как скорость света c в среде с параметрами μ_a , ϵ_a определяется выражением $c = 1/\sqrt{\mu_a \epsilon_a}$, формулу для β можно переписать в иной форме:

$$\beta = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (29.19)$$

где λ — длина волны колебания в среде с параметрами $\mu_a \epsilon_a$:

$$\lambda = c/f. \quad (29.20)$$

Из выражений для составляющих поля вибратора следует, что всегда может быть определено такое расстояние r , при котором справедливо неравенство

$$\gamma r \ll 1. \quad (29.21)$$

Для среды без потерь это неравенство записывают в виде

$$\beta r = \frac{2\pi}{\lambda} r \ll 1, \text{ или } r \ll \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (29.22)$$

При этом выражения для составляющих поля упрощаются:

$$\dot{H}_\varphi = - \frac{j_a e^{-j\gamma r} l \sin \theta}{4\pi r^2}, \quad (29.23)$$

$$\dot{E}_r = \frac{j_a e^{-j\gamma r} l \cos \theta}{j\omega \tilde{\epsilon}_a 2\pi r^3}, \quad (29.24)$$

$$\dot{E}_\theta = \frac{j_a e^{-j\gamma r} l \sin \theta}{j\omega \tilde{\epsilon}_a 4\pi r^3}. \quad (29.25)$$

Зону расстояний r , в пределах которой справедливо неравенство (29.22), называют *ближней зоной поля*. В этой зоне поле изменяется очень быстро, обратно пропорционально второй и третьей степеням расстояния.

В *промежуточной зоне поля*, в которой соблюдается приближенное равенство

$$\gamma r \approx 1, \text{ или } r \approx \frac{\lambda}{2\pi}, \quad (29.26)$$

не представляется возможным провести какие-либо упрощения в формулах (29.15)—(29.17).

В случае больших расстояний r , для которых справедливы

неравенства

$$\gamma^2 r^2 \gg \gamma r \gg 1, \text{ или } r \gg \frac{\lambda}{2\pi}, \quad (29.27)$$

формулы для расчета составляющих поля приобретают вид

$$\dot{H}_\varphi = -j \frac{j_a e^{-i\gamma r} l \sin \theta \gamma}{4\pi r}, \quad (29.28)$$

$$\dot{E}_r = \frac{j_a e^{-i\gamma r} l \cos \theta \gamma}{\omega \tilde{\epsilon}_a 2\pi r^2}, \quad (29.29)$$

$$\dot{E}_\theta = j \frac{j_a e^{-i\gamma r} l \sin \theta \gamma^2}{\omega \tilde{\epsilon}_a 4\pi r}. \quad (29.30)$$

Как следует из этих соотношений, составляющая поля \dot{E}_r убывает с ростом расстояния r значительно быстрее по сравнению с составляющими \dot{H}_φ , \dot{E}_θ , и этой составляющей можно пренебречь.

Таким образом, в зоне расстояний, для которой справедливо неравенство (29.27), называемой *дальней зоной поля*, практически существуют две составляющие поля \dot{H}_φ и \dot{E}_θ . Эти составляющие убывают пропорционально первой степени расстояния и обеспечивают возможность дальней радиосвязи. Поле с составляющими \dot{H}_φ и \dot{E}_θ в дальней зоне иначе называют *полем излучения*.

§ 29.5. Мощность, излучаемая элементарным электрическим вибратором в окружающее пространство. Сопротивление излучения

В ближней и промежуточных зонах поля необходимо учитывать три составляющие поля \dot{H}_φ , \dot{E}_r и \dot{E}_θ . Эти составляющие создают два вектора Пойнтинга, действительные значения которых в соответствии с выражением (4.29) могут быть представлены в виде

$$\dot{P}_{d\theta} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{E}_r \dot{H}_\varphi^*], \quad (29.31)$$

$$\dot{P}_{dr} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{E}_\theta \dot{H}_\varphi^*]. \quad (29.32)$$

Допустим для наглядности, что потерь в среде нет и $\tilde{\epsilon}_a \rightarrow \epsilon_a$, $\tilde{\mu}_a \rightarrow \mu_a$, $\gamma \rightarrow \beta$.

Используя формулу (29.15), найдем сопряженное значение составляющей магнитного поля \dot{H}_φ^* .

$$\dot{H}_\varphi^* = - \frac{j_a^* e^{j\beta r} l \sin \theta}{4\pi r^2} (1 - j\beta r). \quad (29.33)$$

Далее подставим значения \dot{E}_r и \dot{H}_φ из формул (29.16), (29.33) в выражение (29.31):

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_{d\theta} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[1_r \frac{j_a e^{-j\beta r} l \cos \theta}{j\omega \epsilon_a 2\pi r^3} (1 + j\beta r) (-1_\varphi) \frac{j_a^* e^{j\beta r} l \sin \theta}{4\pi r^2} (1 - j\beta r) \right] = \\ &= -1_\theta \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{|j_a|^2 l^2 \cos \theta \sin \theta}{j\omega \epsilon_a 8\pi^2 r^5} (1 + \beta^2 r^2) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (29.34)$$

Присутствие j в знаменателе означает, что действительная часть выражения в фигурных скобках равна нулю:

$$\dot{\Pi}_{d\theta} = 0. \quad (29.35)$$

Таким образом, действительное значение меридиональной составляющей вектора Пойнтинга равно нулю. Физически это означает, что в меридиональном направлении не происходит излучения энергии. Существует только колебание этой энергии вокруг вибратора. В дальней зоне реактивная мощность, определяемая мнимой частью вектора Пойнтинга, ориентированного вдоль координаты θ , убывает пропорционально кубу расстояния, т. е. весьма быстро, и для дальней радиосвязи не может быть использована.

Подставляя в выражение (29.32) значения \dot{E}_θ , \dot{H}_φ^* из формул (29.17), (29.33) и считая, что $\gamma \rightarrow \beta$, находим

$$\begin{aligned} \dot{\Pi}_{dr} &= \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[1_\theta \frac{j_a e^{-j\beta r} l \sin \theta}{j\omega \epsilon_a 4\pi r^3} (1 + j\beta r - \beta^2 r^2) (-1_\varphi) \frac{j_a^* e^{j\beta r} l \sin \theta}{4\pi r^2} (1 - j\beta r) \right] = \\ &= 1_r \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{|j_a|^2 l^2 (\sin \theta)^2}{j\omega \epsilon_a 16\pi^2 r^5} (1 + \beta^2 r^2 - \beta^2 r^2 + j\beta^3 r^3) \right\}, \end{aligned}$$

или окончательно

$$\dot{\Pi}_{dr} = 1_r \frac{|j_a|^2 l^2 \sin^2 \theta \beta^3}{\omega \epsilon_a 32\pi^2 r^2}. \quad (29.36)$$

Таким образом, существует действительная часть вектора Пойнтинга, ориентированного вдоль координаты r , убывающая пропорционально квадрату расстояния и обеспечивающая возможность дальней радиосвязи.

С помощью выражения (29.36) можно определить мощность $P_{из}$, излучаемую элементарным электрическим вибратором в окружающее пространство. Эта мощность представляет собой интеграл от вектора Пойнтинга $\dot{\Pi}_{dr}$ по поверхности сферы, в центре которой расположен вибратор:

$$P_{из} = \oint_{S_1} \dot{\Pi}_{dr} dS. \quad (29.37)$$

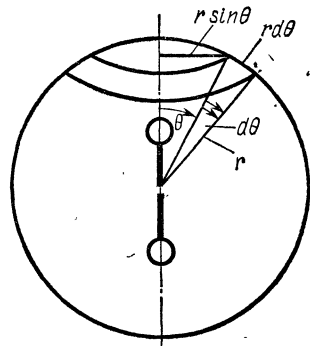


Рис. 29.4

В соответствии с рис. 29.4 элемент поверхности в сферической системе коор-

динат записывается в виде

$$dS = 1,2\pi r^2 \sin \theta d\theta. \quad (29.38)$$

Подставляя выражения (29.36) и (29.38) в формулу (29.37), получаем соотношение для излучаемой мощности:

$$\begin{aligned} P_{\text{из}} &= \int_0^\pi \frac{|i_a|^2 l^2 \sin^2 \theta \beta^3}{\omega \epsilon_a 32\pi^2 r^2} 2\pi r^2 \sin \theta d\theta = \\ &= \frac{|i_a|^2 l^2 \beta^3}{16\pi \omega \epsilon_a} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{|i_a|^2 l^2 \beta^3}{16\pi \omega \epsilon_a} \cdot \frac{4}{3}, \end{aligned}$$

или окончательно

$$P_{\text{из}} = \frac{|i_a|^2 l^2 \beta^3}{12\pi \omega \epsilon_a}. \quad (29.39)$$

Как всякую активную мощность, мощность излучения можно представить в виде

$$P_{\text{из}} = \frac{|i_a|^2 R_{\text{из}}}{2}. \quad (29.40)$$

Назовем сопротивление $R_{\text{из}}$ сопротивлением излучения. Приравнявая выражения (29.39) и (29.40), получаем следующие соотношения:

$$\frac{|i_a|^2 R_{\text{из}}}{2} = \frac{|i_a|^2 l^2 \beta^3}{12\pi \omega \epsilon_a}, \quad R_{\text{из}} = \frac{l^2 \beta^3}{6\pi \omega \epsilon_a}.$$

С помощью выражений (29.18) и (29.19) сопротивление излучения можно записать в виде

$$R_{\text{из}} = \frac{l^2 \omega \sqrt{\mu_a \epsilon_a} 4\pi^2}{6\pi \omega \epsilon_a \lambda^2} = \frac{l^2 2\pi}{3\lambda^2} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}},$$

или

$$R_{\text{из}} = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2. \quad (29.41)$$

Если среда представляет собой вакуум, то

$$\sqrt{\frac{\mu_a}{\epsilon_a}} \rightarrow \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = 377 \text{ Ом} \text{ и } R_{\text{из}} = 789,59 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2. \quad (29.42)$$

При расчете сопротивления излучения не следует забывать, что все выводы, сделанные для элементарного электрического вибратора, справедливы, если $l \ll \lambda$.

§ 29.6. Диаграмма направленности поля излучения элементарного электрического вибратора в дальней зоне

Диаграммой направленности называют график зависимости составляющих поля антенны от угловых координат. В сферической системе координат существуют две угловые координаты: φ и θ .

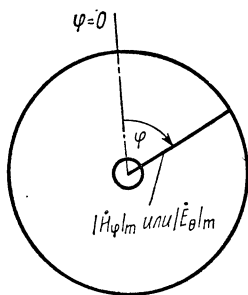


Рис. 29.5

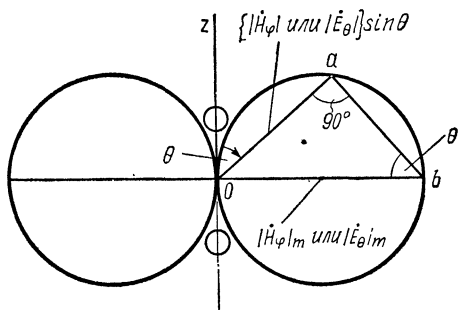


Рис. 29.6

В дальней зоне фактически существуют две составляющие поля \dot{H}_φ и \dot{E}_θ , определяемые выражениями (29.28), (29.30). Обе составляющие не зависят от координаты φ , и диаграмму излучения в плоскости, перпендикулярной полярной оси, можно изобразить в виде окружности, радиус которой в определенном масштабе представляет собой модуль $|\dot{H}_\varphi|$ или $|\dot{E}_\theta|$, вычисленный при фиксированных значениях радиуса-вектора r и угла θ . Подобная диаграмма показана на рис. 29.5.

В меридиональной плоскости \dot{H}_φ и \dot{E}_θ пропорциональны $\sin\theta$. Обозначим максимальные значения модуля составляющих поля, соответствующие $\theta = 90^\circ$, $|\dot{H}_\varphi|_m$ и $|\dot{E}_\theta|_m$.

Тогда зависимость модуля составляющих поля от координаты θ можно выразить формулами:

$$|\dot{H}_\varphi| = |\dot{H}_\varphi|_m \sin\theta, \quad (29.43)$$

$$|\dot{E}_\theta| = |\dot{E}_\theta|_m \sin\theta. \quad (29.44)$$

Построим две окружности диаметром, в масштабе соответствующем $|\dot{H}_\varphi|_m$ или $|\dot{E}_\theta|_m$, так, как показано на рис. 29.6.

Хорда oa определяется соотношением (29.43) или (29.44) и дает в масштабе картину изменения модулей $|\dot{H}_\varphi|$ и $|\dot{E}_\theta|$ в зависимости от угла θ . Таким образом, элементарный вибратор создает максимум излучения в экваториальной плоскости, соответствующей $\theta = 90^\circ$, и не излучает в направлении полярной оси z . В пространстве диаграмма направленности представляет собой тороид, приведенный на рис. 29.7:

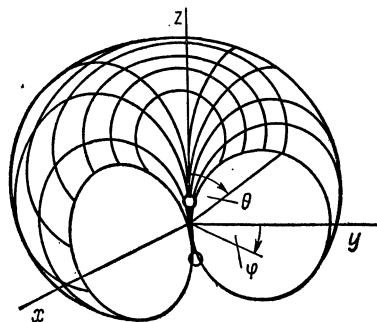


Рис. 29.7